根 据 教 育 部 最 新 教 材 编 写

○国家骨干教师○全国特级教师○高考研究专家

高考考点总攻略

总审定○中科高考命题研究中心
总主编○耿立志

数学

排列组合与概率
平面向量
立体几何
三角函数
解析几何
集合 函数 数列
不等式

科学技术文献出版社

(京)新登字130号

《高考考点总攻略》

丛书编委会

序

对于即将参加高考的同学而言，最重要的无非是对各科知识体系的构建。只有具备完整的知识体系才能自如地应对各种考试，才能实现自己在高考中的成功。

这一切都需要从对一个个知识考查点的学深吃透开始。

没有“点”，便无以成“线”；没有“线”，便无以成“网”。没有一个个知识点的扎实理解，构建的知识体系就只是空中楼阁——尽管“欲上青天揽明月”，但仍必须一切从“点”开始。

正是基于这种现实考虑，本丛书将高考各学科分别拆分成不同的知识考查点，每个考点独立成书，同学们既可以“合之”为完整的知识体系，并进行补充和检测，也可以“分之”为不同的知识点而各个击破，从而在高考复习中便于学生根据个人情况灵活安排，真正实现了高考复习和日常学习的自主性。

一、考点点睛

考点该如何确立？是由最新的《考试说明》确定并从

教材讲解中进行筛选的。既然是应对高考，学习之前就必须先将考点弄清吃透。没有目标的学习会事倍功半，正如同没有“点睛”的龙不能飞一样。

“考点点睛”分为“知识盘点”和“方法整合”，既关注了基础知识的完整牢固，又强调了思维方式的科学迅捷，不仅有利于学生“记忆”，更有利于学生“巧记”；不仅指导学生“学习”，更指导学生“巧学”。

二、考例点拨

对考例的分析是必不可少的。本丛书精选高考例题并对之进行详解的目的，在于确认考点，透视设题思路，明确排障技巧，完善解题方法，捕获得分要点。通过对考例的点拨，学生就会熟知高考设题的方向，了解高考试题是如何与知识点相结合的。可以说，在“考点点睛”之后的“考例点拨”是给予学生的一把金钥匙。

三、考题点击

本丛书所选考题或者是各地历年高考题中对本知识考查点的涉及，或者是针对某些需要提醒之处的重点训练。“考题点击”是学生对知识点进行科学梳理之后必不可少的实战演练，有利于加深记忆，拓展思维，强化技法。

此外，考虑到不同层次学生的不同需求，本丛书又开辟了“创新拓展”版块，供学有余力的同学继续巩固提高。

本丛书命名为《高考考点总攻略》有两层意思：第一是本丛书每本书精讲一个考点，力争做到在这个“点”上讲通讲透；第二是学生经过本书点拨后即可学懂学透。

这个“点”，是水滴石穿中点滴之水的不懈，是点石成金中手指轻点的智慧，是点火燎原中星星之火无限潜能的释放，是京、冀、辽、吉、豫等各地一线名师联手对高中学习的重点点拨。

当然，再好的书也必须去学习才能体现它的价值，再美的愿望也需要同学们脚踏实地地从第一章读起。正所谓：

勤学如春起止苗，不见其增日有所长；

辍学如磨刀之砥，不见其损日有所亏。

开始读书吧！

耿立志

目　录

第一篇　基础达标

一、考点点睛……………………………………………………（3）
知识盘点……………………………………………………（3）
1. 任意角的三角函数……………………………………………（3）
2. 两角和与差的三角函数………………………………………（6）
3. 三角函数的图象和性质………………………………………（7）
方法整合……………………………………………………（8）
1. 任意角的三角函数……………………………………………（8）
2. 两角和与差的三角函数………………………………………（9）
3. 三角函数的图象和性质………………………………………（10）
二、考例点拨…………………………………………………（13）
1. 角的概念及任意角的三角函数………………………………（13）
2. 同角三角函数关系与诱导公式………………………………（15）
3. 三角函数式的化简……………………………………………（19）
4. 三角函数的求值………………………………………………（21）
5. 三角函数恒等式的证明………………………………………（26）
6. 三角函数的图象………………………………………………（30）
7. 三角函数的定义域和值域……………………………………（34）
8. 函数的最值……………………………………………………（37）
9. 三角函数的性质………………………………………………（39）

10. 已知三角函数值求角 …………………………………………… (46)
三、考题点击……………………………………………………………… (50)
附:考题点击参考答案……………………………………………………… (67)

第二篇　创新拓展

一、拓展链接……………………………………………………………… (81)
三角函数的概念及同角三角函数的关系 ………………………… (82)
三角函数的诱导公式 ………………………………………………… (83)
三角函数基本公式 …………………………………………………… (84)
三角函数式的求值 …………………………………………………… (85)
三角函数的图象和性质 ……………………………………………… (86)
三角形中的三角函数问题 …………………………………………… (89)
利用三角函数解应用题 ……………………………………………… (90)

二、潜能挑战……………………………………………………………… (92)
测试卷(一) ……………………………………………………………… (92)
测试卷(二) ……………………………………………………………… (95)
测试卷(三) ……………………………………………………………… (97)
测试卷(四) ……………………………………………………………… (99)
测试卷(五)……………………………………………………………… (102)
附:参考答案 …………………………………………………………… (105)
三、智能闯关 …………………………………………………………… (116)
测试卷(一)……………………………………………………………… (116)
测试卷(二)……………………………………………………………… (119)
测试卷(三)……………………………………………………………… (123)
测试卷(四)……………………………………………………………… (126)
测试卷(五)……………………………………………………………… (128)
附:参考答案 …………………………………………………………… (132)

第一篇

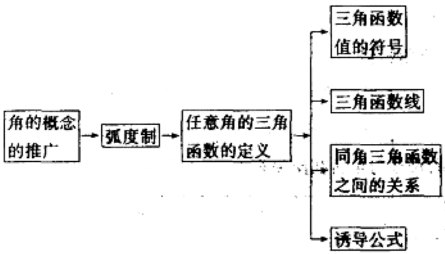
基础达标

一、考点点睛

知识盘点

1. 任意角的三角函数

(1)知识网络



(2)有关角的概念

在三角学中,角是如何定义的?又是如何分类的?请看下表:角的定义及角的分类.

角的定义:一条射线由原来的位置 OA 绕着它的端点 O,旋转到另一个位置 OB 产生的图形叫做角	
1. 由旋转方向不同而产生的角	正角:按逆时针方向旋转所形成的角,规定为正角
	零角:当一条射线没有作任何旋转时,规定为零角
	负角:按顺时针方向旋转所形成的角,规定为负角
2. 由终边旋转的周数不同而产生的角	$0^\circ \sim 360^\circ$的角
	大于 360°的角

续表

3. 由终边位置不同而产生的角	象限角：角的终边在第几象限，叫第几象限角
	轴线角：角的终边落在坐标轴上
4. 终边相同的角：所有和角 α 终边相同的角，连同角 α 在内可表示为 $k\cdot360^\circ+\alpha$ $(k\in Z)$	

(3)弧度制

弧度制的意义：圆周上弧长等于半径的弧所对的圆心角的大小为 1 弧度，它将任意角的集合与实数集合之间建立了一一对应关系.

弧度与角度的互换：$180^\circ=\pi\text{rad}$　$1\text{rad}=(\frac{\pi}{180})^\circ\approx57^\circ18'$

弧长公式：$l=|\alpha|r$

扇形面积公式：$S=\frac{1}{2}lr=\frac{1}{2}|\alpha|r^2$

(4)任意角的三角函数

定义：设 $P(x,y)$ 是角 α 终边上任一点，且 $|PO|=r$，则

$\sin\alpha=\frac{y}{r}$，$\cos\alpha=\frac{x}{r}$，$\tan\alpha=\frac{y}{x}$，$\cot\alpha=\frac{x}{y}$，$\sec\alpha=\frac{r}{x}$，$\csc\alpha=\frac{r}{y}$.

三角函数值的符号与角所在象限有关，如下表所示.

象限 / 函数 符号	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
$\sin\alpha$，$\csc\alpha$	+	+	−	−
$\cos\alpha$，$\sec\alpha$	+	−	−	+
$\tan\alpha$，$\cot\alpha$	+	−	+	−

(5)单位圆与三角函数线

在单位圆内借助于函数线的作用，可以得到三角函数的定义与有关基本公式，直观简明，是理解三角函数入门知识的重要途径. 如图 1-1，单位圆中三角函数值可以用有向线段的数量表示.

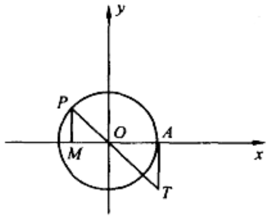


图 1-1

设$\angle AOP=\alpha$,则有:$\sin\alpha=MP$,$\cos\alpha=OM$,$\tan\alpha=AT$

同角关系也可以从圆中得到,$MP^2+OM^2=OP^2$,

即 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$,$\dfrac{MP}{OM}=\dfrac{AT}{OA}$,

即$\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$ 等.

(6)同角三角函数关系式与诱导公式

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$;$\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$;$\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$.

同角关系式主要应用为已知某角的一个三角函数值,求它的其它三角函数值;化简三角函数式;证明三角恒等式.

诱导公式中 $2k\pi+\alpha(k\in Z)$, $-\alpha$, $\pi\pm\alpha$, $2\pi\pm\alpha$ 的三角函数值,等于 α 的同名三角函数值,前面加上一个把 α 看成锐角时原函数值的符号. $\pm\alpha$, $\pm\alpha$ 等于α 的相应余函数值,前面加上一个把 α 看成锐角时原函数值的符号.

为便于记忆,还可用口诀表示上面的概括:“整 π 不变半 π 变,符号看象限”.

2. 两角和与差的三角函数

(1)知识网络

$$
\begin{tikzcd}[column sep=large, row sep=large]
\boxed{\begin{array}{l}\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta\\ \cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta\end{array}} \arrow[r, "\text{相除}"] & \boxed{\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}} \\
\boxed{\begin{array}{l}\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta\\ \cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta\end{array}} \arrow[u, "\text{用}-\beta\text{代}\beta"] \arrow[r, "\text{相除}"] \arrow[d, "\beta=\alpha"'] & \boxed{\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}} \arrow[u, "\text{用}-\beta\text{代}\beta"'] \arrow[d, "\beta=\alpha"] \\
\boxed{\begin{array}{c}\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha\\ \cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1\\ =1-2\sin^2\alpha\end{array}} \arrow[r, "\text{相除}"] & \boxed{\tan2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}}
\end{tikzcd}
$$

(2)两角和与差的三角函数

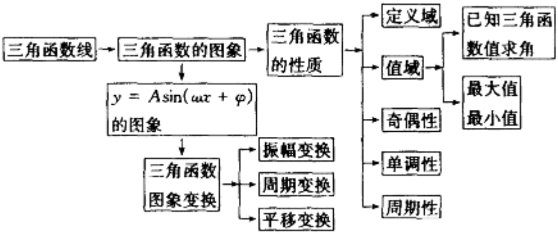
从内容上应抓住这些公式之间的内在关系．掌握这些公式的来龙去脉，能够帮助理解和记忆这些公式，这是学好本章内容的关键．

在这些公式中，$\sin(\alpha\pm\beta)$、$\cos(\alpha\pm\beta)$是基础，其它公式都可由它们推导而出，故可称两角和与差的正、余弦公式为加法定理，其它公式作为它的推论．

在$\sin(\alpha\pm\beta)$、$\cos(\alpha\pm\beta)$中，$\cos(\alpha+\beta)$又是最根本的一个．抓住最根本的一个，并掌握它们之间的内在联系，则可一通皆通．

3. 三角函数的图象和性质

(1)知识网络



(2)三角函数的图象

三角函数的图象是三角函数及其性质的直观反映，是研究三角函数及有关问题的重要工具. 它从"形"的方面反映了任意角(弧度数)与它的函数 y 的对应关系，形象直观，有助于理解和记忆三角函数的值域、最值、比较三角函数值的大小，解简单的三角方程和不等式.

要熟悉"五点法"做 $y=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0)$的简图. 五点的取法是设 $X=\omega x+\varphi$ 由 x 取 0、$\frac{\pi}{2}$、π、$\frac{3\pi}{2}$、2π 来求相应的值. 五点法作图的实质是选取函数的一个周期，将其四等分(取 5 个分点)分别找到函数图象的最高点、最低点，及"平衡点". 由于这五个点大致确定了函数图象的位置和形状，所以可以迅速画出函数的图象.

(3)三角函数的性质

函数解析式	$y=\sin x$	$y=\cos x$	$y=\tan x$
定义域	$x\in R$	$x\in R$	$\{x\mid x\neq k\pi+\frac{\pi}{2},(k\in Z)\}$
值域	$y\in[-1,1]$	$y\in[-1,1]$	$y\in R$
奇偶性	奇函数	偶函数	奇函数

续表

函数解析式		$y=\sin x$	$y=\cos x$	$y=\tan x$
单调性	增区间	$[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}]\ k\in Z$	$[2k\pi-\pi,2k\pi]$ $k\in Z$	$(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2})$ $k\in Z$
	减区间	$[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}]\ k\in Z$	$[2k\pi,2k\pi+\pi]$ $k\in Z$	
周期性		$T=2\pi$	$T=2\pi$	$T=\pi$

对于函数 $y=f(x)$ 如果存在一个非零常数 T，使得对于定义域内的任意值 x 都有 $f(x+T)=f(x)$，那么函数 $y=f(x)$ 叫做周期函数．其中非零常数 T 叫做这个函数的一个周期．如果 T 存在一个最小的正数，则这个最小的正数，叫做这个函数的最小正周期．一般地，如果 $T(T>0)$ 是函数 $y=f(x)$ 的一个周期，那么 $kT(k\in Z)$ 也是它的周期．

(4) $y=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0)$ 的图象与 $y=\sin x$ 的图象的关系

(a)振幅变换：将 $y=\sin x$ 的图象上各点的纵坐标变为原来的 A 倍(横坐标不变)，得到 $y=A\sin x$ 的图象．

(b)相位变换：将 $y=A\sin x$ 的图象上所有点向左($\varphi>0$)或向右($\varphi<0$)平移 $|\varphi|$ 个单位，得到 $y=A\sin(x+\varphi)$ 的图象．

(c)周期变换：将 $y=A\sin(x+\varphi)$ 的图象上各点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{\omega}$ 倍(纵坐标不变)，得到 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象．

方法整合

1．任意角的三角函数

(1)在角的概念中要注意到“第一象限的角”、“锐角”、“0°到 90°的角”以及“小于 90°的角”之间的区别．

(2)用单位圆表示角的区间可以直观地求三角函数的定义域以及解一些简单的三角不等式.

区间角用单位圆表示的一般步骤是:(a)写出符合条件的三角不等式;(b)单位圆内标出符合条件的角的终边区域;(c)写出上述区间的上下界角并加上通值.

(3)运用诱导公式求三角函数值的步骤是:任意角→正角→$0^\circ\sim360^\circ$的角→锐角→求值.正确理解及灵活应用同角三角函数式和诱导公式求值、化简、证明是重点内容并且是高考中常考内容.所以要熟悉三角函数式化简的要求:(a)项数尽量少;(b)函数种类尽量少;(c)次数尽量低;(d)尽量不含分母;(e)尽量不带根号;(f)能求出值的求出数值.

证明三角恒等式的一般方法:(a)化繁为简,从一边开始证得它等于另一边;(b)左右同一,证明左右两边都等于同一个式子(或值);(c)变换结论即改证与其等价的结论,三角变换技巧常用弦切互化;(d)"1"的代换法以及运用比例的性质.

2. 两角和与差的三角函数

(1)利用两角和与差的三角函数的基本公式、二倍角公式解决"三角函数式的求值问题"是该节的重点内容.通常有三种求值问题,即给角求值、给值求值、给值求角.特别要注意逆向使用和、差角公式与二倍角公式,以此将非特殊角的三角函数转化为特殊角的三角函数求解.在给值求值中,常用到三角函数的基本关系式及推论,有时还用到"配角"的技巧,解题的关键是找出已知的条件与欲求的值之间的角、运算及函数名称的差异,对已知式与欲求式施以适当的变形,以达到解题的目的.而给值求角的关键有二,其一、求出要求的角的某一三角函数值(通常以正切或余弦为目标函数).其二、确定所求角(已求该角函数值的)的相应函数在哪一个单调区间上(注意已知条件和中间所求函数值的正负并用).

(2)三角函数式的化简与恒等式证明,往往综合同角三角函数关系式及诱导公式进行三角恒等变换.化简要求及证明思路同前.需补充的是:对于无条件的三角恒等式证明常用分析法或综合法,关键是分析等式两边的三角函数式的特征,从角度与函数名称的关系,找出差异,寻找证明突破口.具体说就是先变角,再变函数名称,最后变结构特征,消去差异.而对于有

条件的三角恒等式的证明，常用方法有代入法、消去法，还有综合法和分析法. 关键是观察和分析已知条件和欲证的等式中左右两边三角函数式的区别与联系，灵活使用条件.

所谓代入法就是：将条件代入结论的一边证明等于另一边；或将条件分别代入欲证式的两边证明其相等；这样就把有条件的证明转化为无条件的证明，也可以将条件或结论变形后再代入. 消去法就是当已知条件中含有某些参数，通过消去参数达到证明的目的的方法. 而综合法是从条件出发推导出要证明的等式. 分析法是从结论出发，寻找结论成立的条件.

3. 三角函数的图象和性质

(1)求函数的定义域通常是解不等式组和利用“数形结合”，借助于数轴画成交集的方法进行. 也可在单位圆中画出三角函数线或作出三角函数图象求表示各三角不等式解集的区域的交集来完成.

(2)求三角函数值域所涉及的数学思想、数学方法及变形技巧非常丰富. 除了与代数函数一致的判别式法、配方法、换元法、平均值不等式、单调性等方法之外，还要结合三角函数本身特点，常有如下方法：(a)将所给的三角函数转化为二次函数再通过配方法求值域. 例如，转化为 $y=a(\sin x+b)^2+c$ 形的值域问题. (b)利用 $\sin x$、$\cos x$ 的有界性求值域. 如 $y=a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\varphi)$（$x\in\mathbf{R}$，$\varphi$ 由 $\tan\varphi=\dfrac{b}{a}$，及 (a,b) 所在象限确定）的值域是 $y\in[-\sqrt{a^2+b^2},\sqrt{a^2+b^2}]$，若角的范围有所限制，则函数的值还要进一步讨论.

(3)函数的单调性一般用于比较三角函数值的大小、找复合函数的单调区间、解简单的三角不等式等. 在比较三角函数值的大小时，应将不同名函数化为同名函数，自变量不在同一单调区间的化为同一单调区间的，或利用中间量的值比较. 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0)$ 等的单调区间的确定，基本思想是把 $\omega x+\varphi$ 看做一个整体. 比如：由 $2k\pi-\dfrac{\pi}{2}\leqslant\omega x+\varphi\leqslant 2k\pi+\dfrac{\pi}{2}$ $(k\in\mathbf{Z})$ 解出 x 的范围，所得区间即为增区间. 由 $2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\leqslant\omega x+\varphi\leqslant 2k\pi+\dfrac{3\pi}{2}$ $(k\in\mathbf{Z})$ 解出 x 的范围，所得区间即为减区间.

(4)函数的定义域是否关于原点对称是函数奇偶性的判定的重要条件