

汪奠基著

科學叢書
邏輯與數學
邏輯論

商務印書館發行

我這本書紀念我的先父

邏輯與數學邏輯論

本書重要說明：

我想用一部極簡單的歷史敘論法，將邏輯形式原理與它的進化發展，一一分別標明，所以試編這部“邏輯與數學邏輯論。”其內容約爲二部：

第一部 邏輯學

- (一) 第一二兩篇說明邏輯普通觀念和科學作用的分別，所謂形式邏輯的基本方法，完全以亞里士多德式的精神爲歸。
- (二) 第三四篇則爲邏輯問題的歷史研究，表示人類智慧認識方法的批評進化與邏輯哲學問題的傾向。

第二部 數學邏輯

- (三) 本部第一二三各篇完全發揮近代邏輯革新的原理，同時與第一部批評的傾向合而爲一科學邏輯的新形式表現。對於數學演繹的基本原理特別詳明，結果認數學科學思想握哲學思想的權能。

十五年九月十號，北京。

邏輯與數學邏輯論

目 錄

第一部 形式邏輯

第一篇 形式邏輯導言…………… 3

第一章 邏輯通論……………3

- 一 邏輯定名與其功用
- 二 邏輯與人生哲學的比觀
- 三 邏輯爲各科學的演合與其對各科學的關係
- 四 科學真實與邏輯思想律的範圍

第二章 形式邏輯各種研究及其對象……………12

- 一 邏輯與心理學的分別及其定義
- 二 邏輯不同的概念

第二篇 形式邏輯原理……………18

第一章 形式邏輯普通原理亞里士多德時之概念及思想律……………18

第一節 概念邏輯……………20

一	矛盾與因果的經驗概念	
二	無識的心理現象概念	
三	感覺性的混淆概念	
四	運動與自由意志的概念	
	第二節 判斷邏輯	22
一	形式邏輯只注意於觀念的連誼以語言補充之	
二	觀念的連誼爲內包與外延	
三	分析與組合判斷	
	第三節 推理邏輯	26
	I 直接演繹	27
	A 對置:其種類:	27
	矛盾法	
	差等法	
	大反對法	
	小反對法	
	B 換置:其法:	30
	普通的	
	特殊的	
	II 間接演繹	31
一	三段法與演繹	
二	三段式的定義及其通式	

三	三段式的規則	
	第二章 三段法.....	36
一	三段式之式與形	
二	四形之規範及其改造	
	複合三段式.....	43
一	不完全三段式的分別	
二	假言選言三段式及改造之特點	
	第三章 歸納形式.....	45
一	歸納推理	
二	伯海納與米爾等的論據	
三	歸納範圍的兩大觀念	
	1 類推性	
	2 假定性	
	3 形式歸納性	
四	歸納原理與判斷的分別	
	第三篇 邏輯原理歷史批評的論派.....	57
	第一章 演繹批評論派史.....	57
一	概念或類分的批評.....	57
	I 從希臘辯證思想到中世紀學院派	
	II 從十七世紀到十九世紀	
二	斷或標辭的批評.....	67

I	標辭意義與希臘判斷學說	
II	十七世紀各派之比較	
III	康德哈密圖米爾三大論宗	
三	推理或演繹式的批評	76
I	三段論之史觀：亞里士多德至十七世紀	
II	康德米爾斯賓塞等的批評	
III	莫剛坡來的新推理論	
IV	蔣風的批評及其論式	
	第二章 歸納批評論派史	100
一	歸納與三段式的關係	
二	十七世紀的歸納邏輯	
三	十八十九世紀英國歸納派	
四	二十世紀的歸納問題	
	第四篇 證明的論理形式	127
	第一章 推理證明的科學結構	127
	推理證明的真式如何	
	第二章 近代邏輯與哲學	139
	第二部 數學邏輯原理	
	第一篇 邏輯之新形式論	147
	第一章 數學與邏輯的重要	147

一	二十世紀科學進步的情形	
二	數學定義	
三	數學與邏輯的協和	
	第二章 爲什麼有所謂數學邏輯.....	153
	a 數學上直覺問題的爭點	
	b 賴布尼支的通性論與普遍數學論	
	第三章 爲什麼有新數學邏輯的產生.....	167
	1 亞里士多德派的邏輯根本太狹	
	2 賴布尼支的普遍數學邏輯也不完備	
	3 現代新數學邏輯補救的方法	
	第二篇 數學邏輯原理的演算.....	179
	第一章 邏輯之標辭演算	180
	第二章 邏輯之類分演算	188
	第三章 邏輯之關係演算	209
	第三篇 數學邏輯實用演算.....	220
	第一章 數學邏輯與或然演算	220
	第二章 數之邏輯觀	241
	第三章 結論.....	261

第一 部

形 式 邏 輯



第一篇 形式邏輯導言

第一章 邏輯通論

一 邏輯定名與其功用

我們先說形式邏輯爲思想或認識的工具。這種工具對於人類是否完全可能？哲學界續續不斷底爭點，差不多都從這個問題發端。由歷史上知道從前的哲學家都想到科學中必然有一種特別科學總各科學之祕密而爲一切需要的工具。從蘇格拉第與柏拉圖 (Socrate et Platon) 的辯證哲學 (Dialectique) 到 亞里士多德 的分析論 (Analytique)，都是研究這個問題的答覆。在 斯多葛派 學者 (Stoïcisme) 特定名爲：“邏輯。”同時如 哀畢居 的“經典法論，”亦爲此類思想運動之最著者。中世紀來所謂邏輯研究，成爲各科學之官能，降及十六七世紀後，進而有所謂方法論的研究。如是哲學家科學家，各自謹其辯證之方法與思想工具的應用。結果

在我們知慧與科學的完備上，哲學與認識的演進上，令我們思想界無法否認其：“惟邏輯方法為可能。”

雖然，二三世紀來，邏輯革命之聲，在在皆是。所謂“機關論”(Organum)已不能首列其席，而“新機關論”(Novum Organum)亦難安於作則；不過這種反聲進步，實在只算一種理性或論理的批評進化，為人類思想的自然表現。譬如說邏輯不是一種“藝術或科學”，謂人之理性，為自然存在於思想中者；這都是從思想中作思想的批評，對於邏輯本身，沒有重要底貢獻。實際專對這種異論，很能簡單底答覆：“邏輯並不是要給人以理性，而是示人以善用理性的方法。”邏輯真正的精神，只有表現其能逼近理性之前，而不能滿足於暴棄之行。所以只有科學家哲學家對於求知上，認邏輯研究為必要；而下儒俗學之士，尋常幾皆疏忽其作用。因為人類求知的心理，不能演為一致；所以一般應用道理中，不知道雜入多少非論理的錯誤。這種錯誤在粗俗精神習慣裏成了不可解的邏輯，而在普通科學精神的觀察中，因此也常常有比例的加入；所謂文化生活的社會上，許多不可能的非理性勢力，不可言的非正確判斷，幾乎都是這種不可思議的普遍，使人人非理非法底自然承認。所謂“通俗”之論，正是邏輯批評最難着手的深處。因為通俗的

性質，往往不能通分於各個人類，而亦不足適應於真精神的要求；即於人生哲學方面，已不成其爲法，然而因爲成了“通俗公例，”所以巴斯加兒 (Pascal) 說：“人生哲學(道德)之原理，要在我們善於思想。” 就是說，通俗之中，必然有邏輯的應用。

二 邏輯與人生哲學的比觀

道德上的善惡與邏輯上的真僞本不同類，然而前者能受邏輯的判斷；道德上的真僞與邏輯上的好壞亦不同類，然而它又能受邏輯的分辨。道德上的事件都是非進取的，而邏輯的精神，雖不能創造完全智慧底人類，却能促進與發展人類思想的進步。它由善惡真僞的觀察上，能引導精神，隨入正路；又由生命或科學，或推理，或事實之估定，或估定事實之發展的各個範圍裏，找出錯誤的原因來。其行動與判斷，完全由真理試驗中比較出來；如果能得到十分滿足的結果，或作道德的標示，或作科學的定律，都是絕對的論理功用。我們社會中，知識界，假如說到沒有邏輯的一字，那麼，一定是不要真理，肯定錯誤；如此世界，其實現底可能，一定超過我們論理空間。在我們自己的經驗過程上數來，這是意外的，不久的；在人類中只有最大底或然偶現可能。再假如真理本身爲個體的無窮，邏輯本身又爲個體的差別，

那我們又一定不知道所謂真理的存在，簡而言之，邏輯一字亦必不能認識；這至少是我們不可能底空間。

我們的空間是邏輯的，進而言之，是科學的。我們的事事物物，一往一來，一起一伏，一加乘一減除，環天象，繞地面，長年戰禍，終日勤勞，種種機械的動，許多幾何的形，上下左右，古今前後如整數之序列，如時間之接續，皆歷歷陳於各個人們的腦際，無論其若何無算，終於有限底安排。這都不是心靈記憶的作用，實在是形式邏輯的原理。再如觀念之追隨，定量之正確，觀察之精深，推理之堅固，以及普通知識之觀察，指導，完備，修正，由推理到想像，由官感與記憶到理性本身，也都不是心理學的範圍所能包括；而人生哲學，更不能單獨過問了。但是它與邏輯的接近很多，它用邏輯解決問題的地方，不獨像其它科學樣完全倚為方法，還具一種特別情形，直認為論理的根據。因為邏輯問題中包含我們智慧預料的各種問題。人為道德動物，其條件須有知識存在；其所預料的總集中又須為邏輯所有。所以說“善於思想，即為道德之原理。”而善於思想的條件，當不能出邏輯所有預料之外。人類同非理性的爭鬪，有頂戴真理屈服懷疑的可能，皆恃真正邏輯的工具為其科學攻取的利器。因為意志勇敢強健，需用真理支持一切，

精神如果沒有深澈地信仰，則必失之於顛；從是疑信無關，生死不省的現象，漸演為不知所以然的進步，與不知所以然的競爭；我們社會上往往說是：“這真豈有此理，”正是此類的驚駭。從邏輯的科學上看，我們不是認識權力的嗎？那麼，就應該知道使用權力征服奇異。我們又不是認識仇敵的嗎？那麼，也就應該知道據理力爭，掃除阻礙。邏輯的認識為完全底實際底，專為出奇攻敵，不是數學家只認數學的證明，演說家只有類推的比喻，也更不是詩人用數學的演算，數學家做詩人的修辭。它的習用處理，對任何物為有效，對任何理亦為適合，因為它研究一切知識的方法，又包所有特殊的方法，它不只是告訴我們在什麼物體上應用，還告示我們在什麼程度上，什麼時間上就應該用的。這裏自然表現邏輯為各科學之科學：譬如數學物理，自然科學，實業，商業，都是部分的應用知識佔首，而邏輯則專為我們預備一切應用的可能；一層用理性作徵求科學的工具，一層用科學作完備理性的工具。這都只是惟一邏輯的原動所能。

三 邏輯為各科學的演合與其對各科學的關係

這樣看來，邏輯成了各科學公理的演合，與包容萬有現象的公同宇宙了。自然，譬如社會的事變無窮，如

果沒有邏輯習慣，撇去微末，拈起通點，又何從解決社會問題？所謂通點，又是什麼意義？在人生哲學，社會科學之中，實在很不容易回答，惟有舉出真正演繹精神的科學為例。如普通算學的加法定律，我們說五加七等於十二，八加四也等於十二，三加九也還是等於十二；假如加減乘除合起來，求十二的演算可以推到無窮。我們把這許多求十二的式子列起來，知道任何等式之左邊等於其右，而任何等式之左邊亦必等於其它任何等式之右邊，換言之，任何兩等式之同邊相等，而任何兩等式之異邊亦必相等。同其同為同，而異同其同亦必為同，是即我所謂“通點，”邏輯定律名之曰：“齊一律。”凡是等於十二的數為邏輯必然結果，而求所以等於十二的演算，則為各科學分類的研究，故曰：一切科學為一般真理的法式。

完全研究這個問題，就是邏輯的方法論。在我們所謂形式邏輯之外，而為實用邏輯的對象。但是形式與實用之分，不過為研究上相對的便利，並非絕對須如此劃別，因為實用方面的原素，自然要與形式方面的方法相接，而形式方面的研究，亦自然為實用上一般應用的假定。我們要知道科學原理與邏輯對象的勾結有如鐵圓相連，非常堅固。譬如閉眼摸着鐵鍊，總覺得各

圓節處處不斷，而由節節生節的結點，表現鐵鍊的存在是連環的，這種存在就是邏輯在科學中的實體表現。假如鍊子的各節全截斷了，部分的真實仍就存在，所謂“鍊子”就沒有了。所以科學本身與理論都是真實的分子，而在普遍與實驗上，就要邏輯聯和，因為邏輯的科學是無錯誤的。

四 科學真實與邏輯思想律的範圍

所謂科學，都有一定的實體；其所研究的定律，就是它的對象。譬如數學科學方面的幾何學，其實體為容積與形體二者；天文學的實體，則為星辰之類；生物學的實體，則為生命現象之類；心理學的實體，則為心理現象之類。而實體的表現，又不是本身絕對底可能，所以各科學還有一定的外形。我們要研究對象的定律，不在實體上，而在外形集合的方法上。這種集合的方法，就是關係的存在。由某種科學方法到其它某種科學方法，都有自然的變動。而變動的主因，又不出邏輯原動之外，譬如幾何家研究一種公律，而又證明某項定理，與物理家發明一種定律，而又造成某項物理的現象兩都不同。因為科學實體彼此相異，其對象的研究，當然有幾何物理之別。假使我們自己同時是幾何學家與物理學家，研究這方面的定律，一定不能同時用那方面的