

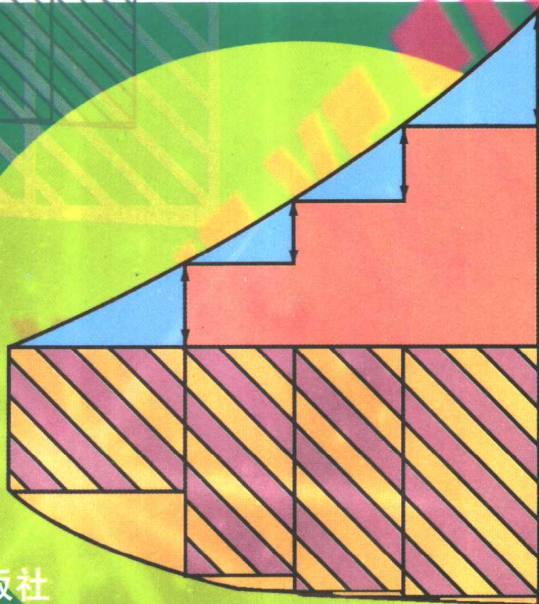
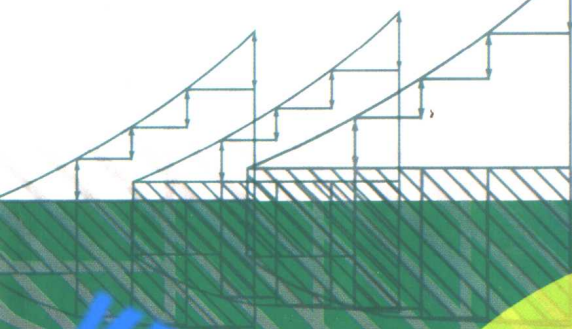


科学家爷爷
谈科学

画中漫游微积分

著名科学家谈微积分

林 群 著



广西师范大学出版社

科学家爷爷谈科学



画中漫游微积分

——著名科学家谈微积分

林群 著

广西师范大学出版社

科学家爷爷谈科学
画中漫游微积分
——著名科学家谈微积分
林 群 著

责任编辑:宋铁莎

封面设计:陶雪华

责任校对:肖向阳

版式设计:林 园

广西师范大学出版社出版发行

邮政编码:541001

(广西桂林市中华路36号)

广西民族印刷厂印刷

*

开本:880×1230 1/32

印张:2

字数:45千字

1999年1月第1版

1999年1月第1次印刷

印数:00 001—20 000册

ISBN 7-5633-2785-1/O·033

定价:5.00元

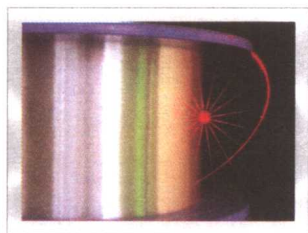
《科学家爷爷谈科学》丛书
编辑出版工作委员会

主任:何林夏

委员:肖启明 汤志林 陈仲芳 龙子仲 廖幸玲
沈明 姜革文 郑纳新 梁再农 覃丽梅
唐丹宁 宋铁莎 于诗藻 李敏俐 肖向阳
李苑青 林园 莫庆兰



编者的话



科学是什么呢？

远古的时候，人们看到世界上有许多稀奇古怪的事物，弄不懂它们是怎么回事，就用想像来解释它们的存在。比如说，看见风在吹，就想：风不会无缘无故吹来，一定有个什么东西在风的后面吹气或扇扇子。这个在风后面的东西，古人就管他叫风神。

后来，随着人类生产实践的发展，人们发现了很多事物的规律，比如，风是因为空气中冷暖气压不同造成气体流动而形成的。这种通过实践而掌握的对事物的客观认识，就是一种科学认识。科学与神话的区别正在于客观性和主观性的区别上。科学观念是一种对待未知世界和已知世界的客观的态度，认为世界万物都是有联系的，因此可以在实践当中发现它的客观规律。这种规律，被记录传播下来，就是科学知识；对这些知识的实际运用，就是科学技术。



科学知识可以增进和强化人们的科学观念；同样，科学观念又促使人们发现更多的科学知识。所以，我们在学科学的时候，一方面要学习科学知识，另一方面更要树立科学观念。

基于上述认识，我们组织了这套《科学家爷爷谈科学》丛书。作者们绝大多数都是中国科学院的院士，是名副其实的科学家。他们长期从事科学研究，具有最进步的科学思想，掌握着最新、最丰富的科学知识，并对树立和普及中华民族的科学世界观有着崇高的道义感，这就注定了这套丛书的特色：

首先是丛书所介绍的科学知识的严谨性、尖端性和权威性。作者们长期工作在世界科学研究的前沿，对科学的发展有着精深的理解和高远的前瞻。他们所介绍的科学知识，也是最新、最好的。

其次是丛书作者不只是单纯地介绍科学知识，而且字里行间都贯穿着客观认识世界的科学智慧和科学观念。读者从中不仅可以获得科学的世界观，而且还可以获得科学的人生观，以及科学认识的方法。

最后，这套丛书涉及领域很广，从自然科学到技术科学到哲学社会科学，无不涉及。丛书首批 28 个分册，每分册谈及一个分支学科或研究领域，以图文并茂的形式、生动活泼的语言，介绍本学科或研究领域的起源、发展、研究内容、代表人物、分支流派、社会作用及发展趋势等基本内容。大科学家的大手笔的驾御，使这些丰富深奥的内容得以简洁、通俗地表现。

可以确信，这是国内少见的、最具科学品位的一套科普读物。我们也相信，它的作用和影响，一定会被带到下一个世纪。

1998 年 8 月



目 录



- 1 序
- 5 一 初中微积分：看图识字
 - 7 ● 树有多高与初中三角
 - 9 ● 缆车爬高与大学三角
 - 11 ● 微积分
 - 12 ● 画像
 - 13 ● 牛顿的世界模式
 - 15 ● 其他案例
- 17 二 高中微积分：代数表达



- | | |
|----|-----------|
| 18 | ● 曲线和函数 |
| 19 | ● 连续函数 |
| 19 | ● 切线 |
| 20 | ● 微商 |
| 22 | ● 微积分基本公式 |
| 25 | ● 弧长 |
| 25 | ● 速度和路程 |
| 29 | ● 积分算法 |
| 30 | ● 曲面积 |
| 32 | ● 函数和微分方程 |
| 33 | ● 曲线方向图 |
| 34 | ● 新数学 |



三 历史回顾

- 算术和初等代数
- 初等几何
- 初等数学总结
- 微积分的背景

参考文献

35

37

41

47

47

53

序





一、微积分的来源

传统的积分来源是计算曲边下的面积：

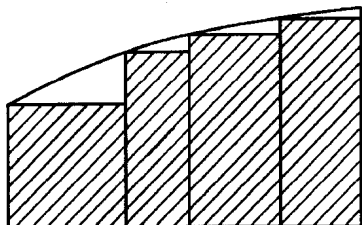


图 1

这里将总面积当做许许多多小矩形面积之和。这就是公元前阿基米德的求积方法，它需要无穷的运算。

二、微积分的方法

本册子将积分的来源和微分的来源联系起来，后者是求另一曲边下的高度：

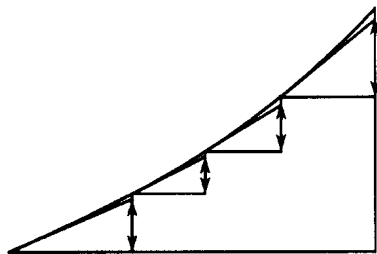


图 2

这里将总高度当做许许多多“微分三角形”的高度之和，而这条曲边下的微分三角形的高度相当于前面那一条曲边下的小矩形的面积。可以



将上面两张图摆在一起：

于是，下面图形求面积的无穷运算变成了上面图形求高度的一次运算。这就是牛顿等人的微积分基本公式。

三、微积分的精神

我们必须学会用图形，或用常识来解释微积

分的精神：将一个大企业分而治之，每一个小企业好治理——只有小小的错误，它们加起来也不过是小错。相反，一个大企业不好治理，她犯的不是小错。

所以，分而治之是个保险的办法，是大错降为小错。这就是微积分的精神。

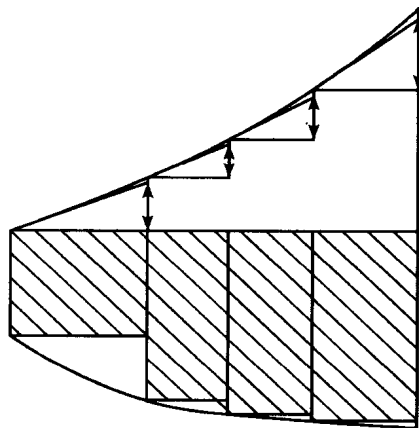


图 3

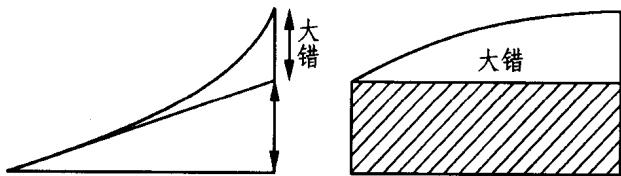


图 4

四、效率估算

教材变薄，教学方法或学习方法的改进，能为多少学生节省多少



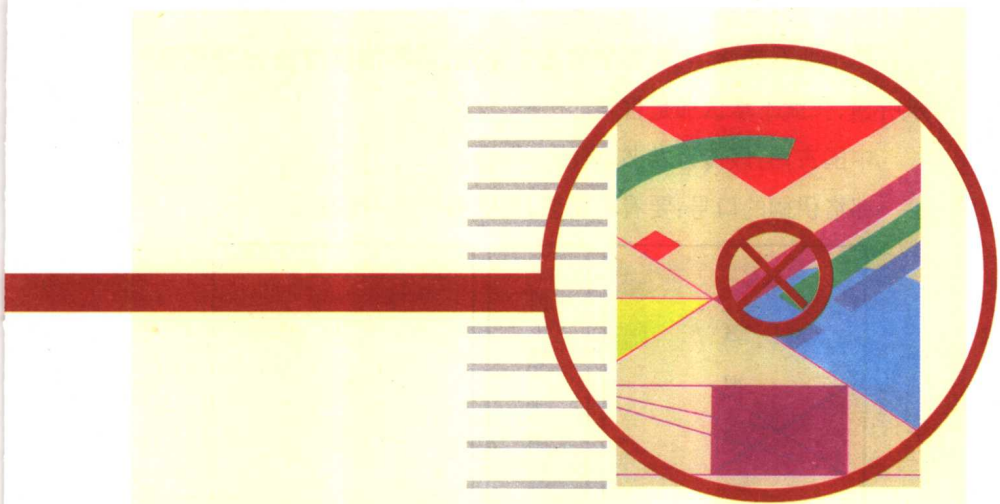
时间呢？粗估一下：我国设有 10^3 所大学，每年大学设有 10^3 人学微积分，如果按变薄后的方法，每年每人少说省下 10 个学时，那么仅在我国，每年可省 10^7 个学时，10 年可省 10^8 个学时，这相当于 1 万年（1 天以 10 小时计，1 年以 10^3 天计），或者说相当于 1 万名学生各省下了 1 年的时间。反之，如果因为教材、教学方法或学习方法的误导，每年可能使百万人陷入迷途。

五、建立信心

如果读者经过认真阅读之后，还是弄不清微积分是什么，那么不要以为自己水平低；相反，要理直气壮地认为著者没有水平。像华罗庚能从多样的优化学科中点出一个数 0.618（或折纸法），让大众使用；吴文俊能将复杂的方程求解变成机械性的操作，让中学生掌握。这是因为他们的水平高，懂得透，能将获得的知识传播给大众。所以，读者懂或不懂，恰好是反映著者水平高或低的镜子。读者是公正的裁判员。

六、感谢

几位院士（姜伯驹、李大潜、叶大年、刘应明、赵忠贤等）以及夏志宏教授等提出的建议已经采纳在正版之中；广西师范大学出版社的编辑对于文稿的加工作出自己的贡献；我的学生吴冬生、杜留等不厌其烦地对原稿作修订；还有林逢悦的有益观点。有些大学，如河北大学、北航、青岛海洋大学、湘潭大学、广州商学院、深圳大学，准备以此书作为文科讲座的依据。此外，本册子借用了浙江教育出版社一书中若干图片。



● 一 初中微积分：看图识字



托尔斯泰的话：一种哲学的基本原理，若不能讲得让 15 岁的孩子听懂，我就不承认那是哲学。

中国古话：假传万卷书，真传一句话。

弗洛伊德的口号：要看不要想，真看清了就不要想。



图 5

微积分是自然哲学，要在大学学一两年，那么它的原理能否不用费解的数学公式，只用一张画像，也能让初中生看得懂？

据说牛顿称他的万有引力理论是由苹果落地引出的。还有一幅漫画：牛顿在树下思考，正好看到苹果下落，使他迸发出来万有引力的概念。那么，牛顿的微积分又是怎么出台的？除了物理的思考，有没有一张更直观的画像便能看清它？

这个问题萦回笔者脑际，直到一次偶然的树下散步，发现了看待积分的新角度，才使微积分的关系水落石出。



图 6



● 树有多高与初中三角

笔者在大树下散步,旁边有人说,年年有人来测量树高。

此时,按照笔者以往的经验,初中做过的一道三角练习,便闪现出来,这是一张画像,将直角三角形的高,跟斜边的水平角,即视角加以联系,见图7。

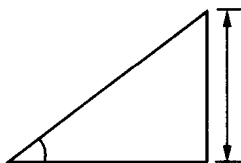


图7

于是笔者悟出一个道理:求高必须利用视角,或者求高必须与视角联系起来。

试想如果没有视角相助,要测树高必须将树砍倒。但是,一旦与视角联系起来,求高就无须付出砍树的代价。可见,视角的概念多么有用。

但是谁想得到,这个初中三角道理竟会成为以后学微积分的根据。这本小册子正是沿着这个道理,推出微积分的一般原理,而不必过多运用数学技巧。

求高与视角加以联系,虽是初中学过的道理,但是提供了一个有力的根据,作出了一般的结论,这就是数学家外尔讲的原则:一切非直接的度量(如树高)最后需要依赖于直接的度量(图8)。

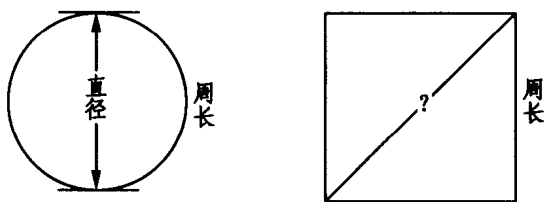


图8

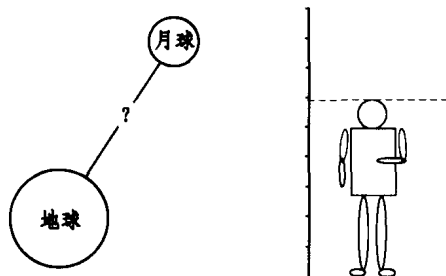


图 9

或者说,度量那些可度量的,并使不可度量的成为可度量的(图 9)。

这也是做事的一般性原则:先做那些会做的,将不会做的与会做的加以联系,并使不会做的成为会做的(图 10)。

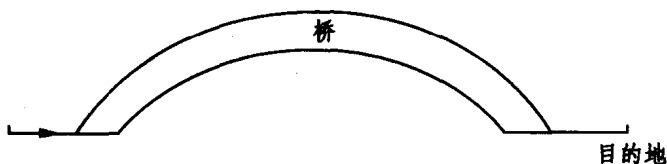


图 10

更广泛地说,建立好自己的根据地,再扩大地盘。

还有人说,数学的本领就是可以找到不同事物之间的联系。