标准化题型分析与研究

初中数学

BIAO ZHUN HUA TIXING

天津科学技术出版社

责任编辑：刘　众

标准化题型分析与研究
初 中 数 学
丛书顾问　崔孟明
编　　者　李勃梁　徐望根
　　　　　梁子木　李坚毅
·
天津科学技术出版社出版
天津市赤峰道130号
河北省景县印刷厂印刷
新华书店天津发行所发行
·
开本787×1092毫米　1/32　印张11.125　字数235 000
1988年3月第1版
1988年3月第1次印刷
印数：1—228 000
ISBN 7-5308-0205-4/G·33　定价：2.10元

前　言

“教育要面向现代化，面向世界，面向未来”，这是教育改革的战略性指导方针。为贯彻这一方针，必须按教育科学规律进行教学，使学生在生动活泼的教学活动中主动发挥能动性。既要提高教学质量，又要减轻学生学业负担，以使学生在德、智、体、美、劳各方面获得协调发展，成为有理想、有道德、有文化、有纪律的社会主义现代化建设人才。许多专家、学者和广大教育工作者正在这方面进行探索和实践，并有一定建树。

《标准化题型分析与研究》是关于测试科学研究与实践的丛书，可供考试改革和教学实践参考。

众所周知，目前的考试存在着一些弊病，如命题守不住“双基”，可靠性、有效性差，评分不客观，考试结果纵向和横向的可比性差等。实践证明，以这种形式的考试作教学的“指挥棒”，会使教育偏离正确目标。因此，在当前教育改革中怎样改革测试与考试，特别是从目标和能力要求上，如何使测试、考试与教学成为一个和谐的整体，已成为十分突出的问题。本丛书对有关标准化题型进行了系统的分析研究，从这些分析和研究中已可看出标准化测试和考试的积极意义。标准化测试和考试，能以其准确、迅速的反馈为教学过程的调整及时地提供必要的信息，以保证教学在可能的最佳状态下进行；标准化测试和考试，不再与教学对立，并且

成为教学过程中不可缺少的主动环节；标准化测试和考试还能解决教师授课和学生学习中一些技术性问题。

本丛书分高中和初中两部分。高中部分按学科共分九册；初中部分有数学、物理、化学、语文、英语五册。每册都是先分析有关题型的结构特点，研究它们的使用范围和使用方法。为使读者尽快掌握乃至运用这些题型，每种题型后都给出了必要的例题；书中还设有若干组研究题，供读者实践参考。各册书中的例题和参考题例都是按相应学科的知识结构编写的，它们能很好地满足教学大纲对覆盖面的要求，也符合标准化测试对知识、能力、难度三个维度的要求，有些题还是经测试后编入的。这些题用于课堂训练反馈，学生预习、复习后的自我检测都会收到良好效果。

本丛书是在一系列专题讨论、教学实践、经验交流等活动基础上编写的，是研究和实践的成果。有关本书的学术讨论和教学实践，均是在景山学校校长、联合国教科文组织研究员崔孟明同志主持和指导下进行的。

由于水平限制，本书可能有不妥之处，恳请读者批评指正。

编　者

1987年10月

目　　录

第一部分　标准化题型研究

第二部分　教师命题参考题例

第三部分　标准化题型解题思路与方法

第一部分　标准化题型研究

随着标准化考试在我国各种考试中推广，标准化试题逐步被大家所熟悉．标准化考试，包括命题设计，考试实施，评分记分和分数转换等四个环节．其关键是命题和评分的标准化，命题强调科学性和答案的唯一性，评分强调客观性．

标准化考试是以教育测量理论为基础的现代化考试，它按照系统的科学程序进行组织，对考试的各个环节进行科学的控制，使各种误差减少到最低限度，使考试结果具有较高的信度、效度和区分度．

标准化考试命题的特点是，试题的取样范围广，题目小巧，考查知识覆盖面大，增加思维容量，题目难易适度，答案简洁明确，评分客观准确．能全面地体现教学计划、教学大纲和教学的要求．不仅能正确考查出学生掌握基础知识的水平，也能考查学生各种能力的水平．使考试具有较高的可靠性和有效性．

现将国内外流行的一些题型列举如下：

一、一解选择题

这种题目，一般是在问题后面给出四五个可供选择答案（通常称做备选答案），在这些答案中，只有一个最符合题目要求的正确答案．应试者在考试中能够果断、迅速将这唯一

正确答案找出来，将其代号填在题目指定的括号里。因为所设计的问题只有唯一的解，要求应试者从备选答案中选出这唯一正确答案，所以把这种题叫做一解选择题。

例如，如果$x<-2$时，化简$|1-\sqrt{(1+x)^2}|$的结果是 ( )

(A) $2+x$； (B) $-2-x$；

(C) x； (D) $-x$； (E) -2

本例是在给定的限制条件下，对代数式进行化简。事先给出五个备选答案，因为是一解选择题，那么在五个备选答案中，肯定应该有一个是正确的，而且只有一个是正确的。

当$x<-2$时，$1+x<0$，则。

$$原式=|1-[-(1+x)]|=|1+1+x|=|2+x|$$

又因为$x<-2$，所以$2+x<0$。则

$$原式=-(2+x)=-2-x。$$

这样就从五个备选答案中，选择出一个正确答案(B)填在题目后面的括号里。

下面再举几个例子说明

【例1】 $\left\{\left[3\frac{3}{4}\div\left(-\frac{1}{4}\right)+(+0.4)\times\left(-\frac{5}{2}\right)^2\right]\div\left(-\frac{5}{3}-20\right)\right\}\times(-1)^{37}$ 的值是…………… ( )

(A) -12.5； (B) 12.5；

(C) 125； (D) -125。

解法：可以估计出方括号内的是负值，花括号内的是负值，故原式为正值，应排除(A)和(D)。另外，可以估计出原式的值不会超过100，应排除(C)。应选(B)。

上面选择时用的是排除法，也可以用计算进行选择：

$$
\begin{aligned}
\text{原式} &= \left\{(-15+2.5)\div\left(-\frac{5}{3}\right)-20\right\}\times(-1)^{37}\\
&= \left\{-12.5\div\left(-\frac{5}{3}\right)-20\right\}\times(-1)^{37}\\
&= \{7.5-20\}\times(-1)^{37}\\
&= (-12.5)\times(-1)^{37}\\
&= (-12.5)\times(-1)\\
&= 12.5.
\end{aligned}
$$

【例2】 x的3倍与y的$\frac{1}{2}$的差的5倍用代数式表示是……………………………………………………（　　）

(A) $3x-\frac{5}{2}y$；　　(B) $\frac{5}{2}(3x-y)$；

(C) $15x-\frac{5}{2}y$；　　(D) $3x+5\left(y-\frac{1}{2}\right)$.

解法：按数量关系的顺序，先求出 x的3倍，即$3x$；再求出 y的$\frac{1}{2}$，即$\frac{1}{2}y$。然后相减，得$3x-\frac{1}{2}y$。最后得它的5倍，即$5\left(3x-\frac{1}{2}y\right)$，化简得$15x-\frac{5}{2}y$。故应选（C）。

【例3】 与方程$\frac{x}{0.7}-\frac{1.7-2x}{0.3}=1$同解的方程是……………………………………………………（　　）

(A) $\frac{10x}{7}-\frac{17-20x}{3}=10$；

(B) $0.3x-0.7(1.7-2x)=2.1$；

(C) $\frac{10x}{7}-\frac{17-20x}{3}=1$；

(D) $3x-7(1.7-2x)=21$.

解法：因为$\frac{x}{0.7}=\frac{10x}{7}$，$\frac{1.7-2x}{0.3}=\frac{17-20x}{3}$，所以应选（C）.

【例4】 其值为零的数式是…………………（　　）

(A) $\left(-0.25+\frac{1}{7}+0.123\right)\left(-0.125+\frac{8}{25}+\frac{1}{8}-0.32\right)$;

(B) $\left(-0.26+\frac{1}{7}+0.123\right)\left(-0.125+\frac{9}{25}+\frac{1}{8}-0.32\right)$;

(C) $\left(-0.265+\frac{1}{7}+0.123\right)\left(-0.125+\frac{2}{5}+\frac{1}{8}-0.32\right)$;

(D) $\left(-0.266+\frac{1}{7}+0.123\right)\left(-0.125+\frac{1}{5}+\frac{1}{8}-0.32\right)$.

分析：在第一个括号中，应注意到$\frac{1}{7}$可化为无限循环小数，而其余两项的和是有限小数，故第一个括号的值不是零。在第二个括号中，要考虑常见的分数化为小数（或小数化为分数）的转化工作。

解法：$\because \frac{1}{8}=0.125, \frac{8}{25}=\frac{32}{100}=0.32$,

$\therefore -0.125+\frac{8}{25}+\frac{1}{8}-0.32=0$

故应选（A）.

说明：这类其值为零的数式题，宜用巧算。

【例5】 能使分式$\frac{x^3}{y}-\frac{y^3}{x}$的值为$112\sqrt{3}$的$x$、$y$值，是下述备选答案的……………………………………（ ）

（A） $x=1+\sqrt{3}$， $y=2+\sqrt{3}$；

（B） $x=2+\sqrt{3}$， $y=2-\sqrt{3}$；

（C） $x=2+\sqrt{3}$， $y=1-\sqrt{3}$；

（D） $x=1+2\sqrt{3}$， $y=2-\sqrt{3}$.

解法：容易估算出：对于（A），$\frac{x^3}{y}$比$\frac{y^3}{x}$小，原分式的值为负值；对于（C），$y<0$，$\frac{x^3}{y}$，$\frac{y^3}{x}$都为负值，且$\frac{x^3}{y}$的绝对值比$\frac{y^3}{x}$的绝对值大，原分式的值也为负值；对于（D），原分式的值大于$112\sqrt{3}$。故应选（B）.

事实上，由（B）得$x+y=4$，$xy=1$，$x-y=2\sqrt{3}$，有

$$\frac{x^3}{y}-\frac{y^3}{x}=\frac{x^4-y^4}{xy}=\frac{(x^2+y^2)(x^2-y^2)}{xy}$$

$$=\frac{[(x+y)^2-2xy](x-y)(x+y)}{xy}$$

$$=(4^2-2)\cdot 2\sqrt{3}\cdot 4=112\sqrt{3}.$$

【例6】 如果$\sqrt{(2x-1)^2}=1-2x$，那么

………………………………………………………………（ ）

（A） $x>\frac{1}{2}$；　（B） $x<\frac{1}{2}$；

(C) $x=\frac{1}{2}$； (D) 以上结论都不对。

解法：由算术根的概念，应有 $1-2x\geqslant 0$，由此得 $x\leqslant\frac{1}{2}$. 故应选（D）。

【例7】 $\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}$的有理化因子是………（ ）

(A) $\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}$；

(B) $\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{4}$；

(C) $\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}$；

(D) $\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}$.

分析：此题是公式 $x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$ 的活用，善于把$\sqrt[3]{2}$看成 x，把$\sqrt[3]{3}$看成 y。

解法：∵ $(\sqrt[3]{3})^3-(\sqrt[3]{2})^3$

$$=(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2})[(\sqrt[3]{3})^2+(\sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{2})+(\sqrt[3]{2})^3],$$

即 $$1=(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}).$$

∴ $\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}$的有理化因子是$\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}$。故应选（D）。

【例8】 $\sqrt{4(\lg 3)^2-\lg 81+\lg 10}$ 的化简结果是……………………………………………（ ）

(A) $1-\lg 6$； (B) $\lg 6-1$；

(C) $1-2\lg 3$； (D) $2\lg 3-1$.

分析：常把被开方数化成某数平方的形式，即把原式化成$\sqrt{x^2}$的形式，然后根据x的值的符号和算术根的概念，再对$\sqrt{x^2}$进行化简选择。

解法：$(1-\lg 6)^2\neq 4(\lg 3)^2-\lg 81+\lg 10$,

排除(A)；$\lg 6-1$ 及 $2\lg 3-1$ 都是负数，应排除(B)、(D)．故选（C）．事实上，有

$$
\begin{aligned}
\text{原式} &= \sqrt{4(\lg 3)^2-4\lg 3+1} \\
&= \sqrt{(2\lg 3-1)^2} \\
&= 1-2\lg 3.
\end{aligned}
$$

【例9】 已知$a^2+b^2=1$，$c^2+d^2\leqq 1$，$ac+bd=0$，那么$ab+cd$之值……………………………………（ ）

（A）1；（B）0；（C）0或1；（D）不定．

分析：设法使$ab+cd$与a^2+b^2、c^2+d^2、$ac+bd$挂钩．

解法：
$$
\begin{aligned}
ab+cd &= ab(c^2+d^2)+cd(a^2+b^2) \\
&= (a^2cd+abc^2)+(abd^2+b^2cd) \\
&= ac(ad+bc)+bd(ad+bc) \\
&= (ad+bc)(ac+bd)=0.
\end{aligned}
$$

故应选（B）．

【例10】 设a、b、c、d都是非零实数，那么在$-ab$、cd、ac、bd这四个数中，下面结论是正确的是………（ ）

（A）全是正数；　　　（B）全是负数；

（C）其中两个是正数，另两个是负数；

（D）至少有一个取正数，且至少有一个取负数．

分析：要抓住数中字母搭配的特点．

解法：考察

$$(-ab)(cd)(ac)(bd)=-a^2b^2c^2d^2$$

∵ a、b、c、d都是非零实数，

∴ $-a^2b^2c^2d^2$为负数．

由于$-ab$、cd、ac、bd这四个数的积为负数，故应排除（A）、（B）、（C），应选（D）．

说明：也可以这样选择，如取$a=b=c=d=1$，有$-ab=-1$，$cd=ac=bd=1$，故应选（D）.

【例11】 方程$\frac{(3a^2+1)}{3}x=\frac{a^2(x-4)}{4}$的解是……………………………………………………（ ）

（A）$\frac{-12a^2}{9a^2+4}$；（B）$\frac{12a^2}{9a^2+4}$；

（C）$\frac{-12a^2}{9a^2-4}$；（D）$\frac{12a^2}{9a^2-4}$.

分析：应考虑解的结构和方程的特点.

解法：当$a^2=\frac{4}{9}$时，原方程有解，而（C）、（D）中的解不存在. 故应排除（C）、（D）. 另外，当$a\neq0$时，（B）中的解代入原方程，得方程的左边是正数，右边是负数，不适合原方程，故应排除（B）. 应选（A）.

说明：从解的结构和方程的特点考虑来进行选择，有时比较方便且可节省时间. 此题如果用解方程来进行选择也可以.

【例12】 不论x、y是什么实数，$5x^2-2xy+y^2-4x+1$，一定是……………………………………（ ）

（A）正数；（B）负数；（C）非负数；

（D）正数、负数和零都会出现.

分析：可考虑配方.

解法：$5x^2-2xy+y^2-4x+1$

$=(4x^2-4x+1)+(x^2-2xy+y^2)$

$=(2x-1)^2+(x-y)^2$.

当 $x=\frac{1}{2}$且 $x=y$时， 原式取值为零， 其余情况为正值. 故应选（C）.

【例13】（1）n边形的内角和等于………（　）

（A）$n\cdot180°$；（B）$(n-1)\cdot180°$；

（C）$(n-2)\cdot180°$；（D）$(n-3)\cdot180°$.

答：（C）.

（2）$1-\sqrt{3}$的倒数是

（A）$1-\frac{\sqrt{3}}{3}$，（B）$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.

（C）$-\frac{1+\sqrt{3}}{2}$；（D）$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

答：（C）.

【例14】 下面判断是错误的…………………（　）

（A）相邻两个正整数的乘积能被2整除；

（B）相邻三个正整数的乘积能被6整除；

（C）相邻四个正整数的乘积能被24整除；

（D）相邻五个正整数的乘积能被100整除；

答：（D）.

说明：对于选择题来说，（A）、（B）、（C）可以不用证明，而（D）只要举一个反例即可.

【例15】 下面哪一种说法是正确的…………（　）

（A）小数都是有理数；

（B）无限小数不一定都是无理数；

（C）有理数一定是有限小数；

（D）分数都可以化成有限小数.

解答：无限不循环小数不是有理数，故排除A，有理数不一定是有限小数，如$\frac{1}{3}=0.\dot{3}$，故排除（C）、（D），应选（B）.

【例16】 如果x、y是两个负数，且$x<y$，那么……………………………………………………（ ）

（A）$|x|<|y|$； （B）$\sqrt{-x}>\sqrt{-y}$；

（C）$-x<-y$； （D）$x^2<y^2$.

答：（B）.

【例17】 已知a、b为任何实数，则方程$x^2-(a+b)x+(ab-8)=0$的根的情况是……………………（ ）

（A）有两个相等实根； （B）有两个相异实根；

（C）无实根； （D）以上结论都不对.

解法：$\Delta=(a+b)^2-4(ab-8)=(a-b)^2+32>0$.
故应选（B）.

【例18】 一元二次方程

$$1111^2x^2+(1112^2+1111^2-1113^2)x+1113^2=0$$

的根的情况是

（A）有两个相等实根； （B）有两个相异实根；

（C）无实根； （D）以上结论都不对.

分析：考虑一元二次方程的根的判别式.

解法：设$a=1111$，$b=1112$，$c=1113$，有

$$\begin{aligned}\Delta&=(b^2+a^2-c^2)^2-4a^2b^2\\&=(b^2+a^2-c^2+2ab)(b^2+a^2-c^2-2ab)\\&=[(a+b)^2-c^2][(a-b)^2-c^2]\\&=(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(a-b-c)<0\end{aligned}$$

所以一元二次方程无实根，故应选（C）。

【例19】 已知a、b为任何实数，则函数 $y=ax^2+bx+1$的图象的情况是……………………………………（ ）

（A）一定是抛物线；

（B）有可能是直线；

（C）有可能没有图象；

（D）有可能是一个点。

解法：当$a=0$时，函数的图象不是抛物线，而是直线，故应选（B）。

【例20】 有理系数的一元二次方程，其中一个根等于$13+\sqrt{13}$，则此方程是……………………………（ ）

（A） $x^2+26x+156=0$；

（B） $x^2-26x-156=0$；

（C） $x^2+26x-156=0$；

（D） $x^2-26x+156=0$。

解法：因为是有理系数的一元二次方程，其中一个根为$13+\sqrt{13}$，另一个根应为$13-\sqrt{13}$. 故所求方程是

$$x^2-(13+\sqrt{13}+13-\sqrt{13})x+(13+\sqrt{13})(13-\sqrt{13})=0,$$

即 $$x^2-26x+156=0.$$

故应选（D）。

【例21】 方程$\sqrt{12x^2-9x+1}=10x-8$的解是

（A） -1； （B） $-\frac{63}{88}$； （C） $\frac{63}{88}$； （D） 1。

解法：当 $x=-1$， $x=-\frac{63}{88}$， $x=\frac{63}{88}$时，有$10x-8$