工程结构优化设计

蔡新　郭兴文　张旭明　编著

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

工程结构优化设计

蔡新　郭兴文　张旭明　编著

王德信　张瑞凯　主审

中国水利水电出版社

www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书主要介绍结构优化设计的基本理论、方法及其在土木、水利、港航等工程中的应用。分上下两篇，上篇介绍结构优化设计的基本概念、优化准则法、无约束优化法、线性规划法、非线性规划法、结构设计灵敏度分析、模糊优化法和拓扑优化法的概念；下篇介绍工程结构中梁柱及混凝土结构的优化设计、地下埋管、渡槽、重力坝、拱坝、土石坝、高桩码头等结构的优化设计。

本书内容广泛、注重理论联系实际，所列算例多为工程实例。

本书可作为高等学校土木、水利、港航、工程力学等专业的本科生、研究生的教材或教学参考书，也可供从事水利水电工程、建筑与土木工程、港口与航道工程及其他相关工程领域的工程技术人员阅读参考。

图书在版编目（CIP）数据

工程结构优化设计/蔡新等编著．-北京：中国水利水电出版社，2003
ISBN 7-5084-1743-7

Ⅰ．工…　Ⅱ．蔡…　Ⅲ．工程结构-结构设计-高等学校-教材
Ⅳ．TU318

中国版本图书馆CIP数据核字（2003）第089910号

书　　名	**工程结构优化设计**
作　　者	蔡新　郭兴文　张旭明　编著
出版　发行	中国水利水电出版社（北京市三里河路6号　100044） 网址：www.waterpub.com.cn E-mail：sales@waterpub.com.cn 电话：（010）63202266（总机）、68331835（营销中心）
经　　售	全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排　　版	中国水利水电出版社微机排版中心
印　　刷	北京市兴怀印刷厂
规　　格	787mm×1092mm　16开本　14.25印张　338千字
版　　次	2003年10月第1版　2003年10月第1次印刷
印　　数	0001—2300册
定　　价	**33.00**元

序

由蔡新教授等编著的《工程结构优化设计》一书，即将由中国水利水电出版社出版，我很荣幸能阅读原稿，并欣然应允为本书写篇序言。

工程结构设计是建立结构方案的过程。随着计算机软硬件的飞速发展，借助于计算机，利用数学、力学等方法对工程结构进行最优化设计得到了广泛的应用。结构优化设计与传统结构设计均遵循相似的设计原则和设计过程。所不同的是传统设计缺乏安全性和经济性等衡量的标准；而最优设计是在明确结构的经济性与安全性等指标下，结合计算机辅助设计，很方便地实现分析计算、设计、出图等全过程的自动化，提高了设计效率和质量。

作者十多年来在水工结构工程、建筑与土木工程、港口航道工程、交通工程等领域做了大量的科研项目和工程项目。在结构优化设计的理论与方法及其应用研究方面取得了一大批成果，在总结研究成果的基础上吸收国内外优化理论成果，撰写成此书。

本书首先详细阐述了结构最优化设计的理论与方法，包括最优化设计的基本概念、优化准则法、无约束优化方法、线性规划法、非线性规划法、结构设计灵敏度分析等，还介绍了现代最新研究的不确定性优化方法、拓扑优化方法的概念，使读者对“优化”这一概念有较全面的认识和理解。然后着重介绍了优化设计理论在实际工程中的应用，包括：土木工程中钢筋混凝土梁、柱及结构的优化设计；地下埋管结构的优化设计；水利工程中水库大坝（如重力坝、拱坝、土石坝）和渡槽结构等的优化设计；港航交通工程中码头结构的优化设计等。针对不同的研究对象，建立合适的优化设计数学模型，选择适当

的优化方法，解决了多个工程的实际问题。因此，本书既有详细的理论方法内容，又有丰富的工程应用实例，是一部典型的理论联系实际的著作。不仅具有较高的学术水平，而且具有重要的参考应用价值。因此，本书可作为高等学校水利、水电、土木、港航和工程力学等专业的本科生与研究生的教材或教学参考书，也可供从事水利水电工程、建筑与土木工程、港口航道工程等领域的工程技术人员参考。

中国工程院院士
河海大学教授
博士生导师
吴中如

2002 年 12 月

前　言

随着我国改革开放的日益深入，经济实力的不断提升，我国基础设施的建设上了一个新的台阶。大中小型土木建筑工程、水利水电工程、交通能源工程等可持续发展建设项目的开发利用，正在与时俱进。这些工程项目的建设离不开规划设计，而结构设计是其中的重要组成部分。结构设计是创造结构方案的过程，传统的结构设计是设计者按设计要求和设计者的实践经验，参考类似工程，通过判断创造结构方案，然后进行力学分析或按规范要求作安全校核，再修改设计。这一过程繁复，且往往只能创造出可行方案。而结构优化设计则把力学概念和优化技术有机地结合起来，根据设计要求，使参与计算的量部分以变量出现，形成全部可能的结构设计方案域，利用数学手段在域中找出满足预定要求的，不仅可行而且最好的设计方案。实践证明，结构优化设计能缩短设计周期，提高设计质量和水平，可取得显著的经济效益和社会效益。

本书稿的讲义在河海大学工程力学、土木建筑工程等专业本科生、研究生中试用了多年，其间曾作过修订，并得到了杨仲侯教授、王德信教授等的悉心指导，凝聚了河海大学结构优化设计与CAD研究室成员的心血。在此谨向他们一并表示衷心的感谢。在这次正式出版之前，对全书内容又作了适当的调整，吸收了同类书籍的理论精华，并在总结作者十多年来所进行的科研项目的研究成果和经验体会的基础上，撰写成了本书。

本书分为两篇：上篇为“结构优化设计基本理论”，下篇为“结构优化设计工程应用”。全书共13章：主要介绍结构优化设计的基本理论及其在水利工程、土木工程、港口工程等领域的实际应用。由蔡

新、郭兴文、张旭明编著，蔡新统稿。孙林松、谢能刚、方维凤、吴威也参加了部分编写工作。姜冬菊、杨建贵、方忠强及杨付权、杜荣强等参加了例题的计算校核工作。张媛、张梅静、张允领承担了书稿的排版及CAD绘图和校对工作。

本书稿在定稿出版过程中还得到了清华大学博士生导师范钦珊教授的指导、关心和帮助，特此致谢。

本书稿由河海大学博士生导师王德信教授和水利部、交通部、电力工业部南京水利科学研究院博士生导师张瑞凯教授担任主审。他们对本书的初稿进行了详细的审阅，提出了宝贵的修改意见，作者谨向他们表示诚挚的谢意。

限于作者水平，书中难免存在不妥和谬误之处，恳请读者批评指正。

本书受水利部、交通部、电力工业部南京水利科学研究院出版基金资助出版。

蔡　新

2002年10月于南京

目　　录

下篇 结构优化设计工程应用

上篇

结构优化设计基本理论

1　最优化设计的基本概念

最优化就是追求最好结果或最优目标，从所有可能方案中选择的最合理的一种方案。在进行工程设计、物资运输或资源分配等工作中，应用最优化技术，可以帮助我们选择出最优方案，或作出最优决策。目前，最优化方法在工程技术、自动控制、系统工程、经济计划、企业管理等各方面都获得了广泛应用。

最优化设计是从可能设计中选择最合理的设计，以达到最优目标。搜寻最优设计的方法就是最优化设计法，这种方法的数学理论就是最优化设计理论。

最优化设计方法是现代设计方法的一种。

微积分中遇到的函数极值问题是最简单的最优化问题。

1.1　函数的极值

最简单的最优化设计问题，就是微积分中的求函数极值问题，它是应用数学的一个分支，已渗透到科学、技术、工程、经济各领域。

例 1.1　边长为 a 的正方形钢板，设计制成正方形无盖水槽，如图 1.1 所示，在四个角处剪去相等的正方形，如何剪法使水槽容积最大?

解：设剪去的正方形边长为 x，与此相应的水槽容积为

$$V(x) = (a - 2x)^2 x \tag{1.1}$$

令

$$V'(x) = (a - 2x)(a - 6x) = 0$$

解出两个驻点

$$x = a/2 \text{ 和 } x = a/6$$

第一个驻点没有实际意义。现在判别第二个驻点是否为极大点。因为

$$V''(x = a/6) = -4a < 0$$

说明 $x = a/6$ 的驻点是极大点。

结论是，每个角剪去边长为 $a/6$ 的正方形可使所制成的水槽容积最大。一般记为 $\max V\ (x)$。

例 1.2　图1.2所示的对称两杆支架，由空心圆管构成。顶点承受的荷载为 $2P$，支座间距为 $2L$，圆管壁厚为 b。设密度为 ρ，弹性模量为 E，屈服极限为 σ_y。问如何设计圆管平均直径 d 和支架高度 H，使支架的重量最轻?

解：以圆管平均直径 d 和支架高度 H 为两个未知变量。支架总重量的数学表达式为

$$W(H,d) = 2\pi\rho b d\sqrt{L^2 + H^2} \tag{1.2}$$

最轻支架重量 W，一般记为 $\min W$。

式（1.2）中变量 d 和 H 还必须满足以下条件：

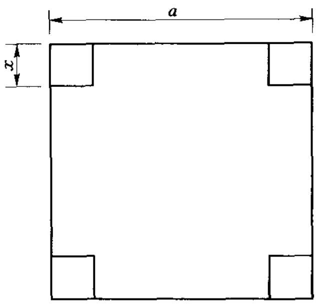

图 1.1　正方形钢板

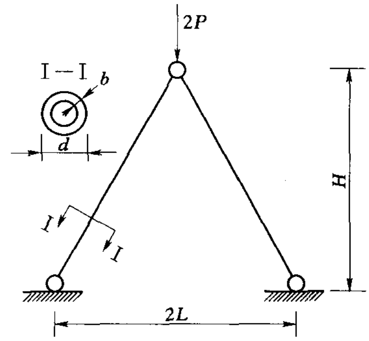

图 1.2　两杆支架

（1）圆管的压应力小于或等于压杆稳定临界应力 σ_{cr}。由材料力学可知，压杆稳定的临界应力为

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E(d^2 + b^2)}{8(L^2 + H^2)}$$

由此得稳定约束条件

$$\frac{P\sqrt{(L^2 + H^2)}}{\pi dbH} - \sigma_{cr} \leqslant 0 \tag{1.3}$$

（2）圆管压应力小于或等于材料的屈服极限 σ_y，由此得强度约束条件

$$\frac{P\sqrt{(L^2 + H^2)}}{\pi dbH} - \sigma_y \leqslant 0 \tag{1.4}$$

（3）变量 d 和 H 为有界变量，由此得几何约束条件

$$d_{\min} \leqslant d \leqslant d_{\max}, \quad H_{\min} \leqslant H \leqslant H_{\max} \tag{1.5}$$

式中：$d_{\min}$、$d_{\max}$、$H_{\min}$、$H_{\max}$分别为 d 和 H 的下界值、上界值。

上述支架的最优设计问题表示为：

求设计变量 d 和 H，一般记为

$$X(\text{或}\{X\}) = [d \quad H]^{\mathrm{T}} = [x_1 \quad x_2]^{\mathrm{T}}$$

式（1.2）中 W（d，H），一般记为 W（X），称为目标函数。使目标函数最小，记为

$$\min W(X) = 2\pi\rho bd\sqrt{L^2 + H^2} \quad \text{或} \quad W(X) \to \min$$

满足以下约束条件

$$\begin{aligned}
g_1(X) &= P\sqrt{L^2 + H^2}/(\pi bdH) - \sigma_{cr} \leqslant 0 \\
g_2(X) &= P\sqrt{L^2 + H^2}/(\pi bdH) - \sigma_y \leqslant 0 \\
g_3(X) &= d_{\min} - d \leqslant 0 \\
g_4(X) &= d - d_{\max} \leqslant 0 \\
g_5(X) &= H_{\min} - H \leqslant 0 \\
g_6(X) &= H - H_{\max} \leqslant 0
\end{aligned}$$

一般记为 s.t.　$G_i\ (X) \leqslant 0$，$i=1, 2, \cdots, m$

用计算函数极值的分析法，寻求这个问题的最优解。

若假定最优化设计发生在构件中应力达到屈服极限的情形，即选定强度约束方程式（1.4）为等式形式，即

$$\frac{P\sqrt{(L^2+H^2)}}{\pi dbH}-\sigma_y=0$$

或

$$d=\frac{P\sqrt{(L^2+H^2)}}{\pi bH\sigma_y}$$

将上式代入目标函数 W 的方程式（1.2）中，消去变量 d，使目标函数成为一个变量 H 的函数

$$W=\frac{2\rho P}{\sigma_y}\left(\frac{L^2+H^2}{H}\right)$$

计算函数 W 对变量 H 的一阶导数，并使之等于零，求得使重量 W 为最小值时的 H 解。即由

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}H}=\frac{2\rho P}{\sigma_y}\left[-\left(\frac{L^2+H^2}{H^2}\right)+2\right]=0$$

得

$$2H^2-L^2-H^2=0$$

$$H=L$$

即当 H 等于 L 时，支架总重量最小。

以上两个例题都是微积分中典型的极值问题，它们虽然简单，却代表了经典最优设计的两类问题。

第一，无约束极值问题（例 1.1 所示）。

$$\min F(x_1\quad x_2\quad \cdots\quad x_n)$$

或

$$\max F(x_1\quad x_2\quad \cdots\quad x_n)$$

这里的 $F(x_1\quad x_2\quad \cdots\quad x_n)$ 是定义在 n 维空间上的可微函数。

如果 $F(X)$ 在 $X=X_0$ 处满足

$$F(X_0+\Delta X)-F(X_0)<0, \text{且 } 0<|\Delta X|<\varepsilon \tag{1.6}$$

则称 $F(X)$ 在 $X=X_0$ 处有一相对极大值或局部极大值，式（1.6）中的 ε 为一正的小量。

如果 $F\ (X)$ 在 $X=X_0$ 处满足

$$F(X)-F(X_0)\leqslant 0, \text{且 } a\leqslant X\leqslant b,\ a\leqslant X_0\leqslant b \tag{1.7}$$

则称 $F(X)$ 在 $[a,\ b]$ 上的 $X=X_0$ 处有一绝对极大值或全域极大值。

如果将式（1.6）和式（1.7）中第一式的“<”或“⩽”改为“>”或“⩾”，则称 $F\ (X)$ 在 $X=X_0$ 处分别有一相对极小值和绝对极小值。

只有当 $F'(X_0)=0$ 时，$X=X_0$ 处才能满足极大或极小的条件式（1.6），但这只是必要条件，而不是充分条件。

相对极小的必要条件是 $F'(X_0)=0$，而其充要条件是 $F'(X_0)=0$，$F''(X_0)>0$；反之，相对极大的必要条件是 $F'(X_0)=0$，而其充要条件则是 $F'(X_0)=0$，$F''(X_0)<0$。

如果 $F''(X_0)=0$，则相对极大或相对极小的充要条件还要根据更高次的级数项决定。

例如，当$F'(X_0)=F''(X_0)=0$，而$F(X_0)\neq 0$时，$X=X_0$是$F(X)$的一个拐点。

习惯上，把极大点和极小点统称为极点，把极大点、极小点和拐点合在一起，统称为驻点。极点上的函数值统称为极值，驻点上的函数值统称为驻值。

总之，求极值点的方法是从如下的含有 n 个未知数x_1、x_2、…、x_n 的非线性方程组

$$\left.\begin{aligned} F'_{x_1}(x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n) &= 0 \\ F'_{x_2}(x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n) &= 0 \\ &\vdots \\ F'_{x_n}(x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n) &= 0 \end{aligned}\right\}$$

中解出驻点，然后判定或验证这些驻点是不是极值点。

第二，有约束的极值问题（例 1.2 所示）。

$$\min W(X), X = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]^{\mathrm{T}} \tag{1.8}$$

或

$$\max W(X), X = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]^{\mathrm{T}}$$

满足于

$$G_j(X) = 0 \quad j = 1,2,\cdots,m \tag{1.9}$$

这个问题的一个直接解法是把 m 个等式约束看作 m 个方程组，利用它们把 n 个设计变量中的 m 个，例如 x_1、x_2、…、x_m 用其余 $n-m$ 个来表示，然后把函数关系 $x_1=x_1$（$x_{m+1} \quad x_{m+2} \quad \cdots \quad x_n$）、$x_2=x_2$（$x_{m+1} \quad x_{m+2} \quad \cdots \quad x_n$）、… $x_m=x_m$（$x_{m+1} \quad x_{m+2} \quad \cdots \quad x_n$）代入目标函数中，$W$（$X$）就只依赖于 x_{m+1}、x_{m+2}、…、x_n，问题成为无约束的。

工程实际中提出的很多庞大而复杂的极值问题，变量与约束的个数不是几个，而是几十个、几百个，甚至上千个；约束也不限于等式，还出现了不等式。近二三十年来，人们已经创立了新的理论和方法来求解这种大型问题，这就是近代最优化理论和方法。

1.2 普通设计与最优化设计

结构优化设计是相对于传统的结构设计而言的。

传统的结构设计，要求设计者根据设计要求和实践经验，参考类似的工程设计，通过判断去创造设计方案；然后进行强度、刚度、稳定性等各方面的计算。这里的计算实质上是对给定的方案作力学分析，起一种安全校核的作用，仅仅证实了原方案的可行性。当然，设计者有条件时总是还要研究几个可能的方案来进行比较，从而对结构布局、材料选择、构件尺寸、结构外形等进行修改，以便得到更为合理的方案。普通（传统）的结构设计，力学分析只起到一种校核的服务作用。它有着两方面的缺点：一是工作繁复、效率低；二是由于时间和设计者经验的限制，确定的最终方案往往不是理想的最优方案，而仅为可行方案。虽然普通的设计程序和方法，能够适应生产逐渐发展的一定阶段上的需要，但是随着生产的迅速发展，新兴科学技术的不断涌现，人们新的设计思想的丰富、充实后也逐渐意识到：只是做到分析结构是远远不够的，而更重要的任务还在于要设计结构。也就是说，人们不仅要说明世界，更要改造世界。过去的结构力学研究，主要着眼于分析和

计算各种结构在外界因素作用下的受力和变形等力学反应，现在则迈出一大步，把结构优化设计也作为研究的目标和任务。

设计这一概念，从根本上来说，是和分析不同的。设计常常表现为重复的分析。例如，对于静定结构，要设计得能满足一组给定的容许应力，只进行一次分析就已足够，设计者选择的截面就能使结构重量为最轻。从历史上来看，工程人员设计静定结构在超静定结构之前，这可能说明为什么设计超静定结构时也是首先进行结构分析的原因。最早，也许是最粗糙的方法，先假定截面特性，再进行结构分析，然后用分析结果来选择一组新的截面特性。通过这样反复循环的运算，往往可得到一个可行的设计。反复修改设计是传统设计的特点。对于实际的超静定结构，这种方法是很繁琐且需要求解联立方程。再者，最后得到的一组截面，在很大程度上取决于最初假定的误差程度。因此，所求得的一组截面不一定是最好的，工程结构建起来后或者是重量大，或者是造价高。一般设计单位往往迫于时间紧而不能进行多方案比较来选择最合适的截面。通过设计，不仅要使产品具有良好的性能，同时还要满足生产的工艺性、使用的可靠性和安全性，且达到费用最省、消耗最低和误差最小等目的。这就是一切设计活动的最终目的。

传统的结构设计的另一特点是所有参与计算的量必须以常量出现。结构优化设计是所有参与计算的量部分以变量出现，在满足规范和规定的前提下，形成全部可能的结构设计方案域。在这个设计方案域中有众多的可行设计方案和众多的不可行设计方案。利用数学手段，按设计者预定的要求，从域中选出一个不但可行且最好的设计方案称为优化设计。因而优化设计所得的设计方案，不仅是传统设计中的可行的设计方案，而且是众多可行方案中最优的设计方案。这里所说的最优，是相对设计者预定的要求而言的。结构最优设计把力学概念和优化技术作了有机的结合。实践证明，结构最优设计能缩短设计周期、节省人力、提高设计质量和水平，最终取得显著的经济效益和社会效益。

结构优化设计与普通的结构设计采用的是相同的基本理论，使用的是同样的计算公式，遵守的是同样的设计规范和施工技术或者构造规定，因而具有相同的安全度。

结构最优化设计与传统的结构设计有一样的设计过程，也要经过设计（拟定各部尺寸）、校核（是否满足规范等要求），修改设计、再校核，如此反复进行，直到找到理想方案为止。所不同的是，传统设计过程的安全性、经济性缺乏衡量的标准，而最优设计是在一个明确特定指标（如结构的体积最小、重量最轻、造价最省）下来说明结构的经济性与安全性。传统设计的设计、校核关系是松散的，且一般仅反复进行一两次即停止，而最优设计则是按一定的数学模式将两者紧密地联系在一起，即将设计问题转化为严格的数学规划问题求解，可利用计算机连续快速作出方案比较，从数百个方案比较中，找到最优设计方案。此外，只要在最优设计的电算程序中稍加补充（增加前后处理功能）就很方便地实现将计算、设计绘图全过程的自动化。从输入数据到图形输出，只需要少量的时间，这是传统设计所不可比拟的。

评价设计优、劣的标准，在优化设计中称为目标函数；结构设计中的量，以变量形式参与的称为设计变量；设计时应遵守的几何、强度、刚度、稳定等条件称为约束条件；选择设计变量，确定目标函数，列出约束条件，称为建立优化设计的数学模型。优化设计数学模型建立在解决不同的工程实际问题的基础上，有不同的形式。对不同的数学模型，选