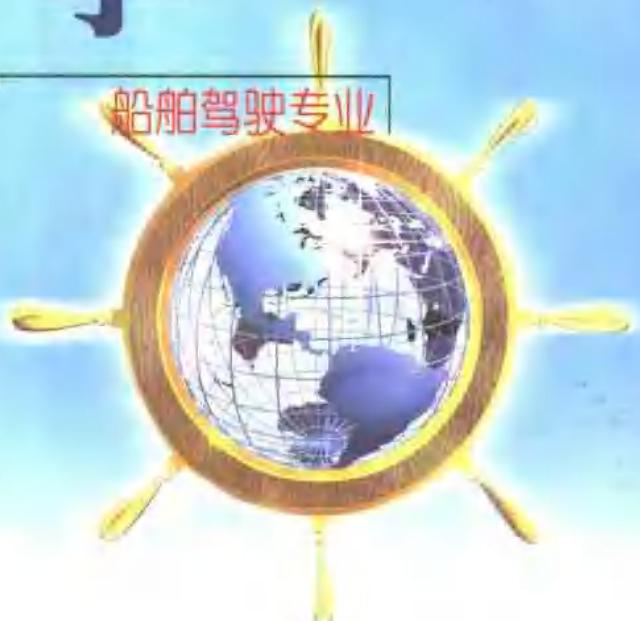




中等职业教育国家规划教材  
全国中等职业教育教材审定委员会审定

# 航海学

船舶驾驶专业



主编 徐宏元



人民交通出版社

中等职业教育国家规划教材

Hang Hai Xue

航 海 学

(船舶驾驶专业)

主 编 徐宏元  
责任主审 蔡存强  
审 稿 肖英杰  
赵仁余

人民交通出版社

## 内 容 提 要

本书是中等职业教育国家规划教材,共分七篇,分别介绍了球面三角和误差基础知识、地理坐标和海图、航迹推算和陆标定位、电子仪器定位和导航、天文导航、航标和航路资料、航线和航法等内容。

本书内容覆盖了 STCW 公约的要求以及我国海事局颁布的船员培训考试大纲的要求,不仅可作为中等职业学校航海课程的教材,也可作为海船驾驶人员的培训用书。

### 图书在版编目(CIP)数据

航海学/徐宏元主编.—北京:人民交通出版社,  
2002.7  
ISBN 7-114-04369-4

I. 航... II. 徐... III. 航海学—专业学校—教材  
IV. U675

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 046557 号

中等职业教育国家规划教材  
**航 海 学**  
(船舶驾驶专业)  
主 编 徐宏元  
责任编辑 翟存强  
审 稿 肖英杰  
赵仁余  
版式设计:姚亚妮 责任校对:戴瑞萍 责任印制:杨柏力  
人民交通出版社出版  
(100013 北京和平里东街 10 号 010 64216602)  
新华书店北京发行所发行  
各地新华书店经销  
北京鑫正大印刷有限公司印刷  
开本:787×1092 1/16 印张:24 插页:1 字数:594 千  
2002 年 8 月 第 1 版  
2002 年 8 月 第 1 版 第 1 次印刷  
印数:0001 - 1000 册 定价:29.10 元  
ISBN7-114-04369-4  
U·03216

## 中等职业教育国家规划教材出版说明

为了贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》精神，落实《面向 21 世纪教育振兴行动计划》中提出的职业教育课程改革和教材建设规划，根据教育部关于《中等职业教育国家规划教材申报、立项及管理意见》（教职成〔2001〕1 号）的精神，我们组织力量对实现中等职业教育培养目标和保证基本教学规格起保障作用的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和 80 个重点建设专业主干课程的教材进行了规划和编写，从 2001 年秋季开学起，国家规划教材将陆续提供给各类中等职业学校选用。

国家规划教材是根据教育部最新颁布的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和 80 个重点建设专业主干课程的教学大纲（课程教学基本要求）编写，并经全国中等职业教育教材审定委员会审定。新教材全面贯彻素质教育思想，从社会发展对高素质劳动者和中初级专门人才需要的实际出发，注重对学生的创新精神和实践能力的培养。新教材在理论体系、组织结构和阐述方法等方面均作了一些新的尝试。新教材实行一纲多本，努力为教材选用提供比较和选择，满足不同学制、不同专业和不同办学条件的教学需要。

希望各地、各部门积极推广和选用国家规划教材，并在使用过程中，注意总结经验，及时提出修改意见和建议，使之不断完善和提高。

教育部职业教育与成人教育司  
二〇〇一年十月

为了贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》，落实《面向 21 世纪教育振兴行动计划》中提出的“职业教育课程改革和教材建设规划”，教育部全面启动了中等职业教育国家规划教材建设工作。交通职业教育教学指导委员会航海类学科委员会组织全国交通职业学校(院)的教师，根据教育部最新颁布的船舶驾驶、轮机管理、船体建造与修理专业的主干课程教学基本要求，编写了中等职业教育船舶驾驶、轮机管理、船体建造与修理专业国家规划教材共 28 册，并通过了全国中等职业教育教材审定委员会的审定。

本套教材的编写以国际、国内和行业的法规、规则及标准为依据，以岗位的需求为出发点，始终围绕职业教育的特点，具有较强的针对性。新教材较好地贯彻了“以全面素质为基础，以能力为本位”的教育教学指导思想，结合对培养学生的创新精神、职业道德等方面的要求，提出教学目标并组织教学内容。新教材在内容的编写上以“必需和够用”为原则，紧扣大纲，深度、广度适中，体现了理论和实践的结合，强化了技能训练的力度。新教材在理论体系、组织结构、内容描述上与传统教材有明显的区别。

本套教材是针对四年制中等职业教育编写的，也适用于船员的考证培训和船厂职工的自学。

《航海学》是中等职业教育船舶驾驶专业国家规划教材之一，内容包括：球面三角和误差基础知识、地理坐标和海图、航迹推算和陆标定位、电子仪器定位和导航、天文导航、航标和航路资料、航线和航法等共七篇。

参加本书编写工作的有：南京航运学校徐宏元(编写第二篇第一章、第二章第一节、第五篇第一~五章、第六篇第一章)、福建交通职业技术学院陈宏(编写第一篇第一章、第五篇第六~八章和第七篇)、上海海事职业技术学院张逸欣(编写第一篇第二、三章)、南京航运学校陈金福(编写第二篇第二章第二~四节、第三~五章)、南京航运学校陈进涛(编写第三篇第一章)、舟山航海学校范嘉芳(编写第三篇第二章和第四篇)、上海海事职业技术学院钱立胜(编写第六篇第二、三章)，全书由徐宏元担任主编，大连海事大学远洋职业技术学院刘英贤担任主审。

本书由上海海运学院蔡存强教授担任责任编辑，肖英杰、赵仁余副教授审稿。他们对书稿提出了宝贵意见，在此，表示衷心感谢。

限于编者经历及水平，教材内容很难覆盖全国各地的实际情况，希望各教学单位在积极选用和推广国家规划教材的同时，注意总结经验，及时提出修改意见和建议，以便再版修订时改正。

交通职业教育教学指导委员会  
航海类学科委员会  
二〇〇二年五月

## 第一篇 球面三角和误差基础知识

<b>第一章 球面三角</b> .....	1
第一节 球面几何 .....	1
第二节 球面三角形 .....	3
第三节 解球面三角形 .....	4
复习题 .....	10
<b>第二章 内插法</b> .....	10
第一节 线性函数的比例内插 .....	10
第二节 非线性函数的变率内插 .....	12
复习题 .....	13
<b>第三章 船位误差基础知识</b> .....	13
第一节 观测误差 .....	13
第二节 随机误差 .....	15
第三节 观测量的最或是值及其标准差 .....	17
第四节 函数的标准差 .....	19
第五节 描述船位随机误差的几何图形 .....	21
复习题 .....	23

## 第二篇 地理坐标和海图

<b>第一章 地球形体与地理坐标</b> .....	25
第一节 地球形体 .....	25
第二节 地理坐标 .....	27
复习题 .....	32
<b>第二章 航向与方位</b> .....	33
第一节 方向的确定和度量 .....	33
第二节 航向、方位和舷角 .....	35
第三节 向位换算 .....	37
第四节 罗经差的测定 .....	43
复习题 .....	45
<b>第三章 航海距离单位与物标能见距离</b> .....	46

第一节 航海距离单位与速度单位 .....	46
第二节 物标能见距离 .....	47
第三节 灯光初显、初隐与灯标射程.....	49
复习题 .....	51
<b>第四章 航速与航程 .....</b>	<b>51</b>
第一节 船速和航程的求取 .....	51
第二节 在船速校验线上测定船速和计程仪改正率 .....	53
复习题 .....	56
<b>第五章 海图 .....</b>	<b>57</b>
第一节 地图投影 .....	57
第二节 墨卡托投影海图 .....	60
第三节 海图的其他投影方法 .....	63
第四节 识图 .....	64
第五节 海图分类和使用注意事项 .....	75
第六节 电子海图 .....	76
复习题 .....	79

### 第三篇 航迹推算和陆标定位

<b>第一章 航迹推算 .....</b>	<b>80</b>
第一节 海图作业工具及其使用 .....	80
第二节 基本海图作业 .....	84
第三节 风中航迹绘算 .....	86
第四节 流中航迹绘算 .....	89
第五节 风流中航迹绘算 .....	91
第六节 实测风流压差和航迹向 .....	93
第七节 航迹推算的误差 .....	95
第八节 航迹计算 .....	96
复习题 .....	99
<b>第二章 陆标定位 .....</b>	<b>100</b>
第一节 位置线和定位原理 .....	100
第二节 陆标的识别 .....	103

第三节 方位定位 .....	105
第四节 距离定位和单物标方位距离定位 .....	109
第五节 移线定位 .....	111
复习题 .....	115

#### 第四篇 电子仪器定位和导航

第一章 雷达定位和导航 .....	116
第一节 雷达定位 .....	116
第二节 雷达导航 .....	117
复习题 .....	118
第二章 无线电测向定位和导航 .....	119
第一节 无线电测向原理与无线电自差 .....	119
第二节 无线电测向定位与导航 .....	121
复习题 .....	122
第三章 罗兰 C 定位 .....	123
第一节 罗兰 C 定位原理 .....	123
第二节 罗兰 C 定位方法和定位误差 .....	126
复习题 .....	130
第四章 GPS 定位 .....	130
第一节 GPS 的组成 .....	130
第二节 船用 GPS 接收机与定位精度 .....	132
复习题 .....	135

#### 第五篇 天文导航

第一章 天文导航概要 .....	136
第一节 天体简介 .....	136
第二节 测天定位基本概念 .....	138
复习题 .....	139
第二章 天球坐标系 .....	140
第一节 第一赤道坐标系 .....	140
第二节 地平坐标系 .....	143

第三节 两种坐标基准的关系.....	145
第四节 天球作图.....	148
第五节 天文三角形及其解算.....	151
复习题.....	153
<b>第三章 天体视运动.....</b>	<b>154</b>
第一节 天体周日视运动.....	154
第二节 太阳周年视运动和第二赤道坐标系.....	160
第三节 月亮和行星视运动简介.....	166
复习题.....	169
<b>第四章 时间与天体位置.....</b>	<b>170</b>
第一节 时间基础知识.....	170
第二节 恒星时和视时.....	172
第三节 平时.....	175
第四节 区时.....	181
第五节 世界时的分类和原子时系统.....	187
第六节 求测天世界时.....	188
第七节 求天体位置.....	191
复习题.....	196
<b>第五章 求天体真高度.....</b>	<b>198</b>
第一节 航海六分仪结构和测角原理.....	198
第二节 航海六分仪的检查校正.....	202
第三节 用航海六分仪观测天体高度.....	205
第四节 天体观测高度的改正.....	207
第五节 求各种天体的真高度.....	210
复习题.....	213
<b>第六章 天文船位线.....</b>	<b>214</b>
第一节 太阳特大高度船位线.....	214
第二节 高度差法船位线.....	215
第三节 求太阳、行星和恒星的高度差法船位线 .....	217
第四节 观测太阳上中天高度求纬度船位线.....	220
第五节 观测北极星高度求纬度船位线.....	222

复习题	225
<b>第七章 观测天体求船位</b>	<b>225</b>
第一节 太阳移线定位	225
第二节 晨昏测星时机和选星	229
第三节 用索星卡认星、选星	230
第四节 测星定位	234
复习题	236
<b>第八章 天测罗经差</b>	<b>237</b>
第一节 天测罗经差原理及观测注意事项	237
第二节 观测太阳低高度方位求罗经差	238
第三节 观测太阳真出没方位求罗经差	241
第四节 观测北极星方位求罗经差	242
复习题	244

## 第六篇 航标和航路资料

<b>第一章 航标</b>	<b>245</b>
第一节 航标分类	245
第二节 国际航标协会浮标制度	248
第三节 中国水上助航标志	252
复习题	254
<b>第二章 航海图书资料</b>	<b>254</b>
第一节 中版《航标表》与英版《灯标和雾号表》	255
第二节 英版《世界大洋航路》与航路设计图	259
第三节 中、英版《航路指南》与英版《进港指南》	263
第四节 英版《无线电信号表》	265
第五节 中、英版航海图书目录	267
第六节 中、英版《航海通告》	270
第七节 英版《船舶定线》和中版《指定航路》	274
复习题	276
<b>第三章 海图和航海图书资料的改正与管理</b>	<b>276</b>
第一节 海图的改正与管理	276

第二节 航海图书的管理与改正 .....	280
复习题 .....	281
<b>第七篇 航线和航法</b>	
<b>第一章 航行计划和航海日志及船舶报告制 .....</b>	<b>282</b>
第一节 航行计划 .....	282
第二节 航海日志 .....	284
第三节 船舶报告制 .....	285
复习题 .....	286
<b>第二章 大洋航行 .....</b>	<b>287</b>
第一节 大圆航线与混合航线 .....	287
第二节 大洋航线的选择 .....	291
第三节 气象定线 .....	295
第四节 大洋航行注意事项 .....	297
复习题 .....	299
<b>第三章 沿岸航行和狭水道及岛礁区航行 .....</b>	<b>299</b>
第一节 沿岸航行 .....	299
第二节 狹水道航行 .....	301
第三节 过浅滩航行方法和注意事项 .....	308
第四节 江河航行 .....	309
第五节 岛礁区航行 .....	311
复习题 .....	312
<b>第四章 雾中航行 .....</b>	<b>312</b>
第一节 雾中航行特点和注意事项 .....	313
第二节 雾中定位与导航 .....	314
复习题 .....	315
<b>附录 .....</b>	<b>317</b>

# 第一篇 球面三角和误差基础知识

## 第一章 球面三角

球面三角是数学的一个分科,主要研究球面三角形的性质、边角函数关系及其解法等问题。

### 第一节 球面几何

球面几何是球面三角的基本内容,主要研究球面上的几何图形的性质及其关系。

#### 一、球面与球

在空间与一定点等距离的点的轨迹称为球面。球面也可定义为半圆周绕其直径的旋转面。包围在球面中的实体称为球。连接球心和球面上任意一点的线段称为球半径  $R$ ,连接球面上两点且通过球心的线段称为球直径。

同一个球的所有半径均相等。半径相等的球称为等球。

#### 二、球面上的圆

任一平面与球面相截的截痕是一个圆。

如图1-1-1所示,球面被平面  $M$  切割,  $q$  是截痕上任意点,连接  $Oq$ ,再作  $OO'$  垂直于平面  $M$ 。在直角三角形  $OO'q$  中:

$$O'q = \sqrt{Oq^2 - OO'^2}$$

因为  $Oq$  是球的半径  $R$ ,  $q$  在截痕上任意移动时,  $Oq$  总是定值。 $OO'$  也是定长,所以  $O'q$  是定值。可知截痕是以半径为  $r$  的一个圆周,圆心  $O'$  在球心到截面的垂直轴上。

通过球心的平面与球面相截的截痕圆是大圆,如图1-1-1中的  $QQ'$ 。大圆上的一段弧称为大圆弧。

过一条直线可作无数个平面,因此过同一直径两端在球面上可以作无数个大圆。而过不在同一条直线上的三点只能作一个平面,所以过球面上不在同一直径两端的两点只能作一个大圆。

不通过球心的平面与球面相截的截痕是小圆,如图1-1-1中的  $qq'$ 。小圆上的一段弧叫小圆弧。

过任意两点均可作一条直线,而过一条直线可作无数个平面。因此过不在同一直径两端

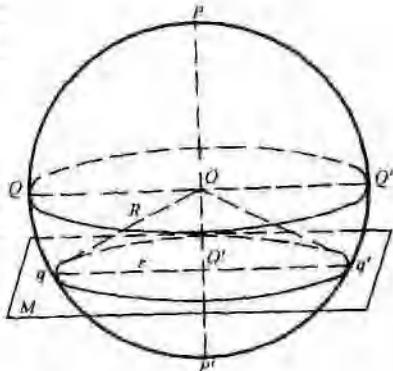


图 1-1-1

的两点可作无数个小圆。

### 三、大圆的特性

- (1) 大圆的圆心与球心重合；
- (2) 大圆的直径等于球直径；
- (3) 同球或等球上的大圆的大小相等；
- (4) 大圆把球和球面分成相等的两部分；
- (5) 两个大圆平面的交线是它们的直径，并且彼此平分；
- (6) 过同一直径两端，在球面上可以作无数个大圆。
- (7) 过球面上不在同一直径两端的两点，能作且只能作一个大圆。

### 四、球面距离

球面上两点间小于  $180^{\circ}$  的大圆弧(劣弧)是该两点间的最短球面距离，简称球面距离。如图 1-1-2 中的  $Aa$  弧和  $Bb$  弧。大圆弧可用大圆弧所对的球心角来度量，如大圆弧  $Aa = \angle AOb$ ，大圆弧  $Bb = \angle BOa$ 。若将地球看作圆球体，则地球的球心角  $1'$  所对应的球面大圆弧长称为 1n mile。船舶在海上从  $A$  地到  $a$  地的最短航线是两地间小于  $180^{\circ}$  大圆弧即  $Aa$  弧，航海上称其为大圆航线。

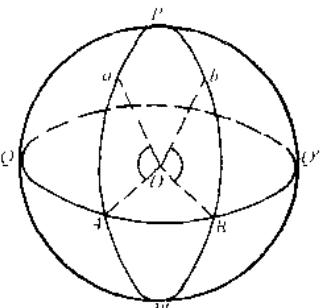


图 1-1-2

垂直于任一圆(大圆或小圆)面的球直径称该圆的轴。轴与球面相交的两点称该圆的极。每个圆都有两个极，而通过两极可作无数个大圆。

从大圆或小圆弧上一点到极的大圆距离称为该圆的极距或称该圆的球面半径。同一个圆的极距和球面半径均相等。

应该注意球面半径并非球半径，两者不可混淆。

图 1-1-3 中，线段  $PP'$  是大圆  $A_1 A_2 A_3 A_4$  的轴， $P$  和  $P'$  点为其极， $PA_1, PA_2, PA_3, PA_4$  为其极距。若小圆  $B_1 B_2 B_3 B_4$  平行于大圆  $A_1 A_2 A_3 A_4$  的平面，那么线段  $PP'$  也为小圆  $B_1 B_2 B_3 B_4$  的轴， $P$  和  $P'$  也是小圆的极， $PB_1, PB_2, PB_3, PB_4$  均为小圆的极距。

极距为  $90^{\circ}$  的大圆弧称为该极的极线或赤道。即大圆弧是它的极的极线。反之，极线必定是大圆弧。图 1-1-3 中， $PA_1 = PA_2 = \dots = 90^{\circ}$ ，故大圆  $A_1 A_2 A_3 A_4$  是极  $P$  的极线。

显然，如果球面上一点到某一大圆弧上任意两点间的球面距离都是  $90^{\circ}$ ，则这一点就是该大圆的极，而这个大圆则是该点的极线。

### 六、球面角及其度量

球面上两个大圆弧构成的角叫球面角。其中，两个大圆弧称为球面角的边，它们的交点称为球面角的顶点。如图 1-1-4 中， $\angle APB$  是两个大圆弧构成的球面角， $P$  是球面角的顶点， $PA$  弧和  $PB$  弧是球面角  $APB$  的两个边， $QABQ'$  是  $P$  点的极线。球面角的大小是由球面角两边的平面所构成的二面角来确定的。由此导出球面角的三种度量法：

- (1) 在顶点处两个人圆弧的切线夹角  $\angle aPb$ ；

(2) 顶点的极线被两个大圆弧所截的弧长  $AB$  弧；

(3) 大圆  $AB$  弧所对应的球心角  $\angle AOB$ 。

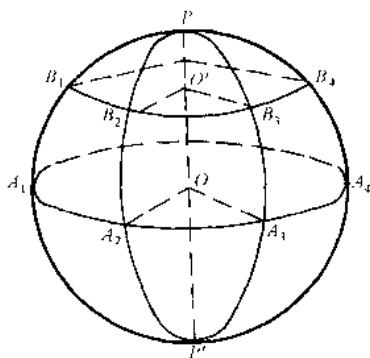


图 1-1-3

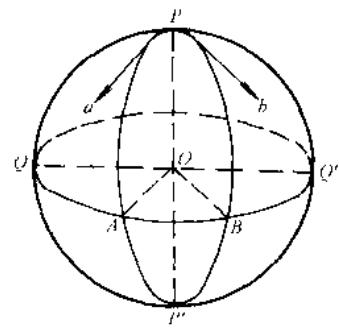


图 1-1-4

由于两个大圆弧平面所构成的两面角可以为锐角、直角或钝角，所以球面角也可以为锐角、直角或钝角。当两个大圆弧重合时，球面角为  $0^\circ$ 。同一公共顶点的所有球面角之和等于  $360^\circ$ 。

## 第二节 球面三角形

在球面上由三个大圆弧所围成的三角形称为球面三角形。构成球面三角形的大圆弧称为球面三角形的边，由大圆弧相交所构成的球面角称为球面三角形的角。大圆弧的交点称为球面三角形的顶点。

图 1-1-5 中，大圆弧  $AB$ 、 $BC$  和  $CA$  围成一个球面  $\triangle ABC$ ，三个角分别为  $\angle A$ 、 $\angle B$  和  $\angle C$ ，三个角的对边分别为  $a$ 、 $b$  和  $c$ 。三个角  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  和三个边  $a$ 、 $b$ 、 $c$  合称为球面三角形的六要素。航海上讨论的球面三角形的六要素均大于  $0^\circ$  而小于  $180^\circ$ ，又称之为欧拉球面三角形。

### 一、球面三角形的分类

根据球面三角形各要素的数值大小，可把球面三角形划分成下述几个类型：

#### 1. 球面直角三角形和球面直边三角形

至少有一个角为  $90^\circ$  的球面三角形称为球面直角三角形；至少有一个边为  $90^\circ$  的球面三角形称为球面直边三角形。

#### 2. 球面等腰三角形和球面等边三角形

有两边或两角相等的球面三角形称为球面等腰三角形；三边或三角均相等的球面三角形称为球面等边三角形。

#### 3. 球面初等三角形

三条边相对于其球半径来说都是充分小的球面三角形称为球面小三角形（注意三个角不会很小），只有一个角及其对边为甚小的球面三角形称为球面窄三角形。球面小三角形和球面

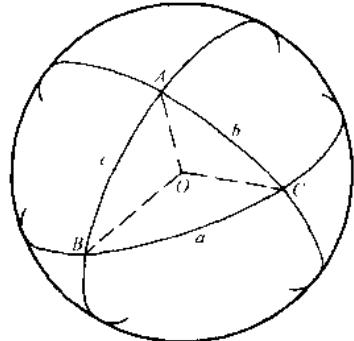


图 1-1-5

窄三角形合称为球面初等三角形。

#### 4. 球面任意三角形

凡不具有上面特殊条件的球面三角形称为球面任意三角形。

### 二、球面极线三角形

由球面 $\triangle ABC$ 三个顶点的极线所围成的球面 $\triangle A'B'C'$ 称为原球面 $\triangle ABC$ 的球面极线三角形。

如图 1-1-6 所示,以原球面三角形的三个顶点 $A, B, C$ 为极,作极距等于 $90^\circ$ 的三个极线 $B'C'$ 弧、 $A'C'$ 弧、 $A'B'$ 弧,它们相交于三点,构成球面极线 $\triangle A'B'C'$ 。若原球面三角形各边均小于 $90^\circ$ ,则其极线三角形在原三角形之外,见图 1-1-6。若原球面三角形各边均大于 $90^\circ$ ,则其极线三角形在原三角形之内,见图 1-1-7。若原球面三角形的一边或两边小于 $90^\circ$ ,其余的边大于 $90^\circ$ ,则其极线三角形与原三角形相交,见图 1-1-8。

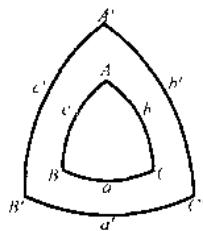


图 1-1-6

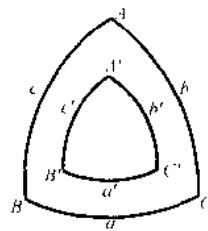


图 1-1-7

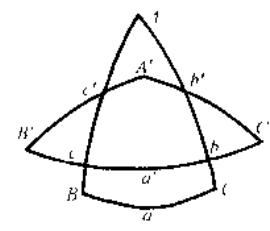


图 1-1-8

原三角形与其极线三角形之间有如下关系:

(1)若球面 $\triangle A'B'C'$ 是球面 $\triangle ABC$ 的极线三角形,则球面 $\triangle ABC$ 也是球面 $\triangle A'B'C'$ 的极线三角形。该关系也可以简说成:原球面 $\triangle ABC$ 与其极线 $\triangle A'B'C'$ 的关系是相互的;或原球面三角形与其极线三角形互为极线三角形。

(2)原球面 $\triangle ABC$ 的边与极线 $\triangle A'B'C'$ 的对应角互补;原球面 $\triangle ABC$ 的角与极线 $\triangle A'B'C'$ 的对应边互补,即

$$a + A' = 180^\circ \quad b + B' = 180^\circ \quad c + C' = 180^\circ$$

$$A + a' = 180^\circ \quad B + b' = 180^\circ \quad C + c' = 180^\circ$$

如图 1-1-9 所示, $A'B'C'$ 是球面 $\triangle ABC$ 的极线三角形。将原三角形 $BC$ 边向两侧延长,与其极线球面三角形的两边相交得大圆弧 $ED$ 。

$$\because A' = ED \text{ 弧}$$

$$\therefore a + A' = a + ED \text{ 弧} = a + EB \text{ 弧} + a + CD \text{ 弧}$$

$\because C$  是  $c'$  的极,  $B$  是  $b'$  的极

$$\therefore a + EB \text{ 弧} = 90^\circ, a + CD \text{ 弧} = 90^\circ$$

$$\text{代入上式得: } a + A' = 180^\circ$$

同理可证其他。

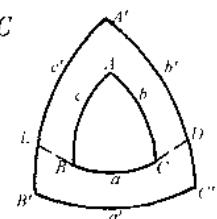


图 1-1-9

### 第三节 解球面三角形

球面三角的主要任务是研究球面三角形边、角的函数关系,并选择适当公式,由已知条件解算未知的边和角。

## 一、解球面任意三角形

### 1.余弦公式

(1)边的余弦公式:在球面三角形中,一边的余弦等于其他两边余弦的乘积,加上这两边正弦及其夹角余弦的乘积,即

$$\left. \begin{aligned} \cos a &= \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \\ \cos b &= \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B \\ \cos c &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C \end{aligned} \right\}$$

(1-1-1)

图 1-1-10 中,设  $ABC$  是球面任意三角形,  $O$  是球心,由  $A$  作边  $AB$  和边  $AC$  的切线分别交  $OB$  和  $OC$  的延长线于  $D$  和  $E$ ,连接  $DE$ 。根据平面三角形余弦定理,在平面  $\triangle ODE$  和  $\triangle ADE$  中:

$$DE^2 = OD^2 + OE^2 - 2OD \cdot OE \cos a \quad (1)$$

$$DE^2 = AD^2 + AE^2 - 2AD \cdot AE \cos A \quad (2)$$

①式 - ②式,并整理得:

$$2OD \cdot OE \cos a = (OD^2 - AD^2) + (OE^2 - AE^2) + 2AD \cdot AE \cos A \quad (3)$$

$\triangle OAD$  和  $\triangle OAE$  是平面直角三角形,因此有:

$$OD^2 - AD^2 = OA^2, OE^2 - AE^2 = OA^2 \quad (4)$$

将④代入③整理得:

$$\cos a = \frac{OA}{OD} \cdot \frac{OA}{OE} + \frac{AD}{OD} \cdot \frac{AE}{OE} \cos A$$

而由平面直角  $\triangle AOD$  和  $\triangle AOE$  可得:

$$\frac{OA}{OD} = \cos c \quad \frac{OA}{OE} = \cos b \quad \frac{AD}{OD} = \sin c \quad \frac{AE}{OE} = \sin b$$

所以

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

边的余弦公式用于已知球面三角形两边及其夹角求第三边或已知三边求三角,它是航海上最常用的公式之一。例如求起航点与到达点之间的大圆弧航程(见例 1-1-1)和求天体的计算高度等。

**例 1-1-1:**图 1-1-11 中,  $A$  为起始点,  $B$  为到达点,  $S$  为从  $A$  到  $B$  的大圆航程, 大圆弧  $AC$  等于  $A$  点纬度  $\varphi_1$ , 大圆弧  $BD$  等于  $B$  点纬度  $\varphi_2$ ,  $\angle AP_NB$  等于  $B$  点与  $A$  点的经度差  $D\lambda$ , 试推导求大圆航程  $S$  的公式。

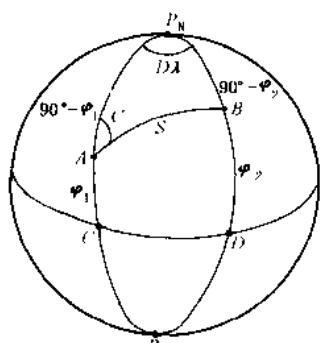


图 1-1-11

解:因为  $AC = \varphi_1$ , 所以  $P_N A = 90^\circ - \varphi_1$ , 同理  $P_N B = 90^\circ - \varphi_2$ 。

在球面  $\triangle AP_NB$  中,用边的余弦公式可得:

$$\begin{aligned} \cos S &= \cos(90^\circ - \varphi_1) \cos(90^\circ - \varphi_2) + \sin(90^\circ - \varphi_1) \sin(90^\circ - \varphi_2) \cos D\lambda \\ &= \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos D\lambda \end{aligned}$$

(2)角的余弦公式:在球面三角形中,一角的余弦等于其他两角余弦的乘积并冠以负号,加上这两角正弦及其夹边余弦的乘积,即

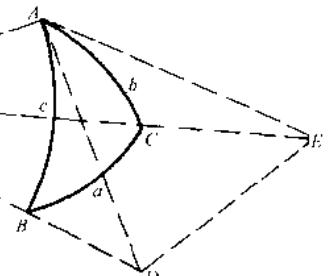


图 1-1-10