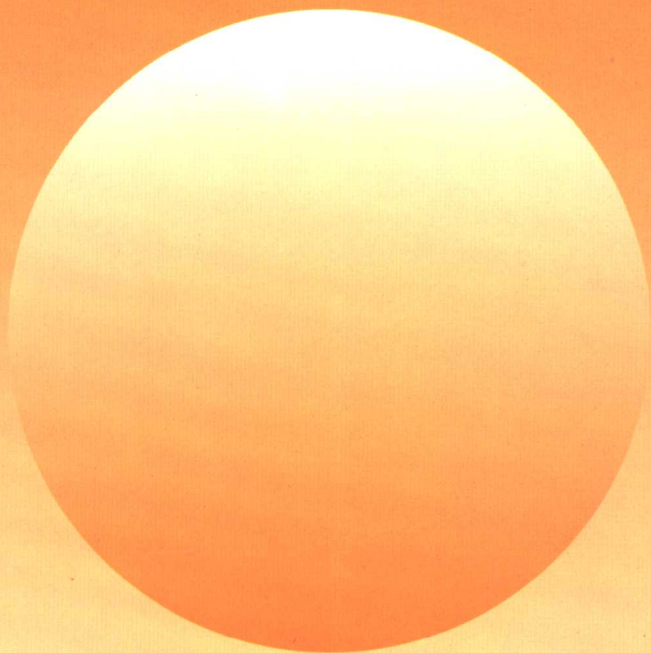


● 研 究 生 用 书 ●

MATHEMATICAL
ANALYSIS TO
MICROECONOMICS

华中科技大学出版社



胡适耕



微观经济的数理分析

7016
H575
F224

微观经济的 数理分析

胡适耕



A1103152

华中科技大学出版社



图书在版编目(CIP)数据

微观经济的数理分析/胡适耕

武汉:华中科技大学出版社,2003年8月

ISBN 7-5609-2971-0

I. 微…

II. 胡…

III. 微观经济-研究生-教材

IV. F016

微观经济的数理分析

胡适耕

责任编辑:章咏霓

封面设计:刘 卉

责任校对:封春英

责任监印:熊庆玉

出版发行:华中科技大学出版社

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87545012

录 排:华中科技大学出版社照排室

印 刷:湖北恒吉印务有限公司

开本:850×1168 1/32 印张:8 插页:2

字数:181 000

版次:2003年8月第1版 印次:2003年8月第1次印刷

ISBN 7-5609-2971-0/F·254

定价:13.50 元

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)



• 研 究 生 用 书 • Mathematical Analysis
to Microeconomics

Hu Shigeng

内 容 简 介

本书运用数学的工具、方法与形式语言,系统地处理现代微观经济理论的基本内容.全书共九章,其内容包括:偏好与选择;消费理论;生产理论;一般均衡理论;风险决策;对策论及其应用;外部性与公共物品;垄断与非对称信息;社会选择理论,等等.本书一方面以紧凑的形式概述了微观经济学的标准内容,同时也介绍了某些近年来日趋重要与活跃的研究领域.

本书熔经济学概念与数学方法于一炉,可适应多方面读者的需要;它既可以作为经济学与应用数学专业硕士生或高年级大学生的教材,亦可供数理经济学方面的研究工作者参考.

Abstract

The purpose of this book is to provides a systematical treatment for the modern microeconomic theory by using mathematical instruments, methods and formal language. The book includes nine chapters. The main topics are as follows: preference and choice; consumption theory; production theory; the general equilibrium theory; risk decision; game theory and its applications; externalities and public goods; monopoly and asymmetric informations; social choice theory, etc. On the one hand the book contains a comprehensive treatment for standard materials of microeconomic theory, on the other hand it provides some new results which are the subject of great importance and much activity.

The book can serve as textbook for graduate students in economic or mathematial department. It can also be consulted by researchers in mathematical economics.

写在“研究生用书”出版 10 周年

在今天，面对科技的迅速发展，知识经济已见端倪，国际竞争也日趋激烈，显然，国家之间的竞争是国家综合实力的竞争，国家综合实力的竞争关键是经济实力的竞争，而经济实力的竞争关键又在于科技（特别是高科技）的竞争，科技（特别是高科技）的竞争归根结底是人才（特别是高层次人才）的竞争，而人才（特别是高层次人才）的竞争基础又在于教育。“百年大计，教育为本；国家兴亡，人才为基。”十六个字、四句话，确是极其深刻的论断。目前，国际形势清楚表明：我们国家的强大与民族的繁荣，主要立足于自己，以“自力更生”为主；把希望寄托于他人，只是一种不切实际的幻想。这里，我们决不是要再搞“闭关锁国”，搞“自我封闭”，因为那是没有出路的；我们强调的是要“自信，自尊，自立，自强”，要以“自力更生”为主，走自己发展的道路。

显然，知识经济最关键的是人才，是高层次人才的培养，而作为高层次人才培养的研究生教育就在一个国家方方面面的工作中，占有十分重要的战略地位。可以说，没有研究生教育，就没有威伟雄壮的科技局面，就没有国家的强大实力，就没有国家在国际上的位置，就会挨打，就会受压，就会被淘汰，还说什么知识经济与国家强大？！

“工欲善其事，必先利其器。”教学用书是教学的重要

基本工具与条件。这是所有从事教育的专家所熟知的事实。所以,正如许多专家所知,也正是原来的《“研究生用书”总序》中所指出,研究生教材建设是保证与提高研究生教学质量的重要环节,是一项具有战略性的基本建设。没有研究生的质量,就没有研究生教育的一切。

我校从 1978 年招收研究生以来,即着力从事于研究生教材与教学用书的建设。积十多年建设与实践的经验,我校从 1989 年起,正式分批出版“研究生用书”。第一任研究生院院长陈王廷教授就为之写了《“研究生用书”总序》,表达了我校编写这套用书的指导思想与具体要求,“要力求‘研究生用书’具备科学性、系统性、先进性”。后三任研究生院院长,也就是各任校长黄树槐教授、我本人和周济教授完全赞同这一指导思想与具体要求,从多方面对这套用书加以关心与支持。

我是十分支持出版“研究生用书”的。早在 1988 年我在为列入这套书中的第一本,即《机械工程测试·信息·信号分析》写“代序”时就提出:一个研究生应该博览群书,博采百家,思路开阔,有所创见。但这不等于他在一切方面均能如此,有所不为才能有所为。如果一个研究生的主要兴趣与工作不在“这一特定方面”,他也可以选择一本有关的书作为了解与学习这方面专业知识的参考;如果一个研究生的主要兴趣在“这一特定方面”,他更应选择一本有关的书作为主要学习用书,寻觅主要学习线索,并缘此展开,博览群书。这就是我赞成为研究生编写系列教学用书的原因。

目前,这套书自第一本于 1990 年问世以来,已经度

过了10个春秋,出版了8批共49种,初步形成规模,逐渐为更多读者所认可。在已出版的书中,有15种分获国家级、部省级图书奖,有16种一再重印,久销不衰。采用此套书的一些兄弟院校教师纷纷来信,赞誉此书为研究生培养与学科建设做出了贡献,解决了他们的“燃眉之急”。我们感谢这些赞誉与鼓励,并将这些作为对我们的鞭策与鼓励,“衷心藏之,何日忘之?!”

现在,正是江南春天,“最是一年春好处”。华工园内,红梅怒放,迎春盛开,柳枝油绿,梧叶含苞,松柏青翠,樟桂换新,如同我们的国家正在迅猛发展、欣欣向荣一样,一派盎然生机。尽管春天还有乍寒的时候,我们国家在前进中还有种种困难与险阻,来自国内与来自国外的阻挠与干扰,有的还很严峻;但是,潮流是不可阻挡的,春意会越来越浓,国家发展会越来越好。我们教师所编的、所著的、所编著的这套教学用书,也会在解决前进中的种种问题过程中继续发展。然而,我们十分明白,这套书尽管饱含了我们教师的辛勤的长期的教学与科研工作的劳动结晶,作为教学用书百花园中的一丛鲜花正在怒放,然而总会有这种或那种的不妥、错误与不足,我衷心希望在这美好的春日,广大的专家与读者,不吝拨冗相助,对这套教学用书提出批评建议,予以指教启迪,为这丛鲜花除害灭病,抗风防寒,以进一步提高质量,提高水平,更上一层楼,我们不胜感激。我们深知,“一个篱笆三个桩”,没有专家的指导与支持,没有读者的关心与帮助,也就没有这套教学用书的今天。我衷心祝愿在我们学校第三次大发展的今天,在百年之交与千年之交的时候,这套教学用书会

以更雄健的步伐,走向更美好的未来。

诗云:“嚶其鸣矣,求其友声。”这是我们的心声。

中国科学院院士
华中理工大学学术委员会主任

杨叔子

于华工园内

1999年5月15日

前 言

本书的标题已经指明,它以微观经济问题作为其讨论对象.你可能指望,在这个前言中,对于微观经济学的核心概念与主要结论能有所阐发;至少应当开宗明义,告诉你什么是微观经济学,就如大多数中外微观经济学著作所作的那样.一本经济学著作这样开头,当然顺理成章,亦于读者有益;这类书中不少开门见山的长篇宏论,就使本书作者深为折服.然而,我却不打算效法他们.对于可能为此而感到失望的读者,我除了表示遗憾之外,不能不以另外一番议论作为补偿,虽不能称为宏论,亦不失为一家之言.

你想必已注意到书名中的“数理分析”一词.如此称呼,当然不是哗众取宠,而是宗旨所在.在当今世界,一门科学之后或之前缀以数理二字,不仅没有标新立异之嫌,简直可以说是一种时尚了.不必说,你已熟悉解析力学、数学物理、数理生物学一类的学科;你也不会惊异于数理遗传学、数理地质学的崛起;甚至数理社会学与数理语言学也不是出于臆造了.凡此种种,不过昭示了一个不可抗拒的历史潮流:科学的数学化.想将科学变成一个可以论证的严密系统——文明人类的这样一种不可抑止的永恒冲动,今天到处都在造成数学对其他学科的无情入侵.微观经济学,只不过是众多被征服的领域中较为突出的一例罢了.

在看来远离数学的领域——你可能觉得经济学就正是这样的领域——运用数学方法,会是有效的吗?这一直是烦扰科学界的问题,它始终纠缠着你,使你挥之不去.你不可能从理性思考中得到解脱,回答只能来于实践,而实践从来都是属于全人类且属于历史的.如果你直截了当地提出:微观经济的数理分析是有效的吗?作者当然无法回避,只能说:迄今已有的材料给人印象深刻地证明

了,数理方法在经济学领域具有难以比拟的优势;然而,最终的结论仍然深深地隐藏在未来的历史长河中,此中玄机,非作者所敢言也.经济学应当运用数学方法,还是其他方法,这不是此处所适宜谈论的问题.

如果说,是否运用数学方法完全是个人的选择,那么,一旦决定运用数学方法,对于是否要遵守数学的严格标准,就很少有选择余地了.这一点不会使各个领域的专家感到高兴,但他们最终会发现,任何抵制与偷换都将无济于事.

为科学界认可的数理方法的通则是:首先必须以完全形式化的语言将所研究的问题归纳为一个数学系统,这意味着提出某个数学模型;其次,针对模型所涉及的对象,必须提出适当的假设;然后,必须严格地依据逻辑规则利用所作的假设及已知数学理论,推演出各种结论并作出具体解释.数理方法的力量恰好在于:整个理论都建立在为数不多的几条基本假设的基础之上.如果你承认所用的假设是合理的,那么你就不可能拒绝由这些假设严格推算出来的任何一条具体结论,因为人们对于数学方法的可靠性是深信不疑的.

另一方面,数学方法的局限性也集中表现在假设上:数学方法不仅不可能自动保证假设的合理性,而且,为适应运用特定数学工具的需要,人们往往有意提出很强的假设而将问题人为地简化.科学界普遍承认,适当的简化为任何有效的研究所必需.然而问题在于:怎么知道这种简化是否过头了?惟因如此,你对于通过无可挑剔的数学方法得出来的结论,依然会满腹疑虑,因为对这些结论据以推出的假设,并无完全的信用.

尽管如此,你也只能将怀疑的目光投向理论由之出发的假设,而不至于否定方法本身.假设总是可以修改的,且整个科学史在一定意义上正是不断修改假设的历史.数理方法的巨大优势与力量之源泉正在于:它为科学提供了一个具有更新机制的理论建造模式.它从来不将一些来自直接归纳的结论宣布为绝对真理,它只承

认“在某个条件下必有某个结论”这样的相对真理。它避免了追根究底，从而以一种狡黠的方式使自己永远立于不败之地。你对数理微观经济学的结论不以为然吗？那很好，就让我们一起来审察一下，究竟是哪些假设不当，看是否有办法加以修正。如果修正之后仍然不能令人满意，还有继续改进的余地，或者干脆采用新的数学模型。总之，你所面对的，是这样一个学科：它并非在今天自诩为绝对真理但明天就被宣布过时，它承认自己远未完善，仍处在不断更新之中。今天的微观经济学，未必有哪一条结论值得让你奉为金科玉律；但对于由方程、公式与数字所表达的结论将越来越准确地描述现实的经济，你完全可以抱有信心，而这也足够了。

现代数理方法对于人类认知理论的一个重大贡献是，它以无可争辩的明晰性，将它所处理的概念区分为原生的与派生的两类。一个理论由之出发的基础概念是原生的，它们构成定义其他概念的基础，而其本身则是不可定义的，除非你执意将一些并无实质意义的同语反复当做定义。如同数学中的点、集合等概念都不可定义一样，经济学中的偏好、商品等概念严格说来也是不可定义的。不要以为这是什么很可悲的事情。不能在逻辑上给出定义，并不意味着不可从心智上加以理解与把握。这种基于观察、联想、体验与归纳的认知过程，并不能纳入逻辑的范畴之内，这使得不同认识功能区分明确了。你会发现，本书很少花篇幅去解释消费、效用、生产、商品这类基本经济概念，这当然不意味着它们不重要，不需要反复推敲，但这不是对业已确立的数学模型进行逻辑分析所必需的。例如，对于用偏好公理展开的消费理论来说，所讨论的消费品是物质的、精神的或其他类型的，完全无关紧要，也不必去确切界定。这样做不仅回避了一个历来使人心烦的问题，而且使所建立的理论具有作各种不同解释的广阔余地。只有在考虑将理论结果应用到某一具体经济问题时，你才感到有必要仔细地识别，对于理论概念所作的解释是否是适当的。

本书的大多数内容，作者在华中科技大学给研读数理经济学

的硕士生与博士生讲授过. 作者感到, 本书所采用的这样的材料安排与处理方式, 可能使读者能较快地完成从最基本的微观经济学修养到较深入的现代理论的过渡. 凡具有微积分学、线性代数、基本的概率论及最优化理论知识的读者, 都可以顺利阅读本书. 当然, 如果读者在集合论及分析数学领域有较好的修养, 对于本书内容将更容易获得深入的理解. 读者在初次阅读时, 不妨跳过那些打星号的节.

本书得以顺利出版, 完全有赖于华中科技大学出版社的大力支持, 对此, 作者不胜感激, 谨致深切谢意.

作 者

2001 年 7 月于武汉

记号与约定

$B_{p,w}$ Walras 预算集

C^r 具有 r 阶连续(偏)导数的函数类

$C(D)$ D 上的连续实函数之全体

$C(\cdot)$ 选择规则或成本函数

CMP=成本最小化问题

$\text{co}A$ 集 A 的凸包

$\det A = |A|$ 矩阵 A 的行列式

Δx 变量 x 的增量, 如 $\Delta x = x' - x$

$\Delta(S_i)$ 由 S_i 生成的混合策略之集

∂A 集 A 的边界

$E_{y,x}$ 变量 y 对 x 的弹性

EMP=支出最小化问题

e_i $\mathbf{R}^I$ 的标准基向量, 即 $e_i = (0, \dots, \overset{i}{1}, \dots, 0)$

$e(p, u)$ 消费者的支出函数

$F(\cdot)$ 分布函数或社会福利泛函

Γ_E 展开型对策

Γ_N 正规型对策

$h(p, u)$ Hicks 需求函数

I 个体(消费者、厂商)集

J 厂商集

K-T 条件 Kuhn-Tucker 一阶最优性条件

$\mathcal{L}$ Lagrange 函数、彩票空间

L 商品种数、彩票

$\max U$ 集 $U \subset \mathbf{R}^I$ 的极大元之全体
 PMP=利润最大化问题
 p 通常记价格向量
 π 通常记利润或概率
 $\pi(\cdot)$ 利润函数
 q 通常记产量
 $\mathbf{R}_+ = [0, \infty)$; $\mathbf{R}_+^N = (\mathbf{R}_+)^N$
 $\mathbf{R}_{++}^N$ $\mathbf{R}_+^N$ 之内部
 $\mathbf{R}^{m \times n}$ $m \times n$ 阶矩阵之全体
 S 状态集、策略集
 $S(p, w)$ Slutsky 矩阵
 $\Sigma_i = \Delta(S_i)$
 U 效用可能性集
 $U_x = \{y : y \geq x\}$ 上围道集
 UMP=效用最大化问题
 $U(\cdot)$ 与 $u(\cdot)$ 效用函数
 $v(p, w)$ 间接效用函数
 W, w 通常表财富、工资
 (WA) =显示偏好弱公理
 $W(\cdot)$ 记福利函数
 X 选择集、消费集
 $x(p, w)$ Walras 需求函数
 Y 通常记生产集
 $y(p)$ 供应函数
 z 通常表示生产的投入
 ω 通常记禀赋
 $\triangleq$ 定义为
 $\square$ 证明完毕

几点说明

1. 引证 1.1(1-1)表示 1.1 节中式(1-1);第一章中的定义、命题、定理、例分别记为定义 1.1、命题 1.1、定理 1.1 与例 1.1.

2. 指标的用法 若用 I 作指标集,则约定 $I = \{1, 2, \dots, I\} = \{i : 1 \leq i \leq I\}$. 出现于 $\sum, \prod, \cup, \cap$ 下的指标通常省略. 给定 $x \in \mathbf{R}^I, f: D \rightarrow \mathbf{R}^I$, 自动认定 $x = (x_i) = (x_1, \dots, x_I), f = (f_i) = (f_1, \dots, f_I)$; 约定 $x = (x_i, x_{-i}), x_{-i} = (x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_I)$; 相应地 $S_{-i} = S_1 \times \dots \times S_{i-1} \times S_{i+1} \times \dots \times S_I$.

3. 向量 $x \in \mathbf{R}^{IJ}$ 可等价地写成三种形式:

$$\begin{aligned} x &= (x_{11}, \dots, x_{1J}, \dots, x_{I1}, \dots, x_{IJ}) \\ &= (x_1, \dots, x_I)(x_i = (x_{i1}, \dots, x_{iJ}) \in \mathbf{R}^J) \\ &= (x_1, \dots, x_J)(x_j = (x_{1j}, \dots, x_{Ij}) \in \mathbf{R}^I). \end{aligned}$$

对 $x \in \mathbf{R}^{IJK}$ 可类似处理. 涉及代数运算时向量总看作列向量.

4. 向量序 对于 $x, y \in \mathbf{R}^I$, 约定

$$\begin{aligned} x \leq y &\Leftrightarrow y \geq x \Leftrightarrow x_i \leq y_i \quad (1 \leq i \leq I); \\ x < y &\Leftrightarrow y > x \Leftrightarrow x \leq y \neq x; \\ x \ll y &\Leftrightarrow y \gg x \Leftrightarrow x_i < y_i \quad (1 \leq i \leq I). \end{aligned}$$

5. 集记号 对 $A, B \subset \mathbf{R}^I, \alpha \in \mathbf{R}$, 约定

$$\begin{aligned} A \pm B &= \{a \pm b : a \in A, b \in B\}; \\ \alpha B &= \{\alpha b : b \in B\}; \\ -B &= \{-b : b \in B\}. \end{aligned}$$

6. 序列与极限 $\mathbf{R}^I$ 中的序列记为 $\{x^n\}$;

$$\lim_n x^n = x \Leftrightarrow x^n \rightarrow x \Leftrightarrow x_i^n \rightarrow x_i \quad (1 \leq i \leq I),$$

$\lim_n$ 是 $\lim_{n \rightarrow \infty}$ 的缩写.

7. 凸组合 谈及凸组合 $\sum a_k x_k$ 时, 意指 $x_k (1 \leq k \leq K)$ 属于某个向量空间, $a_k \geq 0$, $\sum a_k = 1$. 两向量 x, y 的凸组合写成 $\alpha x + \alpha' y, 0 \leq \alpha \leq 1, \alpha' = 1 - \alpha$. 记号 α' 不加说明地普遍使用.

8. 导数记号 对 $f: \mathbf{R}^L \rightarrow \mathbf{R}$ 与 $F: \mathbf{R}^L \rightarrow \mathbf{R}^N$, 约定

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \nabla f(x) = \left[\frac{\partial f(x)}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f(x)}{\partial x_L} \right]^T;$$

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x \partial x^T} = \nabla^2 f(x) = \left[\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_l \partial x_k} \right] \in \mathbf{R}^{L \times L};$$

$$\frac{\partial F(x)}{\partial x} = F'(x) = \left[\frac{\partial F_n(x)}{\partial x_l} \right] \in \mathbf{R}^{N \times L}.$$

对 $f(x, y)$ 约定 $\nabla_x f(x, y) = \partial f(x, y) / \partial x$.

9. 最优化问题 $\bar{x}$ 是最大化问题

$$\max f(x) = \beta, \quad \text{s. t. } x \in D$$

的解意味着 $\bar{x} \in D$ 且 $f(\bar{x}) = \beta \triangleq \sup_{x \in D} f(x)$, β 称为最优值. $x \in D$ 表约束条件, 它通常由一组不等式或等式给定.