普通高等教育规划教材

理论力学

导学篇

冯奇　王斌耀　编

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育规划教材

理论力学

导学篇

冯　奇　王斌耀　编

机械工业出版社

本书作为教育部土建专业教学改革的成果，是同济大学理论力学教研室按照原国家教委颁布的“高等学校工科理论力学课程教学基本要求”，吸收国内外教材，尤其是德国教材的优点而编写的。为了适应目前教学时数大幅度减少的事实，本书依据精讲多练的原则，在系统上作了较大的改动，并适当提高了起点，内容略有扩充。

全书分二册：《理论力学教程篇》作为本套书的理论部分，深入浅出地阐明基本概念，并以矢量运算作为数学基础，由一般到特殊导出全部公式，书中仅附有少量例题，用以说明概念和公式。《理论力学导学篇》作为教程篇的配套教材，附有丰富的例题和大量习题，并给出了解题指南，并在内容上对教程篇略有补充。为了便于读者自学，每章中配有内容提要和基本要求。

本书主要适用于工科高等院校土建类专业学生，同时兼顾机械类及其他专业的学生，也可供其他类型的学生和工程技术人员学习参考。

图书在版编目（CIP）数据

理论力学．导学篇/冯奇，王斌耀编．—北京：机械工业出版社，2003.7

普通高等教育规划教材

ISBN 7-111-12228-3

Ⅰ．理...　Ⅱ．①冯...②王...　Ⅲ．理论力学—高等学校—教材　Ⅳ．031

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 038585 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号　邮政编码 100037）
责任编辑：郑　丹　宋学敏　版式设计：冉晓华　责任校对：李秋荣
封面设计：饶　薇　责任印制：路　琳
北京机工印刷厂印刷・新华书店北京发行所发行
2003 年 7 月第 1 版第 1 次印刷
1000mm×1400mm B5・9.25 印张・356 千字
定价：23.00 元

前　　言

由于目前课时大量减少，生源水平提高，理论力学作为一门技术基础课程，不改革已不能适应发展的形势。作为教育部土建专业面向21世纪的教改成果，作者在以下几方面作了一些探索。

（1）以矢量数学作为工具，使理论力学基本概念的数学描述简洁，减少了课时。

（2）强化基本概念，从一般到特殊引入基本概念，既减少了课时，又能使学生对问题有一个全局的认识。

（3）加强应用能力的训练，静力学与动力学都列有专门章节讨论应用问题。

（4）针对土木类专业后续课程的要求，对静力学有所侧重。

（5）在运动学中，试图对动点和刚体运动学叙述有一个有机的连续，在编排上作了尝试。

（6）为了提高学生自学能力，专门编有《理论力学导学篇》，指导学生自学。

本书的系统结构是参考 Franz Ziegler. Technische Mechanik der festen und fluessigen Koerper. 3rd 的形式而设置。

全书共分十章，第一章至第二章为静力学及其应用；第三章到第五章叙述运动学，内容包括运动学概述，刚体运动学及点的相对运动；第六章给出自由度，约束及广义坐标等概念；第七章至第十章讲述动力学。动力学叙述在系统上与传统教材比较有所变动，大体上分牛顿力学、分析力学基础、动力学应用问题及动力学专题。其中动力学专题属提高内容，包括近年来应用较广泛，并在后续课程中较少出现的第一类拉格朗日方程；删除后续课程中较多出现的两个自由度系统振动内容。

《理论力学教程篇》中，第一章、第二章、第六章及第十章由冯奇执笔，第三章到第五章及第七章到第九章由周松鹤执笔；《理论力学导学篇》由王斌耀执笔；全书最后由冯奇统稿。

本书作为教改成果，反映了同济大学近年来基础力学教学实践的总结以及作者的努力，但教学内容与体系改革是一项长期而艰巨的历史任务，理论力学课程也不例外，因此，书中错误和不足在所难免，恳切希望读者指正。

编者

同济大学

目　录

前言
第一章　刚体系统静力学 …… 1
内容提要 …… 1
基本要求 …… 9
例题 …… 10
习题 …… 31
习题答案 …… 48
第二章　静力学应用问题 …… 51
内容提要 …… 51
基本要求 …… 54
例题 …… 55
习题 …… 67
习题答案 …… 76
第三章　定坐标系质点运动学 …… 79
内容提要 …… 79
基本要求 …… 81
例题 …… 82
习题 …… 86
习题答案 …… 89
第四章　刚体运动学 …… 91
内容提要 …… 91
基本要求 …… 94
例题 …… 95
习题 …… 107
习题答案 …… 114
第五章　点的合成运动 …… 117
内容提要 …… 117
基本要求 …… 118
例题 …… 119
习题 …… 133
习题答案 …… 141
第六章　约束、自由度及广义坐标 …… 144

内容提要 …… 144
基本要求 …… 146
例题 …… 146
习题 …… 149
习题答案 …… 150
第七章　动力学普遍定理 …… 151
内容提要 …… 151
基本要求 …… 157
例题 …… 157
习题 …… 175
习题答案 …… 189
第八章　分析力学基础 …… 194
内容提要 …… 194
基本要求 …… 197
例题 …… 197
习题 …… 223
习题答案 …… 237
第九章　动力学应用问题 …… 241
内容提要 …… 241
基本要求 …… 243
例题 …… 243
习题 …… 256
习题答案 …… 266
第十章　动力学专题 …… 269
内容提要 …… 269
基本要求 …… 270
例题 …… 271
习题 …… 282
习题答案 …… 286
参考文献 …… 288

第一章　刚体系统静力学

内容提要

静力学主要研究两大类问题：

1）力系的简化，即力系的等效替换；

2）力系的平衡。

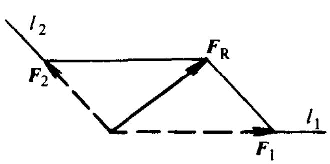
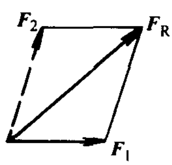
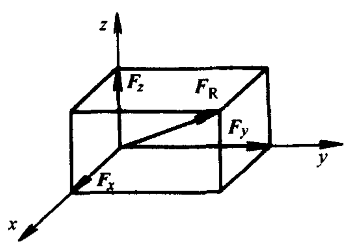
1. 力的概念、力与力矩的运算方法

物体在力作用下的运动效应，不仅有移动效应，而且还有转动效应。因此，力对刚体而言，力是滑动矢量，则其三要素为：力的作用线，力的大小，力的方向。

（1）力的合成与分解

共点的两个已知力，可由平行四边形法则决定其合力；合力体现了力对物体作用时的移动效应。一个力须在给定的条件下（如表 1-1），才能分解成其确定的分力。

表 1-1　力的分解

已知两分力的方位	已知一分力的大小与方位	力沿直角坐标系分解
		
$\boldsymbol{F}_R=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2$	$\boldsymbol{F}_2=\boldsymbol{F}_R-\boldsymbol{F}_1$	$\boldsymbol{F}_R=\boldsymbol{F}_x+\boldsymbol{F}_y+\boldsymbol{F}_z$

（2）力的投影（表 1-2）

（3）合力投影定理

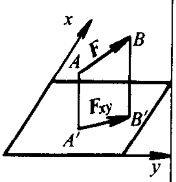
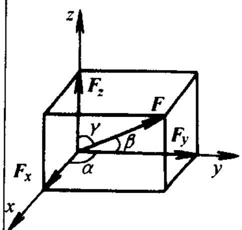
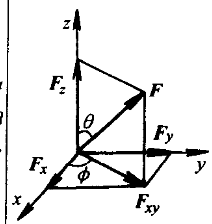
合力 $\boldsymbol{F}_R\left(\boldsymbol{F}_R=\sum\limits_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_i\right)$ 在任一轴上的投影，等于其各分力 $\boldsymbol{F}_i$ 在同一轴上的投影的代数和。此定理适用于各种合矢量与分矢量的关系。

（4）力对点之矩

力矩体现了力对物体作用时的转动效应。因为同一个力对不同点的矩是不相

同的，所以力对点之矩是定位矢量。若矩心为 O，则

表 1-2　力的投影

力在平面上投影		力在直角系上一次投影		力在直角系上二次投影	
图例	投影值	图例	投影值	图例	投影值
	$F_{xy}=\overline{A'B'}$ F_{xy}是矢量		$F_x=F\cos\alpha$ $F_y=F\cos\beta$ $F_z=F\cos\gamma$		$F_x=F\sin\theta\cos\varphi$ $F_y=F\sin\theta\sin\varphi$ $F_z=F\cos\theta$

$$\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F})=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ x & y & z\\ F_x & F_y & F_z\end{vmatrix}$$

（5）力对点之矩与力对轴之矩的关系定理

力对任一点的力矩矢在过此点的任一轴上的投影，等于此力对该轴之矩。

（6）合力矩定理

作用在同一点的各力 $\boldsymbol{F}_1,\boldsymbol{F}_2,\cdots,\boldsymbol{F}_n$ 有合力 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}}=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_i$，则有：合力对一点 O 之矩等于各分力对同一点之矩的矢量和，即 $\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}})=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}_i)$。

此定理当力系有合力存在时即成立。依照合力投影定理，合力矩向任意一轴 x 投影时有对轴的合力矩定理，即 $\boldsymbol{M}_x(\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}})=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{M}_x(\boldsymbol{F}_i)$。

2. 重心与形心

（1）重心

对固体而言，其重力总是通过体上一个确定的点 C，且点 C 不以物体在空间的位置变化而改变，这个点 C 就是物体的重心。

设 $\boldsymbol{P}_i$ 为微元体的重力，$\boldsymbol{P}$ 为总重力（见图 1-1），则

$$\boldsymbol{r}_C=\frac{\sum P_i\boldsymbol{r}_i}{P}$$

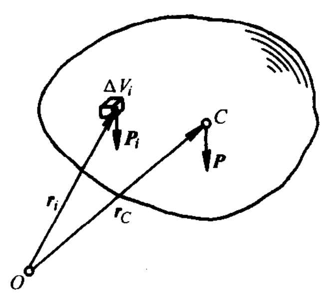


图　1-1

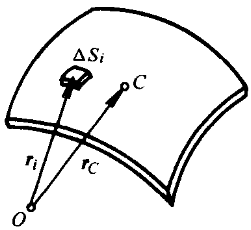
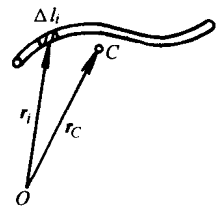
（2）形心

匀质物体的重心就是形心，形心完全决定于物体

的几何形状，而与物体的重力无关。设 ΔV_i 为微元体的体积，V 为总体积（见图 1-1），则 $\boldsymbol{r}_C=\dfrac{\sum \Delta V_i \boldsymbol{r}_i}{V}$

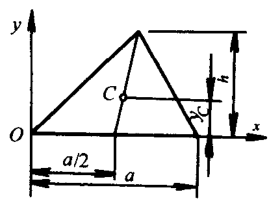
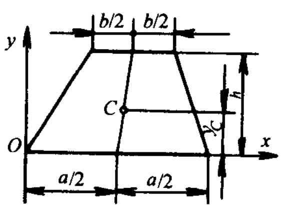
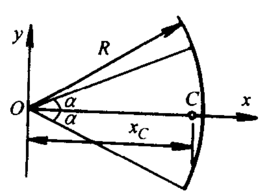
两种特殊形体的形心如表 1-3。

表 1-3　匀质等厚薄壳、匀质等截面细杆的形心

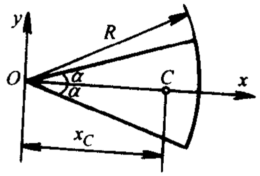
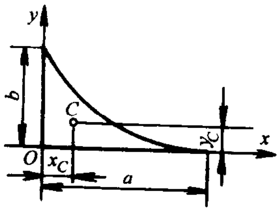
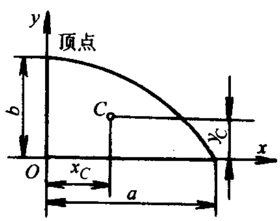
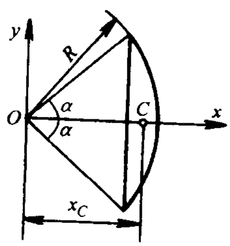
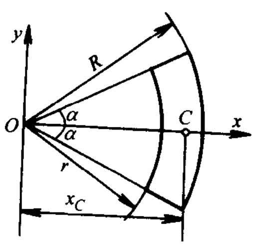
匀质等厚薄壳		匀质等截面细杆	
图　例	公　式	图　例	公　式
	$r_C=\dfrac{\sum \Delta S_i r_i}{S}$ ΔS_i 为微元体表面积 S 为总表面积		$r_C=\dfrac{\sum \Delta l_i r_i}{l}$ Δl_i 为微元体长度 l 为总长度

常见简单形状匀质物体的形心（重心）由表 1-4 列出。

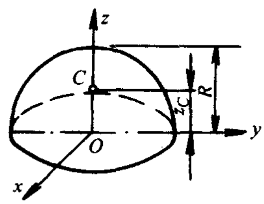
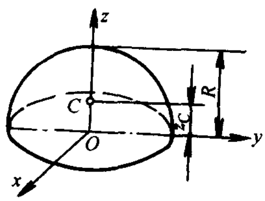
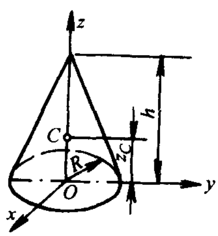
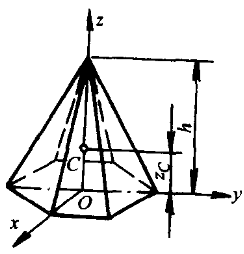
表 1-4　常见简单形状匀质物体的形心（重心）

形状	图　示	重心位置	线长、面积、体积
三角形		重心在三中心线的交点 $y_C=\dfrac{1}{3}h$	$S=\dfrac{1}{2}ah$
梯形		重心在上底、下底中点的连线上 $y_C=\dfrac{1}{3}h\,\dfrac{a+2b}{a+b}$	$S=\dfrac{h}{2}\ (a+b)$
圆弧		$x_C=\dfrac{R\sin\alpha}{\alpha}$	$l=2\alpha R$

（续）

形状	图　示	重心位置	线长、面积、体积
扇形		$x_C=\frac{2}{3}\ \frac{R\sin\alpha}{\alpha}$	$S=\alpha R^2$
抛物线形（1）		$x_C=\frac{1}{4}a$，$y_C=\frac{3}{10}b$	$S=\frac{1}{3}ab$
抛物线形（2）		$x_C=\frac{3}{8}a$，$y_C=\frac{2}{5}b$	$S=\frac{2}{3}ab$
弓形		$x_C=\frac{2}{3}\ \frac{R^3\sin^3\alpha}{S}$	$S=\frac{R^2\ (2\alpha-\sin2\alpha)}{2}$
扇形环		$x_C=\frac{2}{3}\ \frac{R^3-r^3}{R^2-r^2}\ \frac{\sin\alpha}{\alpha}$	$S=\ (R^2-r^2)\ \alpha$

（续）

形状	图　　示	重心位置	线长、面积、体积
半球面		$z_C=\frac{1}{2}R$	$S=2\pi R^2$
半球体		$z_C=\frac{3}{8}R$	$V=\frac{2}{3}\pi R^3$
正圆锥体		$z_C=\frac{1}{4}h$	$V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$
正棱锥体		$z_C=\frac{1}{4}h$	$V=\frac{h}{3}S_{底}$

（3）复合形体的形心计算方法

1）分割法。将匀质物体分割成几个简单形状的物体。

2）负体（面）积法。在匀质物体中切去一部分，使物体成为简单形状的物体，则切去部分的体积（面积）应取负值。

3. 力系的简化

（1）力系的元素（基本力系）

如表 1-5 所示。

表 1-5 基本力系

类别	力	力偶	力螺旋	
图例			 右螺旋	 左螺旋
运动效应	移动＋转动	纯转动	移动＋转动	

（2）力线平移定理

平移力的作用线，必须相应地增加一个附加力偶才可能与原来的力等效。附加的力偶矩等于原力 $\boldsymbol{F}$ 对平移点 O 的力矩，如图 1-2 所示。

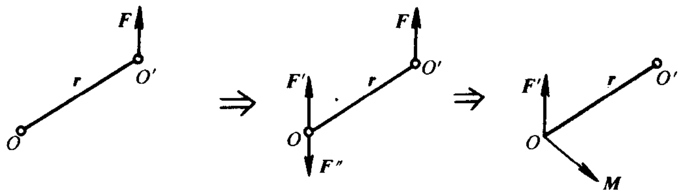


图 1-2

$$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{M}_O（\boldsymbol{F}）=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}$$

式中 $\boldsymbol{r}$——点 O 到力线的距离。

（3）力系的简化结果

力系向一点简化，得一般的简化结果为

主矢 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}}=\sum\boldsymbol{F}_i$

主矩 $\boldsymbol{M}_O=\sum\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}_i)$

主矢和主矩在主矢的投影均不以简化中心的不同而改变，分别称为第一不变量和第二不变量。其简化的最终结果列于表 1-6。

表 1-6 力系的简化结果分析

力系向任一点 O 简化的结果			简化的最后结果	说 明
$\boldsymbol{M}_O\cdot\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}}=0$	$\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}}\neq0$	$\boldsymbol{M}_O=0$	合力	合力作用线通过简化中心
		$\boldsymbol{M}_O\neq0$，$\boldsymbol{M}_O\perp\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}}$		合力作用线至简化中心的距离 $r=\frac{M_O}{F_{\mathrm{R}}}$
	$\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}}=0$	$\boldsymbol{M}_O=0$	平衡	
		$\boldsymbol{M}_O\neq0$	合力偶	合力偶矩与简化中心的选择无关

（续）

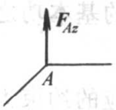
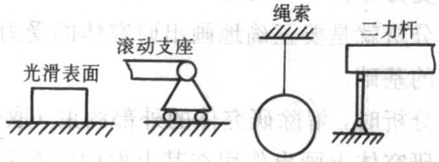
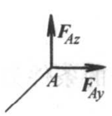
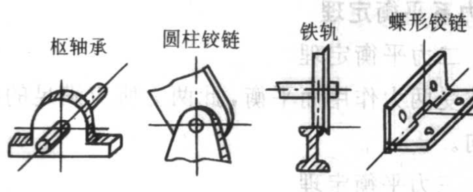
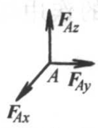
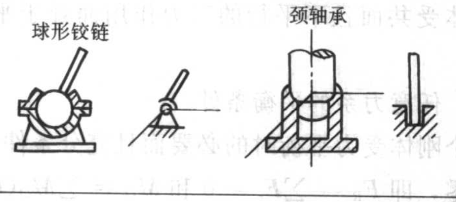
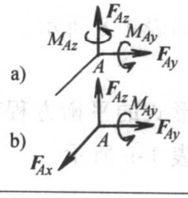
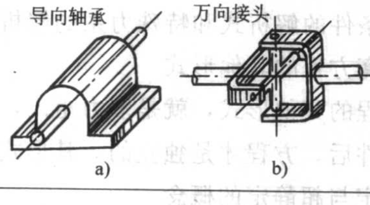
力系向任一点 O 简化的结果		简化的最后结果	说　明
$\boldsymbol{M}_O \cdot \boldsymbol{F}_{\mathrm{R}} \neq 0$	$\boldsymbol{M}_O /\!/ \boldsymbol{F}_{\mathrm{R}}$	力螺旋	中心轴通过简化中心
	$\angle(\boldsymbol{M}_O, \boldsymbol{F}_{\mathrm{R}}) = 0$		中心轴至简化中心的距离 $r=\dfrac{M_O\sin\theta}{F_{\mathrm{R}}}$

简化中心 O 到中心轴的距离用矢量式表示为　$r=\dfrac{F\times M_O}{F^2}$。

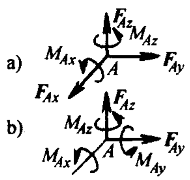
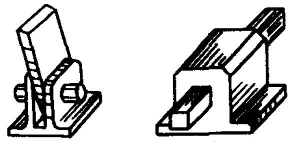
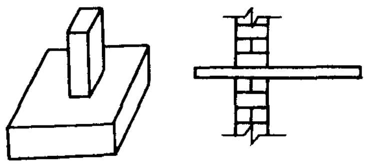
（4）约束与约束力

工程中常见约束极其约束力如表 1-7 所示。对非常见的约束，必须按力系简化的方法来分析其约束力。

表 1-7　常见约束的类型及其约束力

	图示约束力未知量	约束类型
1		
2		
3		
4		

（续）

	图示约束力未知量	约束类型
5		带有销子的夹板　导轨  a)　b)
6		空间固定端　平面固定端  $F_{Ax}\equiv 0$ $M_{Ay}\equiv 0$ $M_{Az}\equiv 0$

（5）受力分析（受力图）

受力分析就是要正确地画出研究体的受力图，这是力学的基本功之一，也是力学计算的基础。

受力分析时，解除研究体的外部约束（取分离体），以相应的约束力取代这些约束。在研究体上画出作用在其上面的所有外力（包括全部载荷及约束力）。

4. 力系平衡定理

（1）二力平衡定理

刚体受两力作用而平衡，此两力所应满足的必要而且充分的条件为：共线、等值、反向。

（2）三力平衡定理

刚体受共面且不平行的三力作用而处于平衡时，此三力的作用线必交于一点。

（3）任意力系的平衡条件

单个刚体受力平衡时的必要而且充分条件是：力系的主矢为零及对任一点的主矩为零，即 $\boldsymbol{F}_R = \sum \boldsymbol{F}_i = 0$ 和 $\boldsymbol{M}_O = \sum \boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}_i) = 0$ 。

该平衡条件的解析式和特殊力系的解析式的基本形式如表 1-8 所示。

（4）平衡方程的其他形式

平衡方程的其他形式，就是多力矩式，但这些非基本形式的平衡方程都必须加上附加条件后，方程才是独立的，其形式和限制条件如表 1-9 所示。

（5）静定与超静定的概念

设刚体系中未知量的总数为 s 个，系中每个刚体的独立平衡方程数的总和为 m 个，当 $s \leqslant m$ 时，系统为静定的；当 $s > m$ 时，系统为静不定的，即是超静定。

表 1-8　各种力系的平衡方程的形式

序号	任意力系	空间特殊力系	平面特殊力系（各力的作用线在 Oxy 平面）
1	$\sum F_{ix}=0$	第 1、2、3 式为空间汇交力系的平衡方程	第 1、2、6 式为平面任意力系的平衡方程
2	$\sum F_{iy}=0$		
3	$\sum F_{iz}=0$	第 4、5、6 式为空间力偶系的平衡方程	第 2、6 式为平面平行力系的平衡方程（各力平行 y 轴）
4	$\sum M_{ix}=0$		
5	$\sum M_{iy}=0$	第 3、4、5 式为空间平行力系的平衡方程（各力平行 z 轴）	第 1、2 式为平面汇交力系的平衡方程；第 6 式为平面力偶系的平衡方程
6	$\sum M_{iz}=0$		

表 1-9　平衡方程的其他形式

空间力系	平面力系
有 4～6 个力矩式，其限制条件一般表述为：各矩轴不全平行；各矩轴不全共面；各矩轴不全交于一点	有 2～3 个力矩式，其限制条件为： 二力矩式：力的投影轴不垂直两矩心的连线（对平面平行力系：两矩心连线不平行各力作用线） 三力矩式：三矩心不共线

基 本 要 求

1）正确理解力、力矩的概念，能熟练地进行力的投影、力对点（轴）之矩的计算。

2）正确地建立物体重心、形心的概念，掌握重心、形心的一般公式。

① 能利用对称性来简化形心的计算。② 能应用分割法、负体（面）积法进行复合形体形心的计算。③ 能进行各种分布载荷的简化计算。

3）正确地理解组成力系的三个元素，掌握力系等效的规律。

① 了解力系简化的结果，会进行力系向一点简化的计算。② 熟知典型约束的约束性质及约束力的特征。③ 能正确地画出研究对象的受力图。尽量做到受力分析简单、明了，如判定二力构件等。④ 利用作用力与反作用力定律来表达物体间

力的传递关系。

4）掌握平衡方程的应用。

① 掌握各种力系的独立平衡方程的个数和形式。② 会选取适宜的力的投影轴和矩心，尽量做到列出一个方程就求解一个未知量。③ 能利用不独立的平衡方程进行校核。④ 对物体系统平衡问题，能正确地根据所要求解的内容，选取研究对象和确定简便的解题步骤，不列不必要的平衡方程。

例　题

1. 力与力矩的基本运算

例 1-1　如图 1-3 所示，一长方体的边长分别为 $l_1=40\text{cm}$，$l_2=30\text{cm}$，$l_3=50\text{cm}$；一力沿上平面对角线作用，其大小为 $F=100\text{N}$，试求此力向 AB 连线的投影值。

解　力向一轴的投影，可用矢量知识的计算方法或二次投影的计算方法。

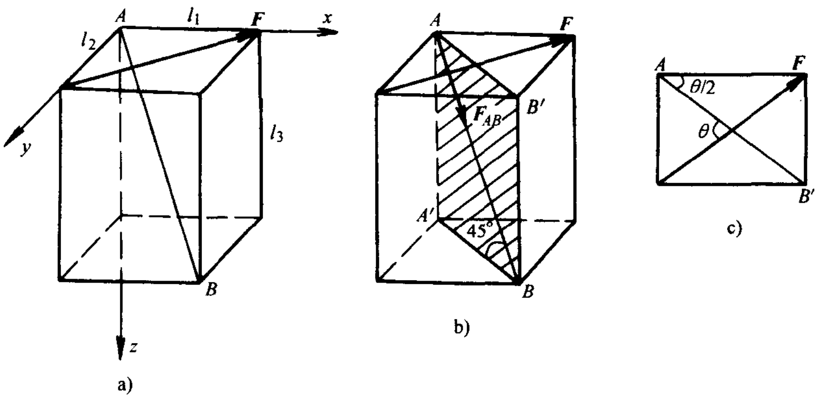


图　1-3

方法一：用矢量法。在 A 点设立直角坐标如图 1-3a 所示，则 AB 的方位矢量——单位矢量 $\boldsymbol{e}_{AB}$ 为

$$\boldsymbol{e}_{AB}=\frac{l_1\boldsymbol{i}+l_2\boldsymbol{j}+l_3\boldsymbol{k}}{\sqrt{l_1^2+l_2^2+l_3^2}}=\frac{4\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}+5\boldsymbol{k}}{5\sqrt{2}}$$

力矢量　$\boldsymbol{F}=F_x\boldsymbol{i}+F_y\boldsymbol{j}+F_z\boldsymbol{k}=\frac{4}{5}F\boldsymbol{i}-\frac{3}{5}F\boldsymbol{j}$

$$=80\boldsymbol{i}-60\boldsymbol{j}$$

用 $\boldsymbol{e}_{AB}\cdot\boldsymbol{F}$ 表示力 $\boldsymbol{F}$ 在 AB 线上的投影

$$F_{AB}=\boldsymbol{e}_{AB}\cdot\boldsymbol{F}=\frac{4\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}+5\boldsymbol{k}}{5\sqrt{2}}\cdot(80\boldsymbol{i}-60\boldsymbol{j})=14\sqrt{2}\text{N}$$

方法二：用二次投影的方法，将力投影到 $AA'BB'$ 平面，因为力 $\boldsymbol{F}$ 在水平面内，所以投影到 $AA'BB'$ 平面就是投影到 AB' 线上（见图 1-3b、c）。

$$|\boldsymbol{F}_{AB'}| = F\cos\theta = F[2\cos^2(\theta/2) - 1]$$

因为

$$\cos(\theta/2)=\frac{4}{5}$$

所以

$$|\boldsymbol{F}_{AB'}| = 28\text{N}$$

$$F_{AB} = F_{AB'}\cos45° = 14\sqrt{2}\,\text{N}$$

要点及讨论

本题若采用一次投影的方法，去找力 $\boldsymbol{F}$ 与 $\overline{AB}$ 线的夹角是困难的，因此尽可能用二次投影的方法，使求解简便。

例 1-2 如图 1-4 所示，一长方体的边长分别为 $l_1=50\text{cm}$，$l_2=40\text{cm}$，$l_3=30\text{cm}$，$F=50\sqrt{2}\,\text{N}$。试求此力对 OA 轴之矩。

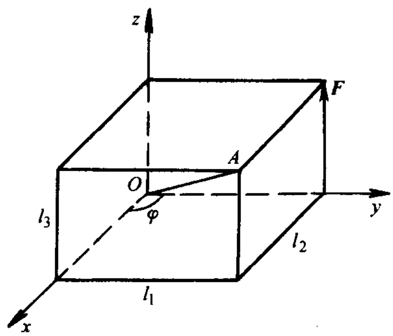


图 1-4

解 利用力对点之矩和力对轴之矩的关系定理，先求力对 O 点（或 A 点）之矩，再向线 $\overline{OA}$ 投影，即求得力对轴 $\overline{OA}$ 之矩。

$$M_O(\boldsymbol{F}) = M_x(\boldsymbol{F}) = Fl_1 = 2500\sqrt{2}\,\text{N}\cdot\text{cm}$$

即

$$\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}) = 2500\sqrt{2}\,\boldsymbol{i}$$

向 $\overline{OA}$ 线投影有两种方法：

其一，$\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F})$ 点积基矢量 $\boldsymbol{e}_{OA}$。

即

$$\boldsymbol{e}_{OA} = \frac{40\boldsymbol{i} + 50\boldsymbol{j} + 30\boldsymbol{k}}{\sqrt{40^2 + 50^2 + 30^2}} = \frac{4\boldsymbol{i} + 5\boldsymbol{j} + 3\boldsymbol{k}}{5\sqrt{2}}$$

$$M_{OA}(\boldsymbol{F}) = \boldsymbol{e}_{OA}\cdot\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}) = 1600\,\text{N}\cdot\text{cm}$$

其二，找出 x 轴，即 $M_O(\boldsymbol{F})$ 与 $\overline{OA}$ 线的夹角 φ，有

$$\cos\varphi = \frac{40}{\sqrt{40^2+50^2+30^2}} = \frac{2\sqrt{2}}{5}$$

$$M_{OA}(\boldsymbol{F}) = M_O(\boldsymbol{F})\cos\varphi = 1600\,\text{N}\cdot\text{cm}$$

要点及讨论

1）由于力的作用线不在与力矩轴 $\overline{OA}$ 相垂直的平面内，所以不便利用力在与 $\overline{OA}$ 轴垂直平面的投影后，再对该平面与轴之点取矩。

2）当力的作用线所在平面与矩轴正交时，可直接对轴取矩。

2. 重心与形心

例 1-3 试求图 1-5 所示平面图形形心的坐标。

由于该平面图形的边界线为连续函数，因此可用积分法求形心的坐标。