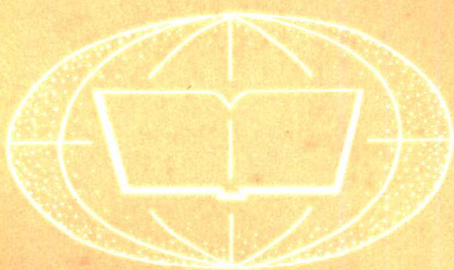


解析空中三角测量译文汇编

解析空中三角测量 译文汇编



P231.2-029

测绘出版社

测绘出版社

解机空中三角测量译文汇编
测绘研究所情报室编译

测绘出版社出版
山西新华印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{16}$ · 印张 $16\frac{1}{2}$ · 字数 400 千字

1979 年 3 月第一版 · 1979 年 3 月第一次印刷

印数：1—11,200 册 · 定价 1.80 元

统一书号：15039 · 新102

前 言

这本《解析空中三角测量译文汇编》是为了配合测绘生产、科研和教学中发展解析空中三角测量的需要而编译的。汇编中的文章按其所涉及的问题可分为五个部分：第一部分主要介绍独立模型法航线和区域平差，第二部分介绍光束法平差，第三部分介绍空中三角测量的理论和精度问题，第四部分介绍一些实验结果，最后介绍对解析空中三角测量的评述和展望。

由于我们思想水平与业务水平不高，又缺少编辑专题文献的经验，因此工作中不免有各种缺点和错误，敬请各位读者指正。

武汉测绘学院陈适老师为本汇编提供了两篇文章(王之卓教授校)，贵州省测绘局郑家声同志也提供了两篇文章，谨在此一并表示谢意。

测绘研究所情报室

1977 年 9 月

目 录

F. Ackermann	独立模型法空中三角测量..... 1
F. Ackermann 等	独立模型法航线空中三角测量的一种计算程序..... 8
F. Ackermann 等	独立模型法空中三角测量程序组.....19
F. Ackermann	对大量的点进行平面区域网平差.....25
F. Ackermann 等	独立模型法区域空中三角测量.....32
K. C. Saxena	采用不同变换法的独立模型法空中三角测量.....46
M. M. Allam 等	独立模型法空中三角测量中高程控制点的几何分布和辅助 数据的同时平差.....52
H. Ebner 等	用独立模型法进行区域网平差时同时对系统误差进行补偿.....69
H. Meixner	采用光束法进行空中三角测量的 PAT-B 计算程序76
D. C. Brown	采用航线不变参数和区域不变参数的光束法平差.....90
Wm. D. Harris 等	美国海岸与大地测量局的解析空中三角测量介绍..... 100
И. Т. Антипов 等	按共线条件对摄影测量区域网进行平差..... 107
G. M. Elphinstone	大区域网程序 SAPGO 113
E. Stark	单模型精度的实验研究..... 125
H. Ebner	空中区域网平差的理论精度..... 136
Kam W. Wong	方差与协方差的传播..... 148
秋山 实 等	关于解析法空中三角测量闭合差的统计研究..... 162
B. G. Forster	空中三角测量的精度..... 170
Paul R. Wolf	摄影测量坐标变换..... 178
M. M. Allam	利用计算机程序分析空中三角测量平差误差的数理 统计法..... 193
F. Ackermann	空中三角测量近期试验的成果..... 203
G. W. Marks 等	采用光束法、象对法和三片法进行区域空中三角测量的 实验结果..... 213
J. Hvidegaard	用光束法平差加密三角控制网的实际经验..... 217
J. R. R. Gauthier 等	特大模型区域的平面平差：在加拿大地形测图中的应用..... 223
F. Ackermann	数值摄影测量学的现状和发展趋势..... 237
B. A. Полякова	解析空中三角测量的现状及其发展远景..... 251

独立模型法空中三角测量

F. Ackermann

摘 要

斯图加特大学摄影测量研究所发展了一组独立模型法空中三角测量程序。它包括四个程序,用于进行大型空中三角测量或是平差大量数据,要用大型计算机计算。文中介绍了独立模型法的原理,并概述了确定投影中心问题、数值问题和应用。

一、斯图加特大学摄影测量研究所的任务

从1966年夏天建所起,特别是近两年来,空中三角测量成了斯图加特大学摄影测量研究所最重要的工作领域。由于发展了一些高效能的计算程序,现在可就研究结果和应用做一个报告。约在1960年伦敦国际摄影测量大会和1968年洛桑大会为标志的那段时间里,区域空中三角测量基本上发展了,并指出和讨论了解决数值问题的可能性(参阅[1]、[2])。在这段时间内,一些单位编了相应的计算程序并从那时起熟练地在实践中加以应用。特别是通过各种研究,也弄清楚了很重要的精度问题。不管表面现象如何,还谈不到结束发展解析法空中三角测量。不仅缺乏关于误差理论和各种方法精度的重要比较研究,而且处理大区域平差的数值问题,或是空中三角测量一般情况的数值问题,也还没有满意的解释。此外,在将所取得的知识和结果推广到实际应用方面,至今进展还很缓慢。

空中三角测量的真正潜力还没有在较广泛的基础上充分发挥,还没有为实践所普遍地采用。

这方面有各种原因:至今,计算程序往往太受固定的计算机和计算方法的束缚,也就是有严格的局限性而不能自由地运用。特别在西德官方测量机构内还广泛地采用小型计算机,它不能充分运用对模型群或是大数据组进行数值处理的全部可能性。因为编制一个高效率的计算程序是很费钱的,所以有时只提出有限的任务,或是当满足了自身的直接需要之后,就中断发展。

由形势分析可知,对发明程序来说完全清楚的是要求克服至今存在的局限性,即要求用尽可能少受局限的代码规则,采取通用的、高效率的、实践正确的方法。特别是程序系统应不取决于机器,并可以翻译成其它语言,因此应该用ALGOL和(或是)FORTRAN-ASA-NORM编写。

无论对于实际应用还是对于理论研究都特别需要完成大面积平差。这时要解的未知数个数可能有 10^4 。因此,平差相应的大方程组,即至少有1000个模型的区域,是程序设计的最重要的目标。这一要求产生于这样的信念:用有效的计算方法,进行详尽的、广泛的大量数据处理,不仅在技术上是现实的,而且也是最便宜的,即显示了提高实际工作效率的经济能力。这里的前提是,在明年将逐渐增加大型计算机,此后,大型计算机将是通用

的。

为了编制和使用空中三角测量计算程序，迄今摄影测量研究所使用了斯图加特大学的两台计算机：大学计算中心的 TELEFUNKEN TR 4 和 1969 年初开始用航空和宇宙飞行结构静力动力研究所区域计算中心的控制数据公司的大型计算机 CDC 6600。以通用词表示下述一些数据：

TR 4：磁心存贮单元 32 K，每个单元有 36 位二进制数；程序语言 ALGOL 和 FORTRAN；11 位十进制数的浮点相乘在运算器中持续 31 毫秒；

CDC 6600：磁心存贮单元 128 K，每个单元有 60 个二进制数；有 12 个外围计算器，每一个有 4 K 存贮单元，每一单元有 12 个二进制数；10 个功能装置(加法器、除法器、乘法器、进位器)；12 个输入输出通道，每一个 12 位二进制数；“平行处理”允许同时执行不同的程序；快速打印机，1000 字符/分；洞卡阅读器 1200 洞卡/分；外部磁带存贮器和磁盘存贮器， $11 \cdot 10^6$ 字/盘；程序语言 FORTRAN 和 ALGOL；运算器中 16 位十进制数浮点相乘延续 1 毫秒。

可喜的是，自从 1969 年初使用大型计算机 CDC 6600 以来，摄影测量研究所提前完成了计划中的大区域平差程序的第一部分。迄今所取得的经验是很成功的，它证实：当进行空中三角测量时或是取得类似的大量测量数据时，用大型计算机以大面积平差形式进行计算，能充分运用所提供的信息并处理得最严密。这种办法具有巨大的实践意义和经济意义。

二、独立模型法

按照已说明的既定目标，要把实践上正确的和尽可能通用的空中三角测量计算和平差方法编成程序，首先我们赞成一种独立模型法，它以半解析空中三角测量方法而著名。将程序库扩展至光线束法平差以及扩展到辅助数据的利用，有意识地放在后期去完成。

独立模型法的特点(参阅图 1)是：独立构建和量测的单模型通过变换(通常是相似变换)构成航线或区域并同时按照已知控制点进行平差。独立模型构成航线或区域平差的原

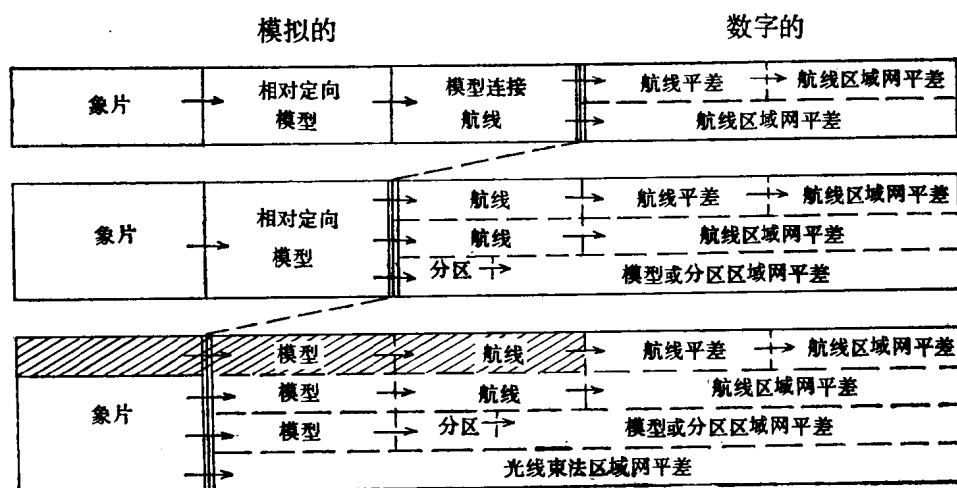


图 1 空中三角测量方法一览

始计算单元。这里重要的是，投影中心同样做为模型点而加入计算，并用了连接航线中的相邻模型(参阅图 2)。因此，取消了经典空中三角测量的要求，即在空中三角测量仪器上用计算方法通过连续的顺次连接模型来构成航线。

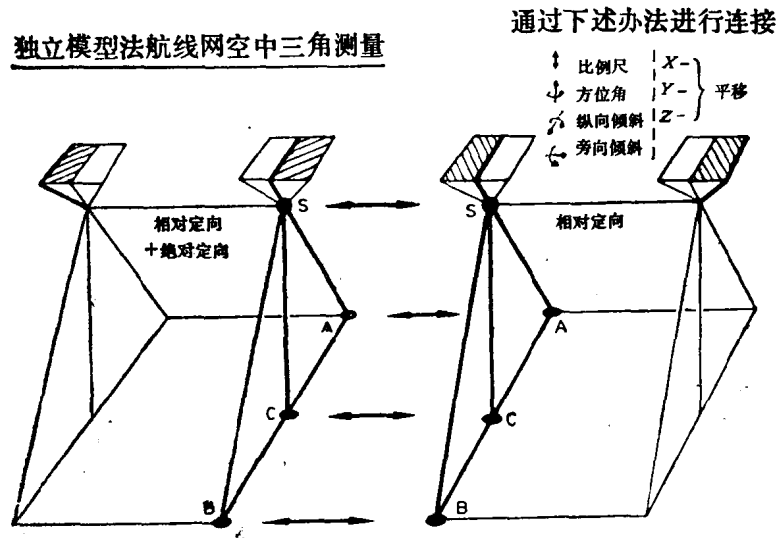


图 2 独立模型连接示意图

从实际应用来看，决定采用独立模型法是根据它组合起来有利的特点，该方法可看作是充分严格的。在独立的小单元中处理内容丰富的象片群和点群，这个原则使平时时具有有利的数值结构，允许采用简单的变换公式和简单的误差假设。此外，对于假设中所忽略的因素也是相对不敏感的。对于空中三角测量现代实践来说，最重要的特点还是与其理论上的效能有关系的方法本身的通用性。通用性首先是，这个方法能直接处理任意组成的模型群(这里通用叫法是：60% 旁向重叠；旁向飞行的航线，高空飞行)。此外，迄今空中三角测量的量测数据基本上是以象片坐标，模型坐标或航线坐标形式获得的。三种形式中的每一种，都可按独立模型法进行平差。这里作以下几点说明：

1) 空中三角测量最严格的形式是量测象点坐标并直接采用这些数据进行区域网计算(光束法区域网)。用这种方法无疑地可获得最好的精度，无论是相对精度，还是绝对精度。当然还不清楚，与独立模型法区域网计算相比它们之间的精度差别真正有多大？可能光束法比独立模型法精度高 30% 或更多(参阅[3])。这也证实了，光束法空中三角测量是最好的方法。

因为光束法受坐标仪量测数据的限制，所以，目前只在一个很小的范围内实际运用它。向摄影测量实践中引进坐标仪，或是更普遍地说，引进解析法，一直进行得很缓慢。对西德高等学校和研究所的调查表明，目前一个单位只有一台立体坐标量测仪在实际使用。摄影测量公司一般还没有使用解析法。以立体坐标量测仪数据为基础的空中三角测量程序系统，目前应用的可能性很少。

相反，总可以根据象片坐标计算出模型，利用它不难按独立模型法进行空中三角测量。关于所容许的忽略的影响，应作进一步研究解释。

2) 实践中大部分空中三角测量是用双象投影仪器量测的,而且以一级精度仪器闻名的,过去的带变换基线的空中三角测量仪器承担着主要部分。在这些仪器上可以量测独立模型,做为输入值,它们直接适用于独立模型法的总体平差。特别有实际意义的是,独立模型法不再要求仪器上有基线交换装置。因此,也就把没有基线交换装置的所谓精密测图仪(例如:PLANIMAT, A8, A 10, PG 3, STEREO METROGRAPH, PRESSA 225, STEREO CARTOGRAPH III)提高到合乎标准的空中三角测量仪器之列。新仪器和迄今的一级精度仪器同样精确(参阅[4])由于装有记录装置,所以具备有进行空中三角测量的全部前提。独立模型法计算程序的基本目的,是让这些仪器完全能在空中三角测量领域中使用。

在使用之前,要用格网进行量测,以发现仪器系统误差并用计算方法加以改正。用投影测图仪器所能达到的空中三角测量效率,比纯解析法低不了很多。因此,较小的公司和机关,可能没有坐标量测仪,用精密测图仪器可以进行名符其实的空中三角测量。

其中某些仪器(PANIMAT, PG 2, PG 3)具有特殊装置,能方便地和精确地确定投影中心(参阅[5])。

可以预料,在没有坐标量测仪的所有地方,精密测图仪将成为重点的空中三角测量仪器,随着时间的推移,将取代迄今的(带基线交换装置的)一级精度仪器,至少可不再设计任何一级精度仪器。

3) 目前,大部分空中三角测量工作是在带基线交换装置的仪器(一级仪器)上量测。虽然用这些仪器可以直接量测独立模型,但正常情况下还是提供组成空中导线法平差时的航线,空中导线法中也不量测投影中心。

在这种情况下,如果在航线开头确定了第一个投影中心的话,仍可按独立模型法进行平差。其它的投影中心通过基线元素求出,一般来说,即使任何投影中心都没有量测的话,这样的空中导线仍可按独立模型法进行平差,只要引用假定的近似正确的投影中心就可以了。决定性的是,给参与相邻两个模型的投影中心只赋予同一个(航线)坐标。此外应该假定,在相邻模型重叠区域内,两次量测的点不取中数。

三、其它细节

独立模型法空中三角测量的量测看来是简单的,因此具有直接的经济意义。它是由相对定向、坐标量测和确定投影中心组成。确定投影中心有三种方法:

1) 与调整仪器时确定 Z_0 的方法相似,可计算投影中心的仪器坐标,这时在象片倾角任意的情况下,要在两个不同高度上至少量测二个格网点或象点。原则上,这个标准方法在所有立体投影仪器上都是可用的。文献[6]报告了该法的精度。根据报告分析,只采用二个点精度是不够的,特别是当仪器的 Z 范围很小时。

根据欧洲摄影测量试验研究组织 AB 委员会尚未发表的研究([7])来看,没有必要在每一个象对中都确定仪器的投影中心,相反,在空中三角测量开始或结束时,确定一次就够了。当然,此后应保持基线常数,特别是不改变仪器(坐标)系统。这意味着相对定向时放弃用手自由推动或是放弃经常重建坐标系。

2) 某些新仪器(PANIMAT, PG 2, PG 3)具有一种装置(水准器,自动准直仪,距离标志),用这些装置可直接确定投影中心,直到在 Z 向上直接记录一个位移常量。这些方法用起来很快,也很精确,即使每一个模型都要寻找投影中心的话,也并不增加量测时

间。(由于相对定向时投影中心发生变化,在 PLANIMAT 上必须每个模型都确定投影中心)(参阅[5])。

3) 当在象片盘上刻有校准标志时,则瞬时投影中心可通过空间后方交会计算出来。这个方法尤其在特宽角摄影时很精确(参阅[5])。

4) 按空中导线法用顺序连接方式进行空中三角测量时,可不在仪器上确定投影中心。这点已在第二节第3)点中指出。此外还要指出,在这种情况下也涉及到用独立模型法进行真正的平差,即对精度不利的顺序连接;常在平差时加以改进。

5) 为了完整还需指出,采用解析法按坐标仪量测数据计算模型时,投影中心也直接计算出来,这样,总是具有投影中心值。

与迄今常用的平差方法不同,在独立模型法中为改正地球曲率还要缩短基线长度,以便消除投影方向的会聚。

为了编程序和使用独立模型法进行空中三角测量,本文也给出了有关方法方面的设想。但不应产生这样的印象,似乎所有的细节全清楚了。首先误差理论问题有待解决。仍需研究的是,应给予模型点特别是投影中心以多大的权和相关系数。在计算程序中首先遇到的是一个很简单的假设权问题。对所取得的试验结果进行分析,应该正好指出怎样改进。

同样,关于象片和仪器的系统误差对航线和区域网的影响了解的也很少。相对于多项式平差和光束法空中三角测量来说,独立模型法的精度究竟怎样,也应该解释清楚。这个问题是目前各种研究的对象,研究所希望用所发明的计算程序对此做出进一步的贡献。

四、数值问题

在编摄影测量区域空中三角测量大型平差程序时,主要的问题不在于形成公式,公式的线性化或组成法方程式(确切地说,是组成部分约化的法方程式)。虽然这里可能有显著的差别。但是完成和掌握数值过程构成了真正的难题。加之,出现限制条件,用大型计算机平差只在特殊情况下才应占用多于1小时;这从费用方面考虑的较少,主要考虑的是生产方面。

对于数值过程来说,摄影测量的区域空中三角测量从各种观点来看,条件都很困难,例如比大地网平差时还特别不利的是:

- 1) 未知数的数目(甚至约化的方程系)达到 10^4 量级,这样,比大地平差高1到2个十进制幂;
- 2) 开始时未知数只是近似的知道;
- 3) 在控制点分布不利的情况下,方程系的条件很坏;
- 4) 只是在其它种区域结构的情况下,首先是60%旁向重叠飞行或是旁向航线时,在约化法方程式中才出现大的带宽;
- 5) 由于条件不好,在方程系很大的情况下,关于必不可少的计算精度问题也知道的很少;
- 6) 同样,关于迭代时各种中断标准的作用知道的也很少;
- 7) 迭代解法的收敛进程很难预先说出。

关于这些问题在摄影测量文献中还很少能找到。为了成为有力的证据,大地测量领域

所进行的试验和研究是远远不够的。可在 D. Brown 工作小组的著作中找到最好的证明(例如[9])。

因此,在发展独立模型法空中三角测量程序时进行了研究和考虑,很清楚,应当优先考虑直接解法方程式以代替迭代解。当然,发展一个特别有效率的解算程序是重要的前提。对现有的法方程式进行少量线性化和直接解时,就能对方程组进行有效的总体解。

决定采用直接解法可以避开上述数值问题的数量。通过用所发明的程序作进一步的试验和研究,可解释与条件、计算精度和近似值有关的问题。迄今用计算程序进行的试验证明,至少在进行有意义的区域和航线空中三角测量时,在数值处理过程中没有遇到任何困难。

五、计 算 程 序

斯图加特大学摄影测量研究所的程序发展,到目前为止在空中三角测量领域内提出四种有效能的程序,它们是:

- 1) 空间的独立模型法航线空中三角测量,以 ALGOL 和 FORTRAN 语言编成,用于 TR 4 和 GDC 6600 计算机;
- 2) 空间的独立模型法区域空中三角测量,以 FORTRAN 编成,用于 GDC 6600;
- 3) 独立模型法小区域(Anblock)平面平差,以 FORTRAN 写成,用于 GDC 6600 (最初用 TR 4 计算机以 ALGOL 编成的方案不再使用);
- 4) 地面摄影测量中张力测量平差(Spannmaßausgleichung)和直线平差;与小区域程序一起构成综合的地面摄影测量区域平差,以 ALGOL 编成,用于 TR 4。

所有程序系统,除了最后一个扩展的之外,都以独立模型法为基础,它们全用于解算区域网中以及航线中的大数据组或是大量模型的。

由程序的现状可知,在发展时是可以从 TR 4 向 GDC 6600 过渡的。此外还反映了发展是在二个不同的工作小组中进行的。最好选择小区域程序,以便尽快地在地籍摄影测量领域用一种有效率的方案进行实际平差。

进一步发展的重心是空间区域程序,它是一个程序组。这不仅适应所有的实际要求,而且也为了在数值问题方面和在误差理论方面进行科学研究提供了一切可能性,可以满足开始时提出的适用于大方程组平差的要求。这不仅在于程序对区域大小没有任何限制,更确切地说是计算时间很短。以在 GDC 6600 上最少要平差 1000 个模型为目标,可以约 2 秒/模型完成而在生产上不会有困难。

六、应 用

独立模型法区域空中三角测量是空中三角测量的一般方法,或是用摄影测量方法确定控制点的一般方法。因此,它适用于空中三角测量的所有应用范围。

这里提供的程序系统的特点是取消了很多限制,过去这些限制阻碍了空中三角测量的发展。这样,就在两个应用领域取得了重要进展:

1) 小比例尺测图时可处理 1000 个模型或是更大的区域,澳大利亚[10]、巴西和加拿大[11]的例子证明了这点。一般来说,在这些地方使用程序时还应扩展到辅助数据。

2) 在精密的大比例尺测图时,例如地籍测量中确定控制点时,对丰富的数据资料考

考虑多种因素(控制点的精度、一致性和节省,象片比例尺的独立性),通过共同平差而进行最佳处理是最有利的。这里空中三角测量的概念失去了它的意义,或者说由于要对数据进行同时处理而退居次要地位。

根据迄今的试验和规定的计划,作者热烈主张充分利用数值摄影测量学中全部的计算可能性。首先用普通的计算方法在大型计算机上充分利用摄影测量的全部潜在效率。文章开头已经确定,坚持采用尽可能严格的和通用的大型计算机的计算方法,不仅大大提高了效率,而且是最简单和最经济的提高效率方法。这个方法按自动化标准来看,是很有效的。因此,提高精度或者取消在已有的工作领域和工作方法范围内的各种限制,都不是决定性的目的,而是要以设计得很通用的和自动化的方法来不断开辟新的领域和取得新的效率。

参 考 文 献

- [1] Schut, G. H.: Review of Strip and Block Adjustment during the period 1964-1967; Int. Arch. Phot., Vol. XVII, Part 3 (Comm. III invited paper).
- [2] Ackermann, F.: Development of Strip- and Block-Adjustment during 1960-1964; Int. Arch. Phot., Vol. XV, Part 5 (Comm. III, invited paper).
- [3] Mohl, H.: Vergleichende fehlertheoretische Untersuchungen über die Genauigkeit verschiedener Verfahren der photogrammetrischen Streifentriangulation; D. G. K. Reihe C, Nr. 149, München 1970.
- [4] Meier, H. K.: Modellvorstellungen zur Luftbild-Aufnahmedisposition und ihr Vergleich mit praktischen Testergebnissen; BuL 38, 50-62, 1970.
- [5] Ebner, H. und W. Wagner: Aerotriangulation mit unabhängigen Modellen am Planimat von Zeiss; BuL 38, 249-257, 1970.
- [6] Ligterink, G. H.: Aerial Triangulation by Independent Models. The Coordinates of the Perspective Centre and their Accuracy; Techn. Univ. at Delft, No. 352-3-69, 1969.
- [7] Organisation Européenne d'Etudes Photogrammétriques Experimentales, Commission A/B, Untersuchung über Aerotriangulation mit unabhängigen Modellen, Projekt Gramastetten unveröffentlicht.
- [8] Theurer C., and J. M. Anderson: Experimental Research on Block Triangulation, Summary of Working Group Reports; Int. Arch. Phot. Vol. XVII, Part 3 (Comm. III).
- [9] Davis, R. G.: Analytical Adjustment of Large Blocks; Phot. Eng. 22, 87-97, 1966.
- [10] Lambert, B. P.: Geodätische und topographische Arbeiten in Australien; BuL 38, 16-24, 1970.
- [11] Monaghan, R. B. and J. L. GHOVINARD: An Automated System for Processing and Adjusting Data after Aerotriangulation. Can. Surv. 23, 501-511, 1969.

楚良才 译自西德 «Bildmessung und Luftbildwesen»

1970年第4期

独立模型法航线空中三角测量的一种计算程序

F. Ackermann 等

摘 要

本文叙述用独立模型法进行严格的航线平差时,以 ALGOL 和 FORTRAN-ASA-Norm 语言编制程序的原则和效能。程序包括构建航线、航线变换和按 Cholesky 法同时解所有变换参数的严格平差,最少需要 3 个线性化步骤。按 Cholesky 法直接约化法方程式和按共轭梯度迭代法之间的工效相比,直接解法较为有利。用计算机 Telefunken TR 4 (磁心存贮单元 32 K)可处理包括 70 个模型的航线,用 GDC 6600 计算机(磁心存贮单元 128 K)能处理更长的航线。例如,包括译码在内,24 个模型的航线总计算时间是:在 TR 4 计算机上为 8 分钟,在 GDC 6600 计算机上仅约 17 秒钟。

(一) 引 言

斯图加特大学摄影测量研究所于 1968 年夏天开始发展独立模型法空中三角测量程序系统。任务的第一部分,是对航线平差进行程序设计。因此,以较容易观察的航线为例,获得直接解和迭代解较大方程组的各种经验。此外,与区域网相比,航线空中三角测量仍要求有可靠的独立性,因此就发展了一种高效率的且在很大程度上是最佳的航线程序。虽然用于区域平差的程序,无疑也能用于作为区域网特别情况的航线。由此可能得出结论,航线程序本身似乎是多余的,然而不全是这样,因为区域程序对单个航线来说,不是最佳的,而且对各种要求,例如在必须的磁心存贮量、采用外存贮器或者连接点寻找程序等方面是完全不同的。

所发展的航线平差的计算程序,按分开的子程序来说,包括构建航线(等于将模型连接成航线),航线变换和航线平差。程序以 ALGOL 和 FORTRAN-ASA-Norm 编成。二种程序语言的试验过程和至今的实践,是在斯图加特大学计算机 Telefunken TR 4 和控制数据公司 GDC 6600 计算机上进行的。

程序未用外存贮器。在 TR 4(磁心有 32 K 个单元)例如当每个模型 8 个点时,航线最长约为 70 个模型。GDC 6600(磁心有 128 K 个单元)可平差更长的航线。因此,采用中等容量计算机的航线平差程序已满足全部实际需要。在第四节中所列举的计算时间证明,此程序计算得很快,计算费用也较满意。

(二) 航线平差的基本思想和原则

图 1 所示的起始状态作为计算程序的基础:由航线中每一个模型得出量测的模型点坐标(包括所属的两个投影中心的坐标),通常是任意的直角坐标(x, y, z ; 模型系统)。单个模型的比例尺和定向可以是任意的,但 z 轴应向上,即与地面控制点坐标系 z 方向意义相

同。所有坐标系(包括地面的)的旋转方向相同。此外,实践中总是让各模型坐标系的方向近似相同,以减少迭代次数。

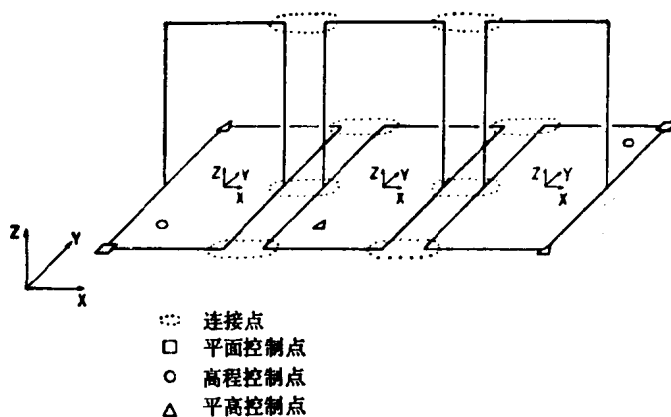


图 1

每一个模型有一个空间相似变换,所有变换的每 7 个参数同时确定,同时做为已知元素的是地面平、高控制点以及两相邻模型公共的连接点。此外,要把投影中心作为通常的连接点,用与坐标相同的暂设权来加以处理。

控制点和连接点的条件方程式如此实现:地面坐标或是做为已知数(控制点)或是做为未知数(连接点即新点)而写入单个变换公式中。对于数据处理来说,由此得到很方便的间接平差公式。平差 n 个模型 m 个连接点坐标的航线时(包括投影中心坐标;除去同时是控制点的连接点坐标)共有 $(7n+m)$ 个未知数需要确定。其中,当然要由法方程式中事先消除 m 个新点坐标。这样,数值上需要解的约化法方程系只包括 $7n$ 个未知变换参数。只量测一次的单测点没有连接作用,无助于平差。它们虽然与所有量测数据一起输入计算机,但随后经自动分类并不参加平差,而只在确定变换参数之后与相应模型一起变换,并打印在最终成果表中。

用上述设想,完成航线模型互相间的连接,同时按地面控制点对它们予以定向。就这方面来说,这个方法是严格的,因为同时注意到了所有联结条件和控制条件,而解算也是“一气呵成”。当然,严格的只是独立象对的数学模型。在这个意义上,本法与 H. Schmid [1] 严格的光线束平差法是相等的。

因为空间相似变换描述的是一个非线性问题,所以需要加以线性化,由未知数近似值出发实现平差,并用迭代法取得最终解。通常迭代三次已足够。

作为直接的严格的平差方法叙述这个方法时,并没谈到这一点:实际上计算程序首先安排的是构建航线(等于不利用控制点的严格平差),最后,将航线按所有平面控制点进行线性变换。这些步骤适用于寻找最终平差的较好近似值,特别是适于发现误差和消除误差。此外,在所有计算过程中,必须保持所有点的按模型排列方式,而与简单的航线平差方法不同,在构成航线以后,两次量测的点不取中数。

实际上在所有的航线平差方法中,构建航线和航线变换等步骤虽然不是绝对必须,然而看来是适当的,特别是可识别数据资料中的粗差。但是,为了放弃构建航线和航线变

换,唯一的办法就是多花计算费用来代替。一些研究指出,当直接将模型起始数据代入,并按独立模型法进行航线平差时,必须5~6个迭代步骤。在这种情况下,构建航线和中间变换之计算时间和由于近似值很差,而必须补充进行迭代时,几乎要同样多的时间。因为构建航线和航线平差遵循着同样的时间规则,所以实际上不取决于航线长度或所参予模型的数目。

(三) 航线平差的公式和实施

1. 模型坐标和地面坐标间的关系式

用独立模型法平差时,主要的计算操作是空间相似变换,它的误差方程式表达如下:

$$-V_{ij} + k_i = (1 + m_j)R_j k_{ij} + k_{0j} \quad (1)$$

式中

i = 地面点的点号;

j = 模型号;

$k_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$ = i 点地面坐标向量;

$k_{ij} = [x_{ij} \ y_{ij} \ z_{ij}]^T$ = 模型 j 中 i 点的模型坐标向量。

$k_{0j} = [x_{0j} \ y_{0j} \ z_{0j}]^T$ = 平移向量

m_j = j 模型比例尺改正数,

R_j = j 模型正交旋转矩阵

$V_{ij} = [V_x \ V_y \ V_z]^T_{ij}$ = 变换后的模型点坐标相对于地面控制点坐标和新点坐标的改正数向量(剩余误差)。

注意:控制点号 i 属于地面点。带有附加的脚符时,它们也用于所属的模型点(ij),由此产生两次量测点的同一性。

为了便于写公式,利用 Rodriguez-凯利矩阵的下述变种做为旋转矩阵(对照文献[2]):

$$R_j = \frac{1}{1 + \frac{1}{4}(a^2 + b^2 + c^2)} \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{4}(a^2 - b^2 - c^2) - c + \frac{1}{2}ab & b + \frac{1}{2}ac \\ c + \frac{1}{2}ab & 1 + \frac{1}{4}(-a^2 + b^2 - c^2) - a + \frac{1}{2}bc \\ -b + \frac{1}{2}ac & a + \frac{1}{2}bc & 1 + \frac{1}{4}(-a^2 - b^2 + c^2) \end{bmatrix} \quad (2)$$

如旋角很小时,参数 a, b, c 相当于通常的旋转角 ω, φ, κ 。

公式(1)包括每个模型的7个未知定向参数($m, a, b, c, x_0, y_0, z_0$)以及每个新点坐标的(x_i, y_i, z_i)一个未知数。如果是控制点时,则向量 k_i 的单个坐标分量或全部坐标分量可视为已知数,根据情况分别做为平面控制点、高程控制点或是平高控制点处理。

2. 线性化的误差方程式

将(1)式用近似值 $a_j = b_j = c_j = m_j = 0$ 展开,则得线性化的误差方程式

$$V_{ij} = T_{ij} t_j + k_i - k_{ij} \quad (3)$$

除了已定义的量 V_{ij}, k_i, k_{ij} 之外(它们常常与坐标系有关),由这些坐标系出发进行线性化,这些值是:

$t_j = [a_j \ b_j \ c_j \ m_j \ x_{0j} \ y_{0j} \ z_{0j}]^T$ = 变换参数的向量;

T_{ij} =(线性化的)空间相似变换的系数矩阵。

每一个量测的模型点(ij)为矩阵 T_{ij} 提供下述系数:

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & -z_{ij} & y_{ij} & -x_{ij} & -1 & 0 & 0 \\ z_{ij} & 0 & -x_{ij} & -y_{ij} & 0 & -1 & 0 \\ -y_{ij} & x_{ij} & 0 & -z_{ij} & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

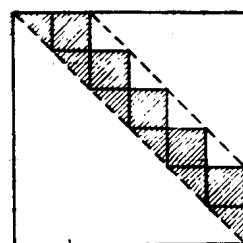
在计算程序的第一方案中,是将单位矩阵作为权矩阵附加于线性化的误差方程式(3)上。即把量测的全部模型坐标作为非相关值,其权等于1而列入式中。认为地面控制点坐标没有误差,并不包含任何改正数。这些假定显然很简单,然而暂时对于实践来说,可以看作具有足够的代表性。

3. 直接组成约化法方程组

由线性误差方程式(3)可按标准规则组成法方程式,这些方程式很明显地按两组未知数(t_j 和 k_i)清楚地分开。如同文献中多次叙述过那样(例如[3]),由于法方程式的结构特殊,所以很容易将两组未知数中的一组在形式上予以消掉,并直接组成约化法方程组。

因为通常变换参数 t_j 的数目小于连接点的未知坐标数($7n < m$),因此较有利的是,由法方程式中消除新点坐标 k_i 。此外,在程序中可很方便地决定约化方程组的大小,因为未知参数 t_j 的数目只取决于平差的模型数而并不从属于量测的点数。

计算程序跳过上述构建误差方程式和法方程式,并直接组成参数 t_j 约化法方程式中的没有消掉的系数和常数项。这个系统作为带状矩阵有一个简单的和有利的结构(参阅图2)。它由正方形的带 7×7 元素的子矩阵组成。因为在航线中,一个模型只与两个相邻的模型相关联,带宽由主对角线计算,只扩展到上述两个子矩阵并只带14个元素,是很窄的。这里不详细叙述约化法方程组的构建。通过系统地注意相应的矩阵运算,很容易做到这点。当然,这时需特别注意的是平面和高程控制点的各种不同情况。为了使约化法方程式的不同系数(例如:与 x^2 , x 以及和非向量成比例的系数)差不多处于相同的量级,以改善方程组的条件,所以模型坐标以 km 量级表示。



7 × 7 子矩阵
带宽 = 14

图2 约化法方程式的结构略图

4. 解约化法方程组和模型变换

当有 n 个模型时,约化法方程组包含 $7n$ 个未知数,须按照Cholesky法直接解。这个方法的前提是,方程组系数矩阵定义为正,这也正是现有平差问题的情况。在计算时间方面与高斯直接解法相当(参阅[4]),而在计算精度方面稍为有利,特别是方程组很大时。存贮和解约化法方程式完全是在磁心存贮器中进行,不使用外存贮器。除程序外(它占有不足10000个单元),约 $100n_M + 4n_P$ 个单元用作工作单元(n_M 是模型数, n_P 是所有量测点数)。例如当每个模型20个点时,在TR4上可平差到50个模型,在GDC6600上显然更长。这样,所有实际遇到的情况都可解决。

对变换参数进行数值解之后,应该计算模型点的变换坐标或是最终的新点坐标。为此,重新取空间相似变换的最初公式(1),每个模型根据它进行变换。对出现两次的连接点则取中数,提供这个点最终平差坐标。可以指出,这样取中数是严格正确的,如果由全

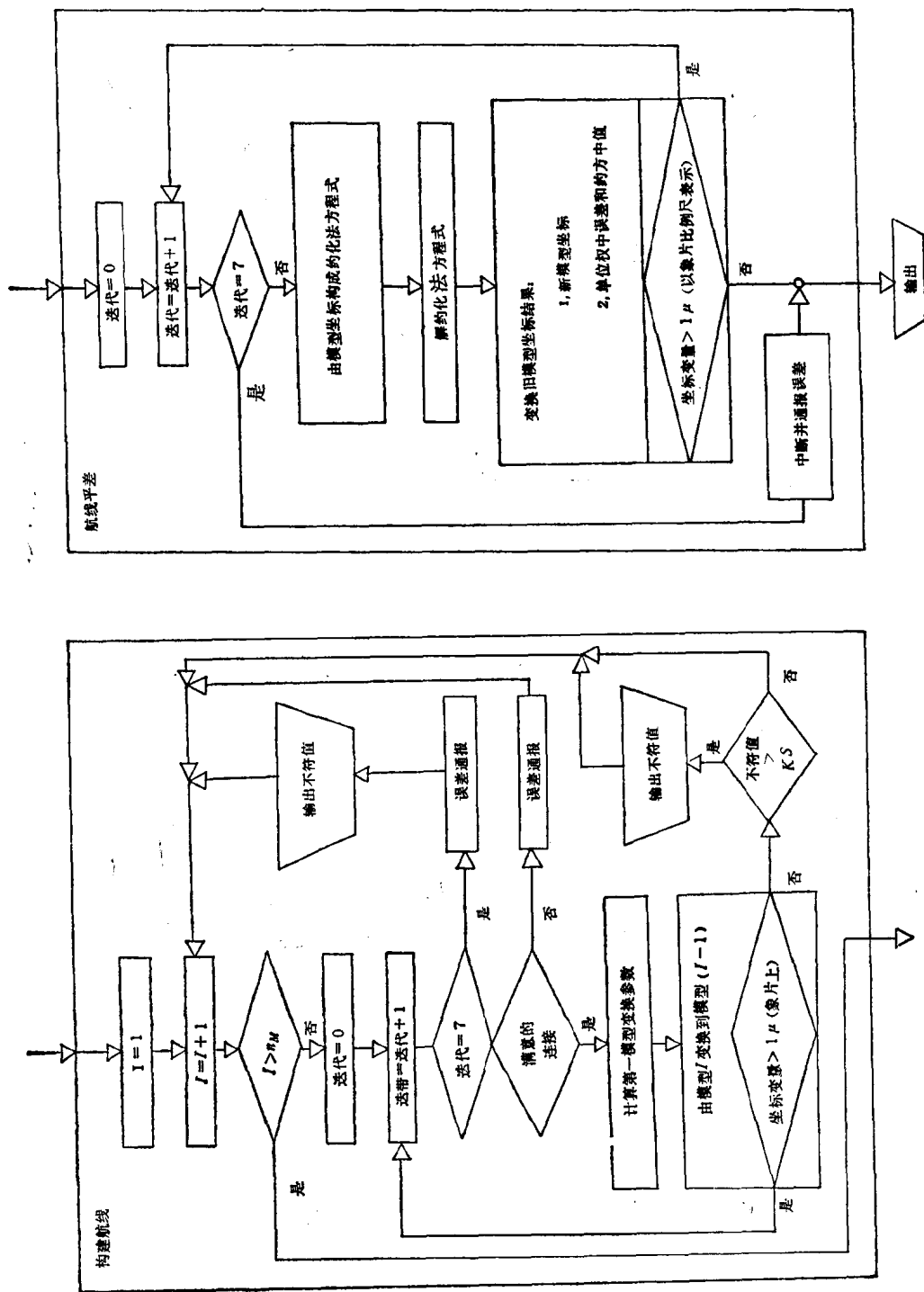


图 3 构建航线和航线平差过程图

部法方程组中数值解所有未知数的话,会导至同样的结果。

将变换后的模型点与地面控制点和平差后的新点进行比较,最终获得改正数 V_{ij} 。用这些改正数可计算所要求的统计指数:单位权中误差以及控制点和连接点上剩余误差的均方中值。

5. 迭代过程

在误差方程式(3)线性化时,由于近似值不精确,建立在此基础上的法方程式的解还不代表最终的解。本方法应该用改正了的未知数近似值加以重复。存在有几种可能性。本计算程序用改正的变换参数,即用空间相似变换严格计算新模型坐标 k_{ij} 。由这样获得的模型坐标出发,平差过程重复进行,即重新按(3)式线性化,组成约化法方程组并解算(参阅图3)。参加新迭代的模型坐标 k_{ij} ,常是上一次迭代的结果。这个方法相当于收敛性很好的二次牛顿迭代过程。

迭代过程要直到给出一个适当的标准,进一步重复不再导至任何重要的变化。至少在空中三角测量领域内没有进一步解释清楚的问题是,用哪一个简单的中断标准,即使在方程组条件不利的情况下,也能可靠地描述迭代收敛过程。假如只给出少量控制点,特别是长航线只在开头和结尾有控制时,航线平差的条件总是坏的。在这些情况下,以 $[VV]$ 或是 $[VV]_{k-1}/[VV]_k$ 做为中断标准的表达式是不可靠的。在本航线程序中,如果航线中所有坐标变量中的最大值与上一次迭代相比,小于以象片比例尺表示的 $\text{FAK } 1 \mu\text{m}$ 则迭代程序中断。比例因子 FAK 与数据一起输入,通常等于 1。根据迄今的经验,这个标准足够可靠。因此,通常在上述航线平差过程有三次迭代已足够。

(四) 数值解法方程式的两种方法的比较

开始时已说明,编航线平差程序时应取得解大型方程组的经验,以便推广到更大的区域平差。因此,编了两种解约化法方程式方法的程序:

(1) Cholesky 法,直接解。

(2) 共轭梯度法,迭代解(参阅[5])。

两种方法用最好比较的方式编的程序。根据模拟航线进行了比较,然而对于实际情况来说也是现实的。

1. 计算时间消耗的理论估算

两种解法的计算时间消耗可由理论上估算。以 n_M 表示航线内模型数,只选择必须的乘法次数以衡量数值时间消耗(忽略其它的运算),获得理论上的解约化法方程式的下述时间消耗比:

共轭梯度法: $\sim 150 n_M$ 乘法/迭代

Cholesky 法总共 $\sim 640 n_M$ 乘法

2. 解算时间消耗的实验比较

在 Telefunken TR 4 计算机上,用 ALGOL 程序解约化法方程式取得下述计算时间:

共轭梯度法

10 个模型	迭代 10 次	6 秒 $\doteq$ 0.060 秒/迭代和模型
	26	14 秒 0.054