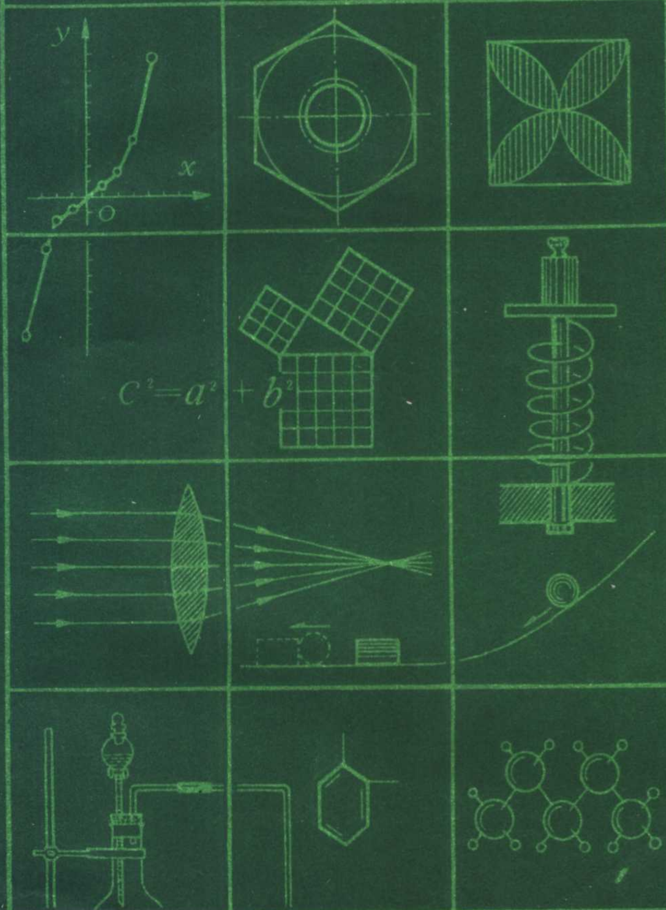
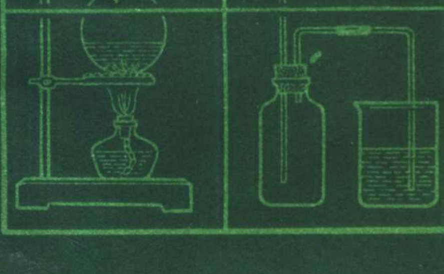
广东省
教育厅
教研室

中学生数理化手册





广东
科技出版社

中学生数理化手册

Zhongxuesheng Shulihua Shouce

广东省教育厅教学研究室 编

广 东 科 技 出 版 社

中学生数理化手册

广东省教育厅教学研究室　编

*

广东科技出版社出版

广东省新华书店发行

韶关新华印刷厂印刷

787×1092毫米　32开本　14.625印张　320,000字

1985年2月第1版　1985年2月第1次印刷

印数1—144,000册

统一书号13182·111　定价1.95元

说　明

为了配合中学生学好数学、物理、化学基础知识，我们编写了这本《中学生数理化手册》，以供学习时查阅使用。

本书是参照教育部制订的中学数学、物理、化学教学大纲和中学数学、物理、化学通用教材的要求编写的，并根据教育部关于高中数学、物理、化学三科两种要求的教学纲要作了修订。主要内容有基本的概念、定律、定理、公式以及有关数据和图表等，也有一些基础知识的简述。内容的取材和编排，力求保持学科知识的系统性，也注意适应中学教学实际和学生学习的需要。

本书的主要对象是中学生，也可供中专、中技的学生以及自学数理化课程的青年参考使用。

本书是在集体讨论的基础上编写的。参加数学部分编写的有张银汉、刘选殷、伍向阳、罗桂瑞、陈礼强、卢玉祥、司徒佩沾等同志；参加物理部分编写的有陆树培、王佳生、陈锦涛、郭伟清、布正明、廖标仁等同志；参加化学部分编写的有陈华乐、高永裕、张仰高、刘立寿等同志。杜锡强同志为物理和化学部分绘图。

本书不妥之处在所难免，诚恳希望读者提出宝贵意见。

广东省教育厅教学研究室

总 目 录

数 学

目 录

代　数

一、乘法公式与因式分解

1.乘法公式⟺因式分解

(1) $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$

(2) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

(3) $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

(4) $(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$

(5) $(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$

(6) $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$

(7) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc)$
$=a^3+b^3+c^3-3abc$

(8) $(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2$ （在复数范围内）

(9) $(1-x)(1+x+\cdots+x^{n-1})=1-x^n$ （n为正整数）

2.多项式因式分解的基本方法

(1) 提取公因式法

例　把$3x^2-6x$分解因式。

解　原式$=3x(x-2)$

(2) 应用乘法公式分解法

例　把x^4-y^4分解因式。

解　原式$=(x^2)^2-(y^2)^2$

$=(x^2+y^2)(x^2-y^2)$

$=(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$

（在实数范围内）

$=(x+yi)(x-yi)(x+y)(x-y)$

（在复数范围内）

(3) 分组分解法

①调项分组法

例 把$x^2+4y^2+z^2-4xy+2xz-4yz$分解因式。

解 原式$=x^2+2xz+z^2-4xy-4yz+4y^2$

$$=(x+z)^2-4y(x+z)+4y^2$$

$$=(x+z-2y)^2$$

②拆项分组法

例 把$x^3+6x^2+11x+6$分解因式。

解 原式$=x^3+3x^2+3x^2+11x+6$

$$=x^2(x+3)+(x+3)(3x+2)$$

$$=(x+3)(x^2+3x+2)$$

$$=(x+3)(x+2)(x+1)$$

③添减项分组法

例 把x^4+x^2+1分解因式。

解 原式$=x^4+2x^2+1-x^2$

$$=(x^2+1)^2-x^2$$

$$=(x^2+x+1)(x^2-x+1)$$

(4) 二次三项式的因式分解法

①配方法　一般二次三项式都可用配方法来分解因式。

例 把ax^2+bx+c分解因式。

解 原式$=a(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a})$

$$=a\left[x^2+2\cdot\frac{b}{2a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}\right]$$

$$=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$$

$$=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)^2\right]$$

$$=a\left(x-\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x-\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)$$

上面所得的结果，可直接作为因式分解的公式来应用，故配方法又称作应用求根公式分解法，即

$$ax^2+bx+c$$
$$=a\left(x-\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x-\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)$$

如果a，b，c都是实数，则

$$\text{当}\Delta=b^2-4ac\begin{cases}>0\text{时，可分解为两个不同的一次因式}\\=0\text{时，可分解为两个相同的一次因式}\\<0\text{时，在实数集合里不能分解因式}\end{cases}$$

②十字相乘法

例　把x^2-5x+6分解因式。

解　原式$=(x-2)(x-3)$

$$\begin{array}{ccc}1 & & -2\\ & \times & \\ 1 & & -3\end{array}$$

$$(-2)+(-3)=-5$$

双十字相乘法：

例　把$x^4-2x^2y-3y^2+8y-4$分解因式。

解　$\because$　$x^4-2x^2y-3y^2=(x^2+y)(x^2-3y)$

$$\begin{array}{ccc}(x^2+y) & & -2\\ & \times & \\ (x^2-3y) & & 2\end{array}$$

$$2x^2+2y-2x^2+6y=8y$$

$\therefore$　原式$=(x^2+y-2)(x^2-3y+2)$

(5)应用综合除法的因式分解法

例　在实数集合里，把$2x^4+3x^3+2x^2-1$分解因式。

解　利用综合除法知原式能被$(x+1)(x-\frac{1}{2})$整除。

$$
\begin{array}{l}
\because \quad \begin{array}{r|l} 2+3+2+0-1 & -1 \\ -2-1-1+1 & \\ \hline 2+1+1-1+0 & \end{array} \\[2ex]
\qquad \begin{array}{r|l} 2+1+1-1 & \frac{1}{2} \\ +1+1+1 & \\ \hline 2+2+2+0 & \end{array}
\end{array}
$$

$\therefore$ 原式 $=(x+1)(x-\frac{1}{2})\cdot 2(x^2+x+1)$

$$=2(x+1)(x-\frac{1}{2})(x^2+x+1)$$

(6)应用换元法的因式分解法

例 把$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+15$分解因式 （在有理数范围内）。

解 原式$=(x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+15$

设$x^2+8x=u$，则上式可写成

$$
\begin{aligned}
&(u+7)(u+15)+15 \\
&\quad =u^2+22u+120 \\
&\quad =(u+10)(u+12)
\end{aligned}
$$

$\therefore$ 原式$=(x^2+8x+10)(x^2+8x+12)$

$$=(x^2+8x+10)(x+6)(x+2)$$

(7)待定系数法

例 把$2x^2+7xy-15y^2-4x+19y-6$分解因式。

解 $\because$ $2x^2+7xy-15y^2=(2x-3y)(x+5y)$

$\therefore$ 可设原式能分解为

$(2x-3y+m)(x+5y+n)$

即 $2x^2+7xy-15y^2-4x+19y-6$

$$=2x^2+7xy-15y^2+(m+2n)x+(5m-3n)y+mn$$

这是个恒等式，比较两边对应项的系数，得

$$
\begin{cases}
m+2n=-4 & (1) \\
5m-3n=19 & (2) \\
mn=-6 & (3)
\end{cases}
$$