

广东省
教育厅
教研室

中学生

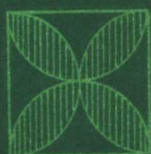
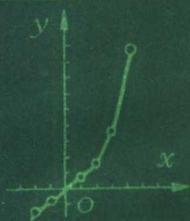
数

理

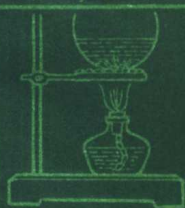
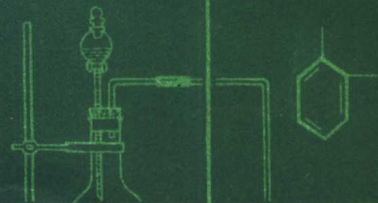
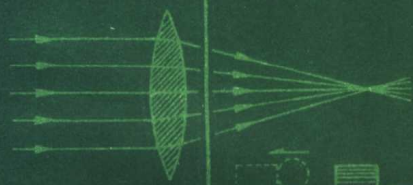
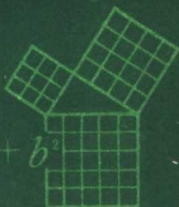
化

手

册



$$c^2 = a^2 + b^2$$



广东

科技出版社

中学生数理化手册

Zhongxuesheng Shulihua Shouce

广东省教育厅教学研究室 编

广东科技出版社

中学生数理化手册

广东省教育厅教学研究室 编

广东科技出版社出版

广东省新华书店发行

韶关新华印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 14.625印张 320,000字

1985年2月第1版 1985年2月第1次印刷

印数1—144,000册

统一书号13182·111 定价1.95元

说 明

为了配合中学生学好数学、物理、化学基础知识，我们编写了这本《中学生数理化手册》，以供学习时查阅使用。

本书是参照教育部制订的中学数学、物理、化学教学大纲和中学数学、物理、化学通用教材的要求编写的，并根据教育部关于高中数学、物理、化学三科两种要求的教学纲要作了修订。主要内容有基本的概念、定律、定理、公式以及有关数据和图表等，也有一些基础知识的简述。内容的取材和编排，力求保持学科知识的系统性，也注意适应中学教学实际和学生学习的需要。

本书的主要对象是中学生，也可供中专、中技的学生以及自学数理化课程的青年参考使用。

本书是在集体讨论的基础上编写的。参加数学部分编写的有张银汉、刘选殷、伍向阳、罗桂瑞、陈礼强、卢玉祥、司徒佩洁等同志；参加物理部分编写的有陆树培、王佳生、陈锦涛、郭伟清、布正明、廖标仁等同志；参加化学部分编写的有陈华乐、高永裕、张仰高、刘立寿等同志。杜锡强同志为物理和化学部分绘图。

本书不妥之处在所难免，诚恳希望读者提出宝贵意见。

广东省教育厅教学研究室

总 目 录

数 学

代数	(9)
平面几何	(76)
立体几何	(94)
平面三角	(106)
平面解析几何	(121)
微积分初步	(143)

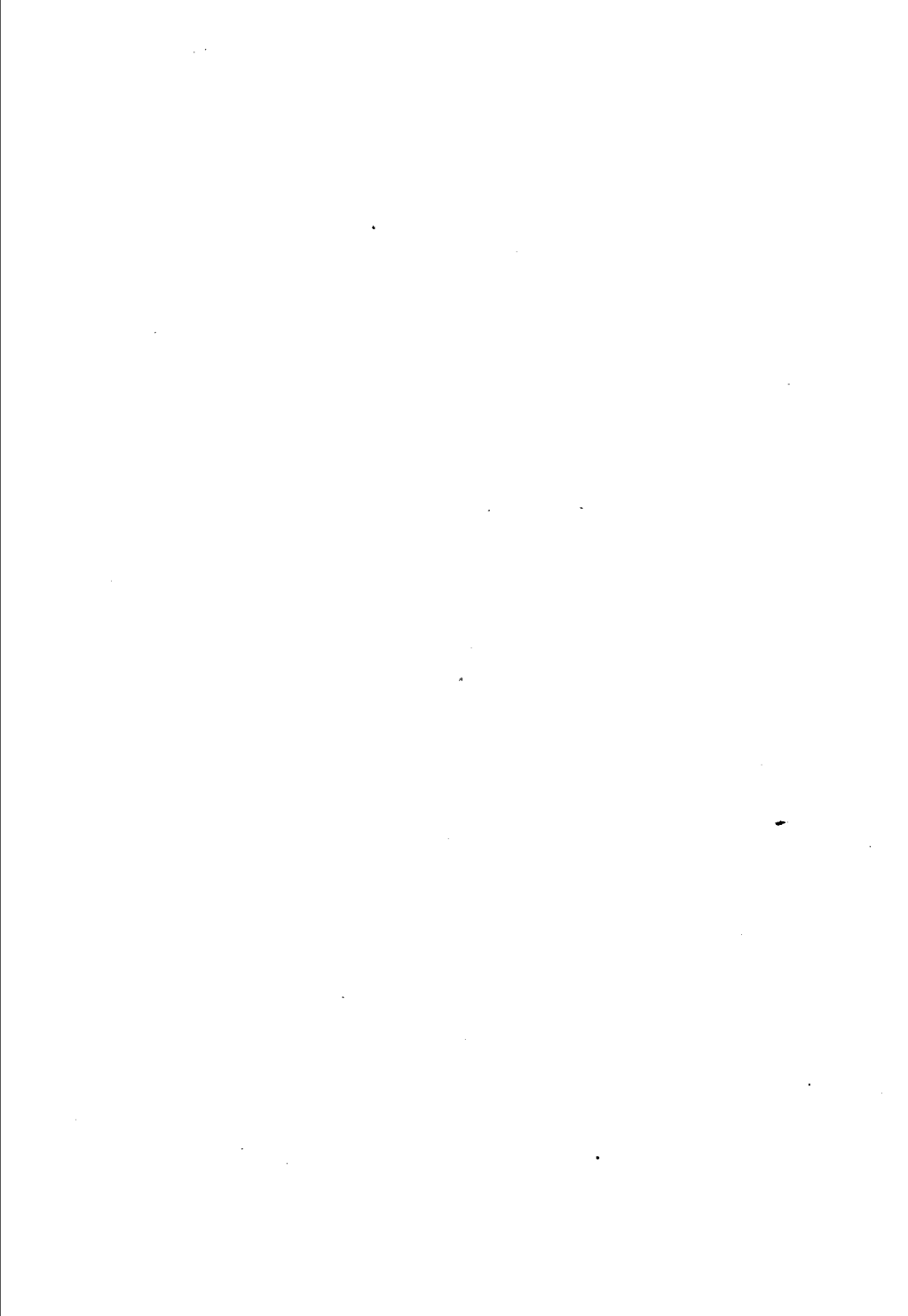
物 理

力学	(165)
分子物理学和热学	(204)
电磁学	(220)
光学	(271)
原子物理学	(290)

化 学

基本概念和基本定律	(317)
基本理论	(334)
无机化合物	(354)
有机化合物	(395)
化学基本计算	(420)
化学实验	(431)

数 学



目 录

代数.....	(9)
一、乘法公式与因式分解.....	(9)
1. 乘法公式 \iff 因式分解(9)	
2. 多项式因式分解的基本方法(9)	
二、比例.....	(13)
1. 定义(13)	
2. 比例的基本性质和有关定理(13)	
三、分式.....	(14)
1. 分式的概念(14)	
2. 分式里字母的值的限制(14)	
3. 分式的基本性质(14)	
4. 分式变换符号法则(14)	
5. 分式的运算(15)	
四、根式.....	(15)
1. 方根与根式(15)	
2. 算术根的性质(16)	
3. 最简根式的条件(17)	
4. 根式的运算(17)	
5. 分母有理化(17)	
五、指数.....	(18)
1. 定义(18)	
2. 指数运算法则(18)	
六、对数.....	(18)
1. 定义(18)	
2. 对数的性质(19)	
3. 常用对数首数求法(19)	
4. 基本公式(19)	
5. 补充公式(19)	
七、方程.....	(20)
1. 方程的概念(20)	
2. 基本方程(组)的解法与讨论(20)	
八、不等式.....	(28)
1. 定义(28)	
2. 比较两实数大小的法则(28)	
3. 基本性质和常用的不等式(28)	
4. 绝对值不等式定理和推论(29)	
5. 基本不等式的解(29)	
6. $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_n) > 0$ 的图解法(30)	
7. 不等式的证明(31)	
8. 用不等式求极值(34)	
九、集合和对应.....	(34)
1. 集合与元素(34)	
2. 子集(35)	
3. 空集(35)	
4. 交集与并集(36)	
5. 全集与补集(36)	
6. 单值对应(36)	
7. 一一对应(36)	
8. 逆对应(37)	

十、函数	(37)
1. 函数的定义(37)	
2. 区间(37)	
3. 函数关系的表示法(38)	
4. 单调函数(38)	
5. 奇函数和偶函数(39)	
6. 反函数(39)	
7. 正比例函数、反比例函数和一次函数(40)	
8. 二次函数(41)	
9. 幂函数(42)	
10. 指数函数(44)	
11. 对数函数(44)	
十一、数列	(45)
1. 定义(45)	
2. 等差数列(46)	
3. 等比数列(46)	
4. 常见数列的前n项和(47)	
十二、行列式	(48)
1. 行列式的展开(48)	
2. 行列式的性质(49)	
3. 代数余子式(50)	
十三、复数	(51)
1. 数的系统(51)	
2. 复数的概念(51)	
3. 复数的几何表示法(52)	
4. 复数的三种表示形式(52)	
5. 复数的运算(53)	
十四、向量和矩阵	(54)
1. 向量(54)	
2. 矩阵(56)	
十五、排列与组合	(63)
1. 基本原理(63)	
2. 排列(64)	
3. 组合(64)	
十六、数学归纳法	(64)
十七、二项式定理	(66)
1. 定理(66)	
2. 性质(66)	
十八、概率与统计初步	(67)
1. 随机事件的概率(67)	
2. 统计初步(68)	
十九、数的进位制和逻辑运算	(70)
1. 数的进位制(70)	
2. 逻辑运算(73)	
平面几何	(76)
一、相交线与平行线	(76)
1. 直线的性质(76)	
2. 角和角的平分线(76)	
3. 垂线与线段的垂直平分线(77)	
4. 平行线(77)	
5. 几个有关距离的概念(78)	
二、三角形	(78)
1. 三角形的主要线段(78)	
2. 三角形的性质(78)	
3. 直角三角形的性质(79)	
4. 等腰三角形和等边三角形(80)	
5. 全等三角	

形(80) 6.相似三角形(80)	
三、四边形	(81)
1.平行四边形(81) 2.矩形(81) 3.菱形(82) 4.正方形(82) 5.梯 形和特殊梯形(83) 6.三角形和几种特殊四边形的面积(83)	
四、多边形	(84)
1.关于多边形的概念(84) 2.正多边形(84) 3.相似多边形(85)	
五、圆	(86)
1.圆的概念(86) 2.点和圆的位置关系(86) 3.直线和圆的 位置关系(86) 4.圆和圆的位置关系(87) 5.垂直于弦的直 径的性质(88) 6.与圆有关的线段(88) 7.与圆有关的角 (88) 8.圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系(90) 9.与圆 有关的多边形(90) 10.四点共圆的条件(四点同在圆周上) (90) 11.圆周长、弧长与有关面积的计算(91)	
六、四种命题的关系与基本轨迹	(92)
1.四种命题(92) 2.点的轨迹概念及基本定理(92)	
立体几何	(94)
一、直线与平面	(94)
1.平面的判定(94) 2.平面的基本性质(94) 3.确定平面的 条件(94) 4.直线、平面的位置关系(94) 5.直线、平面位 置关系的判定(95) 6.直线与平面的性质定理(98) 7.斜线、 射影(99) 8.角(100) 9.距离(100)	
二、简单几何体	(100)
1.凸多面体(100) 2.旋转体(101) 3.简单几何体面积、 体积的计算(102)	
平面三角	(106)
一、角的概念	(106)
1.角(106) 2.角度制(106) 3.弧度制(106) 4.角度制 与弧度制的换算(106)	
二、三角函数的定义	(107)
1.锐角 α 的三角函数定义(107) 2.任意角 α 的三角函数 定义(107) 3.六个三角函数值的符号与增减变化情况	

(107) 4. 单位圆内的三角函数线(108)

三、同角三角函数的基本关系式	(109)
四、特殊角的三角函数值	(110)
五、三角函数的诱导公式	(111)
六、三角函数的图象及其性质	(112)
七、三角函数在恒等变换中的主要公式	(113)
1. 和(差)角公式(113) 2. 倍角公式(113) 3. 半角公式(113)	
4. 积化和差公式(114) 5. 和差化积公式(114) 6. 万能公式(114)	
八、反三角函数	(115)
九、最简单的三角方程的解集	(116)
十、三角形的边角关系及其解法	(116)
1. 三角形基本定理(116) 2. 直角三角形的解法(117) 3. 斜三角形的解法(117)	

平面解析几何 (121)

一、基本公式	(121)
1. 坐标系中的点的对称关系(121) 2. 两点间的距离(121) 3. 线段的定比分点(121) 4. 三角形的重心(121) 5. 三角形的面积(122) 6. 三点共线的充要条件(122) 7. 直线的斜率(122)	
二、直线	(122)
1. 直线方程的几种形式(122) 2. 点到直线的距离(124) 3. 两直线交角的平分线(125) 4. 两直线的位置关系(125) 5. 三条直线共点的充要条件(126) 6. 直线系方程(126)	
三、圆锥曲线	(126)
1. 圆(126) 2. 椭圆(127) 3. 双曲线(129) 4. 抛物线(130)	
四、坐标变换	(131)
1. 坐标轴的平移(131) 2. 坐标轴的旋转(132) 3. 二次曲线的判定(134) 4. 圆锥曲线的画图(134)	
五、圆锥曲线的切线	(134)
1. 圆锥曲线的切线和法线(134) 2. 切线的斜率(135) 3. 切	

线的方程(135)	4.圆锥曲线的切线和法线的性质(136)	
六、极坐标		(137)
1.极坐标(137)	2.极坐标和直角坐标的互化(137)	3.几种常见的曲线极坐标方程(138)
七、参数方程		(139)
1.定义(139)	2.参数方程与普通方程的互化(139)	3.几种常用的参数方程(139)
八、轨迹与方程		(140)
1.求轨迹的曲线方程的步骤(140)	2.求轨迹的参数方程的步骤(141)	3.由方程画曲线(141)
4.两曲线的交点(142)		
微积分初步		(143)
一、数列的极限与函数的极限		(143)
1.数列的极限(143)	2.函数的极限(143)	3.连续函数(145)
二、导数和微分		(145)
1.导数(145)	2.微分(148)	3.导数及微分基本公式(148)
4.导数和微分的应用(149)		
三、不定积分		(151)
1.不定积分(151)	2.不定积分的性质(151)	3.运算法则(152)
4.几何意义(152)	5.基本积分公式(152)	6.积分方法(154)
四、定积分		(155)
1.定积分(155)	2.定积分的性质(155)	3.微积分基本公式(156)
4.定积分的应用(156)		

代 数

一、乘法公式与因式分解

1. 乘法公式 \iff 因式分解

$$(1) (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(2) (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(3) (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(4) (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$(5) (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$$

$$(6) (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

$$(7) (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$(8) (a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2 \quad (\text{在复数范围内})$$

$$(9) (1-x)(1+x+\cdots+x^{n-1}) = 1-x^n \quad (n \text{ 为正整数})$$

2. 多项式因式分解的基本方法

(1) 提取公因式法

例 把 $3x^2 - 6x$ 分解因式。

解 原式 $= 3x(x-2)$

(2) 应用乘法公式分解法

例 把 $x^4 - y^4$ 分解因式。

解 原式 $= (x^2)^2 - (y^2)^2$

$$= (x^2 + y^2)(x^2 - y^2)$$

$$= (x^2 + y^2)(x+y)(x-y)$$

(在实数范围内)

$$= (x+yi)(x-yi)(x+y)(x-y)$$

(在复数范围内)

(3) 分组分解法

① 调项分组法

例 把 $x^2 + 4y^2 + z^2 - 4xy + 2xz - 4yz$ 分解因式。

$$\begin{aligned}\text{解 原式} &= x^2 + 2xz + z^2 - 4xy - 4yz + 4y^2 \\ &= (x+z)^2 - 4y(x+z) + 4y^2 \\ &= (x+z-2y)^2\end{aligned}$$

② 拆项分组法

例 把 $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ 分解因式。

$$\begin{aligned}\text{解 原式} &= x^3 + 3x^2 + 3x^2 + 11x + 6 \\ &= x^2(x+3) + (x+3)(3x+2) \\ &= (x+3)(x^2+3x+2) \\ &= (x+3)(x+2)(x+1)\end{aligned}$$

③ 添减项分组法

例 把 $x^4 + x^2 + 1$ 分解因式。

$$\begin{aligned}\text{解 原式} &= x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 \\ &= (x^2+1)^2 - x^2 \\ &= (x^2+x+1)(x^2-x+1)\end{aligned}$$

(4) 二次三项式的因式分解法

① 配方法 一般二次三项式都可用配方法来分解因式。

例 把 $ax^2 + bx + c$ 分解因式。

$$\text{解 原式} = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

$$= a \left[x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a} x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} \right]$$

$$= a \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right]$$

$$= a \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)^2 \right]$$

$$= a \left(x - \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \left(x - \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)$$

上面所得的结果,可直接作为因式分解的公式来应用,故配方法又称作应用求根公式分解法,即

$$ax^2 + bx + c = a \left(x - \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \left(x - \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)$$

如果 a, b, c 都是实数,则

$$\text{当 } \Delta = b^2 - 4ac \begin{cases} > 0 \text{ 时, 可分解为两个不同的一次因式} \\ = 0 \text{ 时, 可分解为两个相同的一次因式} \\ < 0 \text{ 时, 在实数集合里不能分解因式} \end{cases}$$

②十字相乘法

例 把 $x^2 - 5x + 6$ 分解因式.

解 原式 $= (x - 2)(x - 3)$

$$\begin{array}{r} 1 \quad \quad \quad -2 \\ \quad \quad \quad \diagdown \quad \diagup \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \\ \quad \quad \quad \diagup \quad \diagdown \\ 1 \quad \quad \quad -3 \end{array}$$

$$(-2) + (-3) = -5$$

双十字相乘法:

例 把 $x^4 - 2x^2y - 3y^2 + 8y - 4$ 分解因式.

解 $\because x^4 - 2x^2y - 3y^2 = (x^2 + y)(x^2 - 3y)$

$$\begin{array}{r} (x^2 + y) \quad \quad \quad -2 \\ \quad \quad \quad \diagdown \quad \diagup \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \\ \quad \quad \quad \diagup \quad \diagdown \\ (x^2 - 3y) \quad \quad \quad 2 \end{array}$$

$$2x^2 + 2y - 2x^2 + 6y = 8y$$

$$\therefore \text{原式} = (x^2 + y - 2)(x^2 - 3y + 2)$$

(5)应用综合除法的因式分解法

例 在实数集合里,把 $2x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 1$ 分解因式.

解 利用综合除法知原式能被 $(x + 1)(x - \frac{1}{2})$ 整除.

$$\because \frac{2+3+2+0-1}{2+1+1-1+0} - 1$$

$$\frac{2+1+1-1}{2+2+2+0} \left| \frac{1}{2} \right.$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{原式} &= (x+1) \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot 2(x^2+x+1) \\ &= 2(x+1) \left(x - \frac{1}{2}\right) (x^2+x+1) \end{aligned}$$

(6) 应用换元法的因式分解法

例 把 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+15$ 分解因式 (在有理数范围内).

解 原式 $= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+15$

设 $x^2+8x=u$, 则上式可写成

$$\begin{aligned} &(u+7)(u+15)+15 \\ &= u^2+22u+120 \\ &= (u+10)(u+12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{原式} &= (x^2+8x+10)(x^2+8x+12) \\ &= (x^2+8x+10)(x+6)(x+2) \end{aligned}$$

(7) 待定系数法

例 把 $2x^2+7xy-15y^2-4x+19y-6$ 分解因式.

解 $\because 2x^2+7xy-15y^2 = (2x-3y)(x+5y)$

\therefore 可设原式能分解为

$$(2x-3y+m)(x+5y+n)$$

即 $2x^2+7xy-15y^2-4x+19y-6$
 $= 2x^2+7xy-15y^2+(m+2n)x+(5m-3n)y+mn$

这是个恒等式, 比较两边对应项的系数, 得

$$\begin{cases} m+2n=-4 & (1) \\ 5m-3n=19 & (2) \\ mn=-6 & (3) \end{cases}$$