



机械量测试技术

(修订版)

王锡良 主编

东北工学院出版社

机械量测试技术

王锡良 主编

江苏工业学院图书馆
藏书章

东北工学院出版社

(辽)新登字第 8 号

内 容 简 介

本书叙述静态与动态的拉力、压力和扭矩、位移、压力和流量、振动和噪声等机械量参数和交流与直流电机参数的电测技术,以及相应的传感器、测试与记录等仪器的原理与性能。此外,对静、动态信号数据的处理与分析方法作了讲述。最后介绍了测量误差分析方法。

本书可作为理工科大学机械工程专业用教材,也可作为机械类其它各专业师生的教学参考书,还适于现场有关技术人员参考。

机 械 量 测 试 技 术

王锡良 主编

东北工学院出版社出版 辽宁省新华书店发行
(沈阳·南湖) 大连海运学院印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 13 字数: 325 千字
1992 年 4 月第 2 版 1992 年 4 月第 2 次印刷
印数: 3001~5000 册

责任编辑: 崔华林 孙铁军 责任校对: 山 矢
封面设计: 唐敏智 版式设计: 高志武

ISBN 7-81006-092-9/TH·15 定价: 6.50 元

修订版前言

本书是根据本科机械工程类专业的教学需要编写的。该专业教学对本课的具体要求是以非电量电测技术的理论与方法为主，而光弹性与疲劳裂纹测试等内容另有设课。为此，在修订版内除删去有关光弹性与疲劳裂纹测试等章节外，并对原版各章节均作了不同程度的修订，力求内容精练。以非电量电测中的机械量电测技术为重点，阐述了测量系统的特性、常用传感器的原理、电阻应变计、力的测量方法与使用仪器、位移、温度与流体参数的测量，以及电动机参数的测量等。为了适应当前生产发展的需要，加强了动态与振动测试和噪声测试内容，最后叙述了信号分析技术、测量数据处理方法以及测量误差分析。

本版书在基本理论方面叙述了测试技术中从测试方法、测试仪器到数据处理与分析所必须掌握的基本理论，在内容安排上力求结合机械工程类专业教学对本课程的要求，并考虑到技术内容的系统性及便于学习的原则安排内容，本书的绪论、第一、第六及第十章由王锡良编写，第二、第八及第十一章由金慰农编写，第三、第九及第十章第一节由张洪亭编写，第四、第五及第七章由杨贵修编写，全书由王锡良统稿。

水平所限，错误难免，恳望指正。

编 者

1991年12月

绪 论

机械量测试技术是现代实验科学的重要组成部分,它在国民经济各个部门和科学研究各个领域得到广泛的应用。它是利用现代测试技术与手段对所研究的机械设备进行测试与分析,研究各零部件的力学性能、机构与整机系统的运动规律及其动态特性。在生产条件下,通过测试不仅可以判定设备运转状态及其性能,而且可以进行状态分析与故障诊断。对科技人员来说,通过实验测试与数据分析来验证设计理论的正确性,并进行新的理论探讨。此外,还可以为设备的改造提供可靠的数据。

所谓机械量,是表征机械设备及其零部件在各工况下的工作性能与工作状态的参数。它所涉及的范围从下面一些例子可以看出。首先在设计任何一个机械设备时,其最原始的数据是外载荷,属于力能类参数。这些外载荷对某些如起重机械等,可看成是静力外载,直接依据理论公式进行计算(当然要计入动负荷系数)。但对另一些,诸如轧钢机的轧制力、剪切机的剪切力、卷取机的卷取力、挖掘机的铲取力以及金属切削机床的切削力等等,由于其外载荷的影响因素较多,用计算方法所得的结果误差较大。再如汽车的车架、前后桥外载荷,由于它呈现动态特性,且是随机的,难于用简单的公式进行计算,必须通过统计才可确定其载荷谱。上述这些外载荷均须通过测试手段,经过一定的统计处理来确定其真实外载值。其次,在生产中往往需要知道机械设备零部件的应力水平及其分布情况,零部件应力较大,虽不能立即造成破坏,但能促成较早的疲劳损伤,降低使用寿命。再次,对高速旋转机械工作的可靠性与稳定性,譬如大型风机,由于叶轮转子失衡造成振动过大,若振动参数超过规定值,不仅引起机械系统剧烈的振动,而且损坏设备及建筑物,同时也恶化了环境。机械振动较大除有转子失衡原因外,由于运转参数设计不合理,设备旋转频率与设备的固有频率相接近,也能形成共振而引起剧烈振动。对这类设备必须通过实验测出其动态特性,进而选定其合理的运转参数。切削机床由于系统的动刚度等参数不合理,造成刀架系统颤振,致使切削精度降低。而对于诸如振动筛等振动设备,则是选择最佳振动参数,以提高振动筛的筛分效率。一个好的液压传动系统,除保证稳定的流量与压力外,还必须防止因流体特性而造成的管路与阀体的振动。由于机械设备运转中的振动参数的变化,能很好地反映出机械设备的运转状态,所以利用机械振动信号的分析来对设备进行故障分析与诊断,是当前被广泛应用的手段。设备振动的同时,伴生较强的噪声,控制噪声既可改善工作环境,同时还可改善设备的运转状态。

反映机械设备工作性能与运转状态的参数很多,但大致可归纳如下几类:

1. 力能参数:是表征机械设备工作载荷状态的参数,包括力参数(力、应力、力矩等)和电参数(电机的电源、电压与功率等);
2. 运动参数:是表征机械运动规律的参数,如位移、转角、转速、速度与加速度等;
3. 振动参数:是表征机械设备的振级水平及振动动态特性的参数,包括振动的位移、速度、加速度等幅值、频率、相位、阻尼与刚度等;

4. 工艺参数：是表征与机械设备有关的工艺参数，如工件状态（加工精度等），加工量等；

5. 其他参数：如温度、流体流速与流量、噪声等。

机械量测试方法很多，如机械测量法，电测法及光测法等。其中以电测法应用最为广泛，因为它有如下优点：

1. 机械量与相应电参量的变换较易实现，且信号传递、记录与处理均较方便，又可直接联接计算机进行自动数据处理；

2. 由于通过电量放大器，可将被测参数放大数千至上万倍，所以可以测量极微小的参数信号，且有较高的灵敏度与测量精度；

3. 频率响应范围宽，不仅可测静态参数，又可测量迅变的动态参数；

4. 适于同时多参数多线测量。

一个完整的电测系统，包括参数变换、信号传递与记录显示和处理三个部分，如图 0-1 所示。

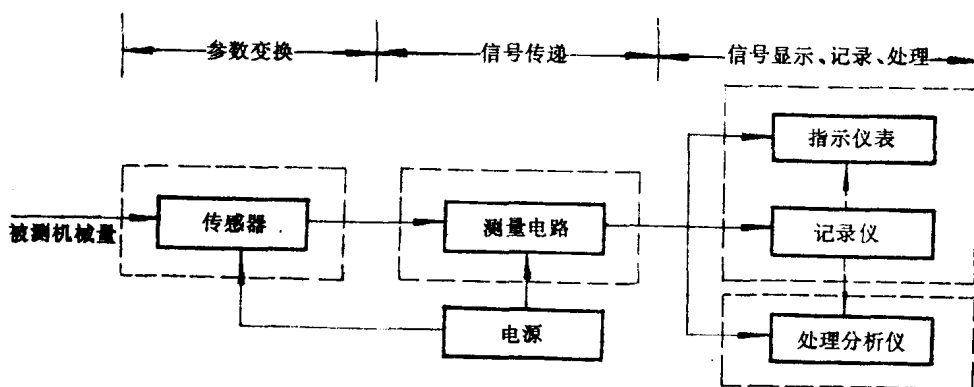


图 0-1 机械量电测系统的组成

传感器 是将被测的机械量转换成电量的装置，是获得信息的手段。根据被测机械量的不同，可有各种传感器。按它们的变换原理可归纳为两大类：一类是有源传感器，它将机械量直接转换成电能，如电势、电流、电荷等；另一类是无源传感器，它将机械量的变化转换成电参量的变化，如电阻、电容、电感的变化。有源传感器本身获得的和输出的量就是电能，因此只要配上必要的放大器就能推动指示仪表或记录器；无源传感器，还得通过测量电路将机械量变为电流或电压，然后再行放大，推动指示仪表或记录器。

测量电路 它的作用是把传感器送来的电信号有效地显示出来，或者通过它将信号放大后送给显示仪表。它属于信息的转换。测量电路的种类常由传感器的类型而定。对于无源传感器，多数采用载波放大电路，有调幅式、调频式和调相式等；对有源传感器，常用直接放大电路，有电压放大器、电荷放大器等。

指示仪表和记录仪 其作用是显示测量数据，这就是信号的显示。在静态参量测试时，用指示仪表进行显示，它有模拟式和数字式两种，在动态参量测试时，则采用记录仪。它也分模拟式和数字式两大类，模拟式记录器的记录结果，常以曲线形式出现，如光线振子示波器、X-Y 函数记录仪、模拟式磁带记录仪等；数字记录仪是以数字形式或数字编码的形式记录数据，如数字打印机，数字穿孔机，数字磁带记录仪等。

数据处理与分析仪 其作用是把记录下来的复杂的动态信号进行不同域的处理,如作各均值统计处理、频谱分析、特征参数识别等。这方面有专用分析仪,也可用通用计算机进行处理与分析。专用分析仪具有代表性的是实时信号分析系统,其核心是快速富里叶变换仪。根据其结构不同,分为模拟式,数字式与模拟数字混合式分析系统,以后者应用最广泛。

此外,还有稳压电源,专为系统供电。

机械量测试技术,尤其是电测法,虽已得到了广泛的应用,但随着科学技术的发展,也需不断的提高和发展。例如,不断提高仪器的性能和可靠性,扩大应用范围;研制新型传感器;对无接触测量技术的研究和应用;研究测量放大一体化的仪表;采用电子计算机对测试系统进行控制和数据处理等。

本书编写的全部内容是以测试信号流的过程,即信号的获得、信号的传递、信号的显示、记录与处理,以及最后误差分析等顺序编写的。

为正确选择测试仪器与测试系统,第一章讲述了测试仪器系统的基本通性—静态特性与动态特性,这是测试系统特性的基础知识。第二章信号的采集,介绍了各种物理参数信号的采集与变换,主要讲述常用传感器的变换原理、性能及应用。第三章用较多篇幅讲述应用较广的电阻应变法的力与应力测量方法,并介绍了电阻应变仪与测试原理及测试方法。第四章以光线示波器为重点介绍了不同类型记录器的原理及应用,并简要介绍了磁带记录器及其记录器的原理。从第五章到第九章分别介绍不同参数的测试方法与有关测试仪器,包括机械载荷与扭矩的测量;振动参数的测量;位移、温度和流量的测量以及电动机参数的测量等。最后两章讲述测试信号的分析与处理及误差分析。信号分析主要介绍不同类型信号的分析方法以及信号不同域的分析,如时域均值、相关分析及频谱分析等,最后是测试结果的误差分析。

由于机械量测试技术涉及的知识面很广,出现的物理现象很多,因此,在学习本课前,应初步掌握材料力学、电工学及工业电子学、机械振动以及高等数学中的积分变换等基础知识。机械量测试技术,是实验科学的分支,在学习中必须将理论学习和实验密切结合起来,以掌握对机械设备进行实验分析的方法和技能。为加强实验技能的训练,实验环节在本课学习中占有极为重要的地位,必须予以重视。

目 录

修订版前言

绪 论

第一章 测量系统的特性

- 第一节 概 述 (1)
- 第二节 测量系统的静态特性 (1)
- 第三节 测量系统的动态特性 (3)

第二章 常用传感器的变换原理

- 第一节 传感器的分类和性能要求
..... (13)
- 第二节 机械式传感器..... (14)
- 第三节 电阻式传感器..... (15)
- 第四节 压电式传感器..... (18)
- 第五节 电感式传感器..... (21)
- 第六节 电容式传感器..... (24)
- 第七节 霍尔式传感器..... (26)
- 第八节 光电式传感器..... (27)

第三章 电阻应变测量

- 第一节 电阻应变计..... (30)
- 第二节 电桥测量电路..... (36)
- 第三节 电阻应变仪..... (45)
- 第四节 静态应力测量..... (55)

第四章 记录仪器

- 第一节 概 述..... (69)
- 第二节 光线示波器工作原理..... (69)
- 第三节 振动子..... (72)
- 第四节 磁带记录器..... (80)
- 第五节 其它几种记录器简介..... (84)

第五章 机构载荷的测量

- 第一节 测力传感器..... (89)
- 第二节 电阻应变式传感器的设计
举例..... (93)
- 第三节 传动轴扭矩测量的原理与
方法..... (97)
- 第四节 扭矩信号的传输 (103)

第六章 振动测试

- 第一节 概 述 (109)
- 第二节 振动测量基本参数 (110)
- 第三节 测振传感器 (112)
- 第四节 测振放大器 (118)
- 第五节 机械振动测试系统 (123)

第七章 噪声测量

- 第一节 评价噪声的技术参数 ... (125)
- 第二节 噪声测量与仪器 (132)
- 第三节 噪声测量中的有关问题
..... (134)

第八章 位移、温度和流体参量的测量

- 第一节 位移的测量 (135)
- 第二节 温度的测量 (137)
- 第三节 流体参量的测量 (143)

第九章 电动机参数测量

- 第一节 直流电动机的参数测量
..... (147)
- 第二节 交流电动机的参数测量
..... (150)

第十章 信号分析与处理

第一节	概 述	(159)
第二节	信号的分类与描述	(159)
第三节	采样与混淆	(163)
第四节	截断与泄漏	(166)
第五节	窗函数	(168)
第六节	离散富里叶变换	(170)
第七节	数据分析及其应用	(172)

第十一章 测量的误差分析与测量结果的数据处理

第一节	误差的分类及其产生的
-----	------------

	原因	(183)
第二节	各种误差对测量结果的 影响	(183)
第三节	随机误差 (偶然误差)	(184)
第四节	系统误差	(188)
第五节	静态测量结果的数据处理	(192)
第六节	动态测量结果的数据处理	(193)
参考文献		(197)

第一章 测量系统的特性

第一节 概 述

如何正确设计与选择测量系统中的各个环节以使测量误差限制在给定范围之内？系统中哪些环节能产生误差？如何减小以至消除？信号经过测量系统传递与转换后的失真如何？为解决以上问题，必须对测量系统以及作为系统中各个环节的特性有所了解。

一个大的测试系统是由若干个小的测量系统——测量装置组成的。因而一个大的测试系统的特性是由各个小系统的特性综合决定的。

测量系统特性可分为静态特性和动态特性两大类。当被测量是常量或缓慢变化时，则是静态特性问题；当被测量以较快速度变化时，则必须把它作为动态问题处理。

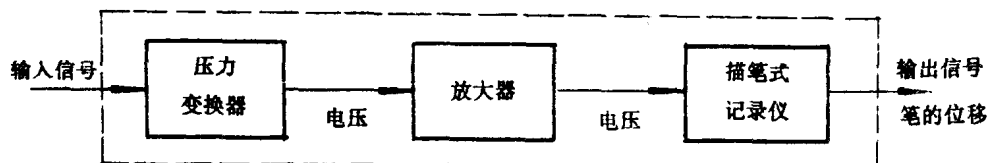


图 1-1 测试系统信息流程

图 1-1 是由三个环节即三个测量装置，或说三个小测量系统组成的压力测试系统框图，被测压力首先通过压力变换器把压力变换成电压信号，再经放大器放大，最后用描笔式记录仪记录。该系统输入信号为压力，输出信号为笔的位移。

第二节 测量系统的静态特性

测量系统的静态特性常用灵敏度、线性、滞后以及与仪器质量有关的某些指标来表示。

一、灵敏度

当测量仪器的输入 x 有一个变化量 Δx 时，引起输出有相应的变化 Δy ，则仪器的灵敏度 S 表示为：

$$S = \Delta y / \Delta x \quad (1-1)$$

这里输入、输出量的变化必须是不随时间而变的或变化缓慢的。

当输入、输出同量纲时，则 S 表示仪器的放大倍数。图 1-2 中拟合直线的斜率即为灵

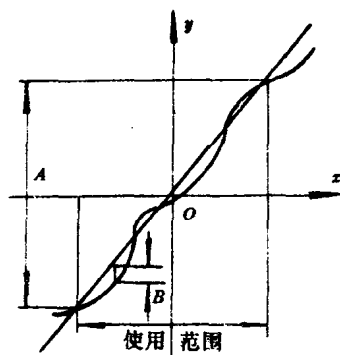


图 1-2 灵敏度与线性

敏度。如 YD-15 型电阻应变仪, 在匹配电阻为 20Ω 时, 灵敏度为 $0.025\text{mA}/\mu\epsilon$; SC-16 光线示波器中使用的 FC6-1200 振子的灵敏度为 $12\text{mm}/\text{mA}$ 。

二、线 性

如果仪器的灵敏度是一个常数, 则称仪器的输入、输出有良好的线性关系。这是最理想的。实际上如图 1-2 所示, 二者关系总呈一条曲线。在数据处理中, 人们常将其简化为一条直线。线性的技术指标用直线度表示为:

$$D = B/A \times 100\% \quad (1-2)$$

式中, B 是在最大输出范围 A 内, 曲线与直线的最大偏差。

对于少数输入、输出本来就是曲线关系的情况, 可用多项式表示为:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \quad (1-3)$$

曲线各点的灵敏度可用该点的均线来表达。

三、滞 后

当输入信号由小增大或由大减小时, 对于同一个输入信号值会有大小不同的输出量, 这就是滞后现象, 如图 1-3 所示。滞后大小可由实验方法确定, 最大输出差值 $\Delta_{\max}$ 对满量程输出 y_m 的百分比称为相对迟滞误差, 表示为:

$$\gamma = \frac{\Delta_{\max}}{y_m} \times 100\% \quad (1-4)$$

式中 $\Delta_{\max}$ 为正、反程输出值间的最大差值。

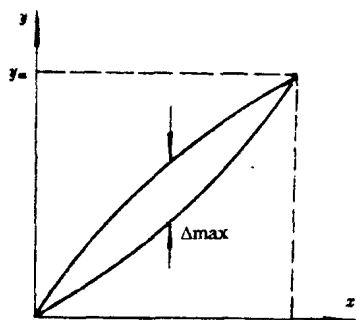


图 1-3 滞后特性

四、重复性

重复性是指仪器输入按同一方向变化时, 在全量程内连续进行重复测试所得各特性曲线的重复程度, 如图 1-4 所示, 重复误差表示为:

$$\gamma = \pm \frac{\Delta_{\max}}{y_m} \times 100\% \quad (1-5)$$

五、其它特性

1. 测量仪器精度 常有以下两种表示方式:

$$\text{仪器相对误差} = \frac{\text{仪器示值} - \text{真值}}{\text{真值}} \times 100\%$$

$$\text{仪器引用误差} = \frac{\text{仪器示值} - \text{真值}}{\text{仪器测量上限}} \times 100\% \quad (1-6)$$

式(1-6)中被测量的真值是未知的, 通常用被测量的均值代替。一般指针式仪表多采用引用误差。如引用误差为 1.0% 的表, 常把 1.0 标注在表头上, 称为 1.0 级。由于引用误差以测量

上限为基准,故测量时应使读数尽量在量程的三分之一以上。若使用不当,则会使测量值的相对误差大于表的级别。如表量程为 10A,级别为 1.0 级,当测量 1.0A 电流时,则相对误差可达到:

$$\gamma = \frac{1.0\% \times 10A}{1A} \times 100\% = 10\% \quad (1-7)$$

2. 分辨率 是指仪器可能检测到的输入信号的最小变化的能力。一般用具体数值或测量上限的百分比表示。如 YJD-17 静态应变的分辨率为 $1\mu\epsilon$ 。

3. 测量范围 是指仪器的输入、输出保持线性关系的最大量限。超范围使用,仪器的灵敏度下降,性能变坏。

4. 负载阻抗 仪器的输入、输出阻抗用欧姆 (Ω) 表示。当各测量系统的阻抗匹配时,不仅输出功率最大,而且系统特征好。

第三节 测量系统的动态特性

机械工程中所遇到的信号多为动态信号,以一定精度测量一个稳态信号往往是比较容易的,而对一个动态变化量的准确测量则不易。测量装置作为一个测量系统来说,其输出对输入的响应特性(即动态特性)的好坏,直接关系到能否准确显示信号大小和再现被

测信号波形,如图 1-5 所示。输出信号 x_0 未能正确显示输入信号 x_i 的全部信息,即输出信号中丢掉了输入信号的快速波动分量,这是由于测量系统跟不上快速信号的变化,从而出现了动态误差。因此,该系统动态特性不好。研究系统动态特性可以从时域和频域两个方面采用频率响应法和瞬态响应法来分析。由于信号的时间函数形式是多种多样的,在时域内研究测量装置的特性时,往往研究系统对几种特定时间函数如阶跃函数、斜坡函数以及脉冲函数的响应特性。在频域中则常常研究系统对正弦扫描频率响应特性,分析正弦稳态响应的幅频特性与相频特性。

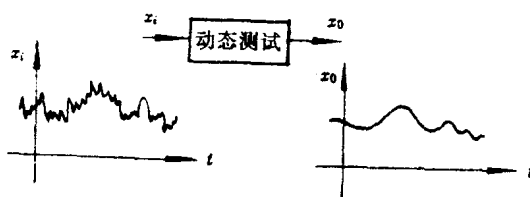


图 1-5 动态特性示意

系统动态特性不好。研究系统动态特性可以从时域和频域两个方面采用频率响应法和瞬态响应法来分析。由于信号的时间函数形式是多种多样的,在时域内研究测量装置的特性时,往往研究系统对几种特定时间函数如阶跃函数、斜坡函数以及脉冲函数的响应特性。在频域中则常常研究系统对正弦扫描频率响应特性,分析正弦稳态响应的幅频特性与相频特性。

一、测量系统的传递函数

要获得测量系统对输入信号的响应关系,首先必须通过分析或实验方法建立系统的数学模型,通过数学模型不仅可以区分测量系统动态特性的类型,而且又可以看到它们对同一输入信号所具有的不同响应关系。

首先分析两个实例。

图 1-6 为一液柱式温度计。现分析其输入与输出关系。图中 θ_i 为测量量温度作为输入信号; θ_0 为温度计指示温度,作为输出信号。设系统的热阻为 R ,热容量为 c ,则依热力学可得热流 q :

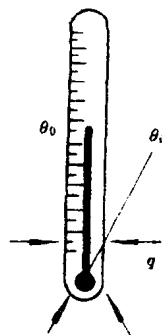


图 1-6 液柱式温度计输入与输出信号

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{\theta_i - \theta_0}{R} \\ q &= c \frac{d\theta_0}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

消除二式中之 q ，并令 $\tau = Rc$ ，称之为时间常数；于是可得：

$$\tau \frac{d\theta_0}{dt} + \theta_0 = \theta_i \quad (1-9)$$

如用微分算子 $D = d/dt$ ，上式可写为：

$$(\tau D + 1)\theta_0 = \theta_i \quad (1-10)$$

$$\frac{\theta_0}{\theta_i} = \frac{1}{\tau D + 1} \quad (1-11)$$

式 (1-11) 表示输出信号与输入信号之比，即为液柱式温度计的动态特性，并称之为该系统的传递函数。

图 1-7 为一机械式测振仪。当被测体沿箭头方向振动时，通过杆 A 带动有描笔的杠杆 B 振动，可记录下振动位移的振幅。由于系统的刚度大而质量小，故下面分析时忽略其质量的影响。

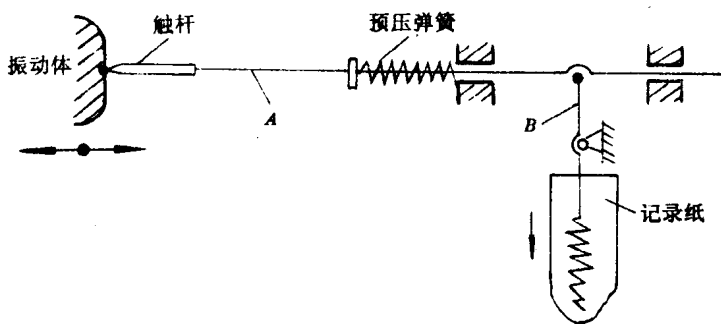


图 1-7 机械测振仪原理图

现分析被测物作用力 f (输入) 与杆 A 的位移响应 (输出) 关系。

设系统弹簧刚度为 k ，运动阻尼系数为 c ，当触杆受力 f 时，克服弹性恢复力 kx ，与阻尼力 $c dx/dt$ 达到平衡，于是可写如下方程：

$$c \frac{dx}{dt} + kx = f \quad (1-12)$$

令 $\frac{c}{k} = \tau$ ，则式 (1-12) 写为：

$$\tau \frac{dx}{dt} + x = \frac{f}{k} \quad (1-13)$$

运用微分算子 $D = d/dt$ ，则式 (1-13) 可写为：

$$\begin{aligned} (\tau D + 1)x &= \frac{1}{k} \cdot f \\ \frac{k \cdot x}{f} &= \frac{1}{\tau D + 1} \end{aligned} \quad (1-14)$$

式 (1-14) 为该系统的输出与输入之比，反映系统的动态特性，称之为该系统的传递函数。

比较式 (1-11) 与 (1-14) 可知，两种不同测量系统有着同一的传递函数形式，即有着相同的动态特性，差别仅是时间常数 τ 的含义不同。由于二式分母都是微分一次式，故称这类系统为一阶测量系统，其共同的力学模型如图 1-8 所示。其共同的传递函数表达式为：

$$\frac{\text{输出}}{\text{输入}} = \frac{1}{\tau D + 1} \quad (1-15)$$

下面分析二阶系统测量装置的传递函数。

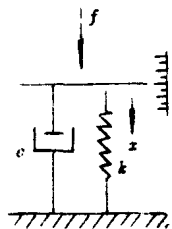


图 1-8 一阶系统力学模型

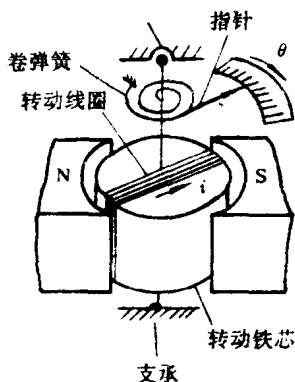


图 1-9 动圈式指示器

以动圈式测量机构为例。如图 1-9 所示,其工作原理是:可转动的线圈骨架转轴上下两端由二支点支承,当线圈内通入电流 i 时(作为系统的输入信号),动圈便产生扭转力矩 $K_i i$,该力矩与系统可转动部分的惯性力矩 $J\ddot{\theta}$ 、卷簧的反力矩 $K_s\theta$ 以及阻尼力矩 $c\dot{\theta}$ 相平衡。于是可得:

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + c \frac{d\theta}{dt} + K_s \theta = K_i \cdot i \quad (1-16)$$

式中 J 为系统转动部分的惯性矩; K_s 为卷簧的扭转刚度; K_i 为单位电流产生的扭矩。

运用微分算子 D 整理上式可得:

$$\frac{\theta}{i} = \frac{K_i}{JD^2 + cD + K_s} = \frac{K_i/J}{D^2 + (c/J)D + K_s/J} = \frac{K\omega_n^2}{D^2 + 2\zeta\omega_n D + \omega_n^2} \quad (1-17)$$

式中 $\omega_n = \sqrt{K_s/J}$ 为系统固有角频率 (rad/s);

$\zeta = c/2\sqrt{JK_s}$; 为系统阻尼比;

$K = K_i/K_s$ 为系统静态灵敏度 (电流灵敏度)。

式 (1-17) 说明了动圈式测量机构 (如电动表及光线示波器振动物子) 输入电流 i 与输出转角之间的关系。表明了这类机构的动态特性。

再分析如图 1-10 所示测振用速度传感器的动态特性。图中带有线圈的芯轴质量为 m , 其前后用弹簧支承, 线圈外侧为永久磁钢。当芯轴受被测体推动作轴向振动时, 则在线圈内产生与振动速度成正比的电动势。该系统的力学模型如图 1-11 所示。图中 k 为支承弹簧的当量刚度系数, c 为系统阻尼系数。

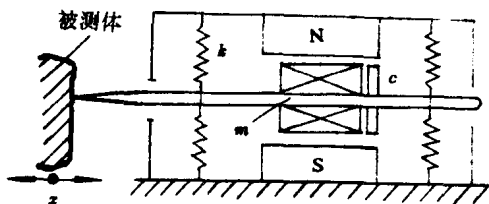


图 1-10 测振速度传感器

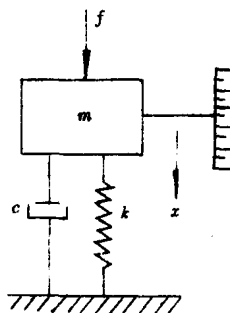


图 1-11 二阶系统力学模型

设输入系统的力为 f , 芯轴的位移 x 为输出信号, 当外力 f 作用时, 外力 f 与惯性力、阻

尼力及弹簧的反力相平衡，从而可得：

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = f \quad (1-18)$$

运用微分算子 D ，上式为：

$$(mD^2 + cD + k)x = f$$

于是可得：

$$\frac{x}{f} = \frac{1}{mD^2 + cD + k} = \frac{K\omega_n^2}{D^2 + 2\zeta\omega_n D + \omega_n^2} \quad (1-19)$$

式中 $\omega_n = \sqrt{k/m}$ ；

$$\zeta = c/2 \sqrt{m \cdot k}；$$

$$K = \frac{1}{k}。$$

比较式 (1-17) 与 (1-19) 可知，二式等号右边完全相同，由此可以得出结论：对于二阶系统，即当其微分方程具有：

$$a_2 \frac{d^2 x_0}{dt^2} + a_1 \frac{dx_0}{dt} + a_0 x_0 = b_0 x_i。$$

的形式时，则其传递函数具有如下形式：

$$\frac{\text{输出}}{\text{输入}} = \frac{x_0}{x_i} = \frac{K \cdot \omega_n^2}{D^2 + 2\zeta D \cdot \omega_n + \omega_n^2} \quad (1-20)$$

式中 $\omega_n = \sqrt{a_0/a_2}$ 为系统的固有频率；

$\zeta = a_1/2 \sqrt{a_0 \cdot a_2}$ 为系统的阻尼比；

$K = b_0/a_0$ 为系统的静态灵敏度。

二阶系统的力学模型如图1-11所示。

综观式 (1-11)、(1-14)、(1-17) 及 (1-19) 可知，对任何一个测量系统，随其结构型式不同，将有不同类型的力学模型：一阶系统、二阶系统与多阶系统的力学模型并相应地有不同形式的传递函数。但归纳起来，不同阶系统的传递函数，可用一个通式来表征。

设以 x_i 为系统的输入信号， x_0 为系统的输出信号，则可写成：

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n x_0}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x_0}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx_0}{dt} + a_0 x_0 \\ = b_n \frac{d^n x_i}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} x_i}{dt^{n-1}} + \dots + b_1 \frac{dx_i}{dt} + b_0 x_i \end{aligned} \quad (1-21)$$

运用微分算子 $D=d/dt$ ，则式 (1-21) 可写成：

$$\frac{x_0}{x_i} = \frac{b_n D^n + b_{n-1} D^{n-1} + \dots + b_1 D + b_0}{a_n D^n + a_{n-1} D^{n-1} + \dots + a_1 D + a_0} \quad (1-22)$$

式 (1-22) 表示了从零阶到高阶系统的输出与输入关系。若已知输入信号的时间函数，则可根据该式导出其输出信号。

为了能清楚地表明信号的流向以及测量系统的特性关系，可用如图 1-12 所示的方框图表示。

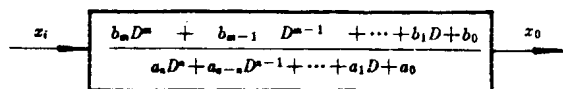


图 1-12 一般系统方框图

方框内为系统的传递函数，而信号用实线表示，信号流向用箭头指示。

图 1-13 表示一阶系统的方框图。图 1-14 表示二阶系统的方框图。

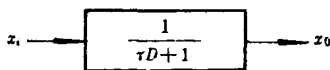


图 1-13 一阶系统方框图

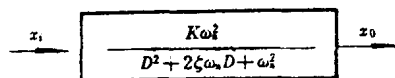


图 1-14 二阶系统方框图

一个大的测试系统往往由多个测量仪器或小系统组成。当系统串联时，若前后阻抗有良好的匹配关系，则后一系统对前个系统无影响。整个大测试系统的传递函数为各小系统中各测量装置传递函数之积。图 1-15 为图 1-1 测试系统的方框图。图中压力变换器为一阶系统，放大器为零阶系统，记录器为二阶系统。

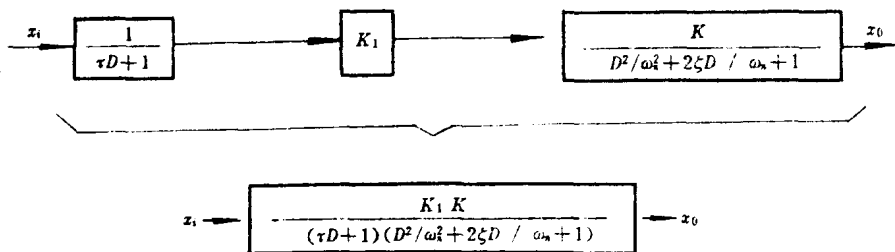


图 1-15 串联系统方框图

二、测量系统的频率响应

频率响应是测量系统对不同频率正弦波输入的稳态响应。也就是当测量系统的输入信号为 $x_i = A \cdot \sin \omega t$ 时，其系统的响应，在开始，有一段非正弦波的过渡响应阶段，但由于系统的阻尼作用，它会随时间的增长而衰减，直至消失而近于正弦信号，以后即进入稳态响应阶段。其响应为 $x_o = B \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ ，如图 1-16 示。也就是说当输入信号的幅值为 A ，频率为 ω 时，其响应信号是幅值为 B 的同频率正弦信号，但相位上滞后一角度 φ 。当改变输入信号的频率时，在输入信号幅值 A 不变条件下，响应的幅值 B 及 φ 角却随 ω 而变。这种测量系统的振幅比 B/A 与 φ 角随频率而变化的

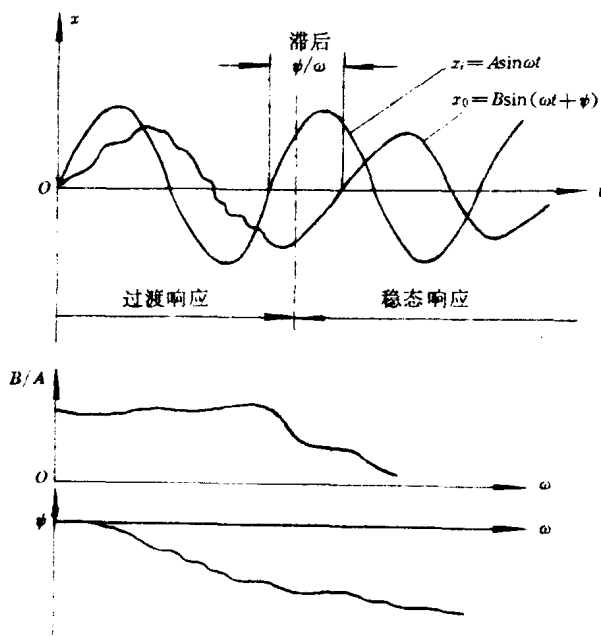


图 1-16 频率响应图

规律称系统的频率响应。

为便于分析频率响应,常采用复数形式表示输入信号与响应信号。即用 $A \cdot e^{j\omega t}$ 表示输入信号 $A \sin \omega t$, 用 $B \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$ 表示响应信号 $B \sin (\omega t + \varphi)$ 。

1. 一阶系统频率响应

已知一阶系统的传递函数

$$\frac{x_0}{x_i} = \frac{1}{\tau D + 1} \quad (1-23)$$

现求输入信号为 $x_i = A \cdot e^{j\omega t}$ 的系统频率响应。将 x_i 值代入式 (1-23) 可得

$$(\tau D + 1)x_0 = A \cdot e^{j\omega t} \quad (1-24)$$

上式的通解为

$$x_c = ce^{-t/\tau} \quad (1-25)$$

这是过渡响应阶段,由式看出,随着时间的增大, x_c 将趋于零。趋零的速度由时间常数 τ 而定。

系统稳态阶段的频率响应由式 (1-24) 的特解给出:

$$x_s = B \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} \quad (1-26)$$

下边分别求振幅比 B/A 与 φ 随 ω 而变化的规律。

由式 (1-26) 知

$$\frac{dx_s}{dt} = j\omega B e^{j(\omega t + \varphi)} = j\omega x_s, \quad (1-27)$$

将式 (1-27) 代入式 (1-24) 得:

$$(j\omega\tau + 1)B e^{j(\omega t + \varphi)} = A e^{j\omega t}$$

解得:

$$\frac{B e^{j(\omega t + \varphi)}}{A e^{j\omega t}} = \frac{B}{A} e^{j\varphi} = \frac{1}{j\omega\tau + 1} \quad (1-28)$$

式

$$\frac{1}{j\omega\tau + 1} = \frac{1}{1 + (\omega\tau)^2} - \frac{j\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (1-29)$$

称为一阶系统的频率响应函数。

频率响应函数为一复数,它的模量,也就是其实部与虚部平方和的开方,即为其输出与输入信号的振幅比

$$\frac{B}{A} = \frac{1}{\sqrt{\omega^2\tau^2 + 1}} \quad (1-30)$$

称之为—阶系统的幅频特性。以 $\omega\tau$ 为横坐标, B/A 为纵坐标,将式 (1-30) 表示如图 1-17 所示曲线。称之为—阶系统幅频特性曲线。

输出与输入信号之相位差 φ 可由式 (1-28) 确定,它等于复数虚部与实部之比的反正切,即

$$\varphi = -\arctg(\omega\tau) \quad (1-31)$$

式 (1-31) 为一阶系统的相频特性,负号表示滞后。图 1-18 为一阶系统相频特性曲线。

2. 二阶系统频率响应

已知二阶系统的传递函数为