

高等学校水利类教材

计算水

动力学

郑邦民 赵昕 编著



武汉大学出版社

高等学校水利类教材

计算水动力学

郑邦民 赵昕 编著

武汉大学出版社



内 容 提 要

本书共分八章,论述了计算水动力学的原理,方法及其实际应用。主要包括:计算水动力学的发展,流体有限元法,差分法基本问题,对流扩散、河道水流、水沙两相流的数值解,边界层及紊流预测及水动力学随机游动方法。

本书可供水利、土木、环境、港航等高校专业师生使用,也可供有关工程科技人员参考。并提供有关应用程序的磁盘、光盘。

图书在版编目(CIP)数据

计算水动力学/郑邦民,赵 昕编著. —武汉:武汉大学出版社,2001.8

高等学校水利类教材

ISBN 7-307-03296-1

I. 计… I. ①郑… ②赵… III. 水动力学—水力计算 IV. TV131.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 21258 号

责任编辑:徐睦书

责任校对:王 建

版式设计:支 笛

出版:武汉大学出版社 (430072 武昌 珞珈山)

(电子邮件:wdp4@whu.edu.cn 网址:www.wdp.whu.edu.cn)

发行:新华书店湖北发行所

印刷:湖北民政印刷厂

开本:787×1092 1/16 印张:19.5 字数:494千字

版次:2001年8月第1版 2001年8月第1次印刷

ISBN 7-307-03296-1/TV·8 定价:29.60元

版权所有,不得翻印;凡购我社的图书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题者,请与当地图书销售部门联系调换。

前 言

本书的雏形起于 20 世纪 70 年代，是我在几个学校和科研单位的讲座“计算水力学”，“计算流体力学”的讲稿。在这二三十年中，我和我的学生们在这一领域里不断地工作，扩大、充实了本书的内容与不断地改进和提出了新的方法，如水动力学中随机方法完全是近年扩充的内容。

本书之所以命名为“计算水动力学”，是因为它是侧重于不可压缩流体——水。本书的内容几乎涉及水力学计算各个方面。而称为“水动力学”的计算领域对于波浪，舰船似乎尚有不少缺陷，这受我的知识与工作领域所限。

本书写法上除了一般原理外，重点是它在各方面实际工程问题的应用。为了节省篇幅，反映特色，本书着重介绍我们自己所做的工作，减少一般性叙述以避免重复。

我和我的学生们最初工作领域是 1975~1985 年在流体有限元方面，先做的是溢流坝面，具有自由面，同时又有缓、急流的问题，这也是水利工程中一个现实课题。这也许是我国水利工程界最先涉猎于计算水动力学的领域。我国专家对此问题的探讨都有自身的特色（详见《中国科学》）。当然流体有限元我们也计算了渗流流场，水环境有关的火电厂温排水热污染计算。

在那时我们也初步接触到坐标变换概念把流函数 $\psi = \psi(x, y)$ 变换为 $y = y(x, \psi)$ 求解。交替方向 (ADI 法)，分数步长法 (Fractional Step) 也是那时开始用的。对线性方程分步与不分步等价，也是从那时认识的。对于算子分裂 (粘性分裂) (Split Operator) 一直持谨慎的态度。实际计算经验告诉我们，如果处理不当，效果并不好，现在有人在理论上已证明，把对流与扩散算子分开必须在方程或边界条件上做一定的工作。

对于扩散方程，我们开始做两方面的工作，一是采用有限分析法 (FAM)，保持其系统自动迎风的特性；FA 方法源于陈景仁教授，其格式依据单元内部解析，边界点上近似的思想，在粘性流计算中有较好的稳定性与精度。我们在三维流计算中应用此法，改进了 FA 系数计算，使其在斜迎风与自动迎风方面获得较好的结果。二是对于如水环境方面的射流扩散，我们采用一种新方法——随机游动方法。

此时，由于任务的需要，我们转向了河渠非恒定流，双曲型方程，波动问题，由洪水演进计算到溃坝，这一时期特征线格式，分裂格式都采用过，由一维到二维，由单相水流到水沙两相流及变形河床，桥墩、丁坝局部冲刷的数值模拟，像黄河这样高浓度含沙的浑水问题，拓宽和加深了计算领域。最近，又接触到如太湖，珠江口大型河网，虽然计算仍可按一维考虑，但大型河网多至几百条、上千条，为大型稀疏矩阵的解，带来实际的困难。

我们在“计算水动力学”长期工作，得到以下两点体会：(1) 由一维到二维计算，决不是初学者认为的像一加一等于二那样简单，有时有“质”的飞跃；(2) 教科书中的举例往往非常简单，而实际问题则都是复杂而丰富多样的。

对于紊流模型我们做过如 $k-\varepsilon$ 模型、应力代数模型等，但它只给出时均流，不能揭示紊流结构，因此，书中引入我的学生做的大涡模拟例子，而紊流的直接数值模拟 (DNS) 要用

于实际工程，恐怕是未来的事。对于 $N - S$ 方程，原参数法， $\omega - \psi$ 法，我们虽做过，而三维流 $\omega - \psi$ 法，也是以后的事。

计算水动力学中我们最近在溃坝波、间断波计算中引入过空气动力学计算各种优良格式，我们体会到不断借助于水气比拟是一条有效途径。

计算水动力学发展有赖于数学、流体力学、计算机三者有机的结合。

本书第二章流体流动的有限元法，第四章有限体积法，以及第七章紊流模型部分为我的学生赵昕副教授所写，其余为我本人执笔，如果本书能对有兴趣于此课题的同仁、学子有所帮助，我们将不胜欣慰。谬误及不足之处，欢迎批评指正。

郑邦民

2000年2月 于珞珈山

目 录

前 言	1
第一章 计算水动力学的形成与发展	1
§1.1 计算水动力学的内容及其发展	1
§1.2 计算水动力学的原理与方法	10
第二章 流体流动的有限元法与边界元法	14
§2.1 变分原理与加权余量法	14
§2.2 有限元法及其插值函数	22
§2.3 水动力学问题的有限元解	38
§2.4 边界元法	50
第三章 水动力学中的有限差分法	59
§3.1 势流有限差分解	59
§3.2 差分解的基本问题: 适定性、相容性、收敛性、稳定性	64
§3.3 扩散(抛物型)方程的差分解法	71
§3.4 变换函数交替方向解非线性边界自由面流动	79
第四章 对流扩散方程的数值解	87
§4.1 流函数——涡量法解二维对流扩散	87
§4.2 有限分析法 (Finite Analytic Method) 解水动力学问题	103
§4.3 水动力学N-S方程原参数解	114
§4.4 流场中适体坐标变换与网格生成	120
§4.5 有限体积法	124
第五章 河道水流的数值模拟	142
§5.1 一维非恒定流数值计算特征线法及其它格式	144
§5.2 水网数值计算特点分析及其应用	156

§5.3	二维河渠非恒定流数值计算	176
§5.4	溃坝水流数值分析	183
第六章	水沙两相流数值模拟	188
§6.1	变形河床冲淤计算	188
§6.2	桥墩局部冲刷的三维计算	203
§6.3	浑水两相流洪水演进数值模拟	208
第七章	边界层计算及紊流预测	215
§7.1	紊流模型	215
§7.2	两相紊流方程及其模拟	226
§7.3	溢流面紊流边界层数值分析	232
§7.4	紊动射流数值计算	241
§7.5	明渠整治结构的剪切湍流特性的大涡模拟	248
第八章	计算水动力学中的随机方法	257
§8.1	随机游动方法的原理	257
§8.2	随机游动法解对流扩散问题	264
§8.3	随机游动法在水动力学一些领域推广应用	276
§8.4	质点法与流场法相结合的随机模拟	287
参考文献	304

第一章 计算水动力学的形成与发展

§1.1 计算水动力学的内容及其发展

1.1.1 概述

随着电子计算机的出现和现代计算技术的飞速发展,近二三十年来,在流体运动的数值模拟、数值计算和计算机实验方面获得蓬勃发展,并形成流体力学新分支——计算流体力学。侧重于不可压缩流体的有计算水动力学 (Computational Hydrodynamics),在水力学方面有计算水力学 (Computational Hydraulics)。它是以电子计算机作为模拟、计算或实验手段来数值地求解各种各样的水力学问题。

自1965年美国 Harlow 在“科学的美国人”上发表“流体力学的计算机实验”,用计算机模拟出卡门涡列,法国人 Macagno 在“白煤”杂志发表“水力学模拟的某些新方向”,模拟计算了突然扩大管内的流动以来,虽然只有二十多年的历史,它已在水力学各个领域取得各种新的成果,引起人们极大关注。目前,水利工程中,河道水力学、水工水力学中各种水流问题,海洋动力学和水环境污染问题、水资源问题、水处理问题、水力机械中叶栅、流道问题,计算水动力学都有所涉及。

由于实际工程问题边界几何形状的不规则和流动的非线性性质,理论分析解很难求得;因此,多采用实验手段和数值计算来解决,计算水动力学采用数值方法,它比较省钱、省时,不受模型律(比尺)限制,因此适用性强、应用面广,能得出满足工程需要的定量结果,可以改变不同参数,做出理论分析的各种近似,可以迅速地作出多方案比较等优点,而为工程实际方面采用获得蓬勃的发展。

1.1.2 计算水动力学的课题内容及其进展

目前计算水动力学的发展,数值模拟计算已经从一维、二维进入到三维,从势流进到旋涡运动,从层流发展到紊流模拟,从恒定流进入到非恒定流,从单相水流到液、固两相流体,到液、固、气三相流体;从大范围流动到水流内部机理都有所涉及。近二十年来,计算水动力学在以下方面取得较快的进展。

1.1.2.1 非恒定流

管、渠非恒定流也许是电子计算机应用最适合的领域,虽然计算管道或河渠的非恒定流的特征线法早在一百年前已经提出,但以人工计算。例如,巴拿马运河非恒定流计算就需要两位专家费时一两个月才能完成。一个简单的瞬态法,有五六个断面的算例,也需一个人算一二周。而现在已有的明渠非恒定流程序,微机计算也不过几分钟到十几分钟。

目前一维明渠非恒定流已有通用的程序包,并且比较成熟。包括河网、分叉河道洪水波

演进、电站日调节非恒定流均可计算，计算应用了各种差分格式。实际问题有长江、黄河、辽河的洪水演进，三峡、葛洲坝、丹江口水电站日调节问题等。

由于水利枢纽上、下游，水库与河道地形变化，河口潮汐，湖泊风波，排污环境问题需要进行二维计算，因此最近几年二维非恒定流计算获得较快的发展。

计算方法中有差分法与有限元法。对于洪水波演进多采用隐式差分，步长为 Δx 、 Δy 有几十米至上千米不等，时间步长 Δt 为一分钟至三十分钟，对潮汐水流采用显式或隐式，步长较短。经验表明：有限元法可以适应边界几何形状的不规则性。有人在内部区域用差分，接近固体边界区域采用三角形单元，这种混合格式比全部区域采用矩形差分网格，更能适合边界上波的反射，使得波高尤其是波的相位计算更符合实际。

平面二维河口潮汐非恒定流计算的实际问题，有钱塘江潮流、长江口、渤海湾、辽河口的非恒定流。在辽河口的计算中，有人在河道与河口衔接的地方，采用一、二维网格相结合的计算办法，从而简化了计算。为了保护计算的稳定，应注意一维、二维连接处的信息交换，最好使两者网格重合一段，二维计算中的有限元法已很好地处理了其迎风 (up-wind) 性质。

计算是基于浅水流动模型，平面二维计算流场是沿垂线积分后的平均流速场。所求得的水深变化及流速分量是进一步计算污染浓度场、热水温度场与泥沙运动的基础。

计算中对非恒定流糙率的调整有一定的经验，对于糙率沿河宽度分布关系也有一定非确定方法。潮水涨落，洪泛区淹没边界往往是随时间变化的动边界问题，为了考虑底面和水面高程随着位置和时间变化，引入水深修正系数以处理动边界区域问题。

$$a_n = \frac{H_n}{h} = \frac{h_n - \Delta h_n}{h} \quad (1.1.1)$$

式中： h_n 为局部水深； Δh_n 为局部水深变化。

如果选主槽静水深作为特征水深 \bar{h} ，上式中： $a_n = 0$ 表示陆地或岛屿无水区的干地； $a_n \neq 0$ 表示有水流动区域； $a_n < 1$ 表示浅水区； $a_n > 1$ 表示深水区。在有限容积法中，水深修正系数又可以分成作用在单元中心和控制面上两类。在变化区界上，为了不使计算水深发生突变而间断，给计算带来不稳定，有人引入剩余水深，残留水量，缝隙单元等概念。

虽然洪水波在河道中演进的一维计算在 20 世纪 70 年代后期已趋成熟。但多数算法对时变项很大的溃坝波（尤其是瞬间溃坝所形成的间断波）计算常遭失败。原因常在于差分格式的非线性不稳定性。这种不稳定性不能通过减少显式时间步长和采用线性无条件稳定的隐格式而改变。有的格式虽然可以保证计算稳定，但耗散太强不能正确给出间断波波形，而是把波抹平了或产生数值弥散的波形振荡。因此，对溃坝波计算有人不用渐变流下的 Saint - Venant 方程，而直接解急变流情况的 N. S. 方程（如图 1.1 所示），或采用 Lagrange 法求质点运动而不用 Euler 法。也有人采用动网格技术跟随波前运动。有人借鉴空气动力学中“激波”计算的经 验，采用 TVD (Total Variation Diminishing) 格式，消除了人工的数值耗散和数值弥散，使间断波有较高的分辨率，得到溃坝波稳定的计算结果。

管道非恒定流中的水击与调压室中水位波动计算，近年也有很大进展，复杂管道中的水击，可以结合水轮机、水泵联合计算。这一水力瞬态流现象，已有专著和专门程序进行研究。

1.1.2.2 渗流

坝身或坝基土壤中的渗流，由于它满足势流条件，而最先得有限元的应用。非均质、各向异性渗流已取得较好成果，并已有通用程序。使三维土坝恒定与非恒定渗流均可顺利进

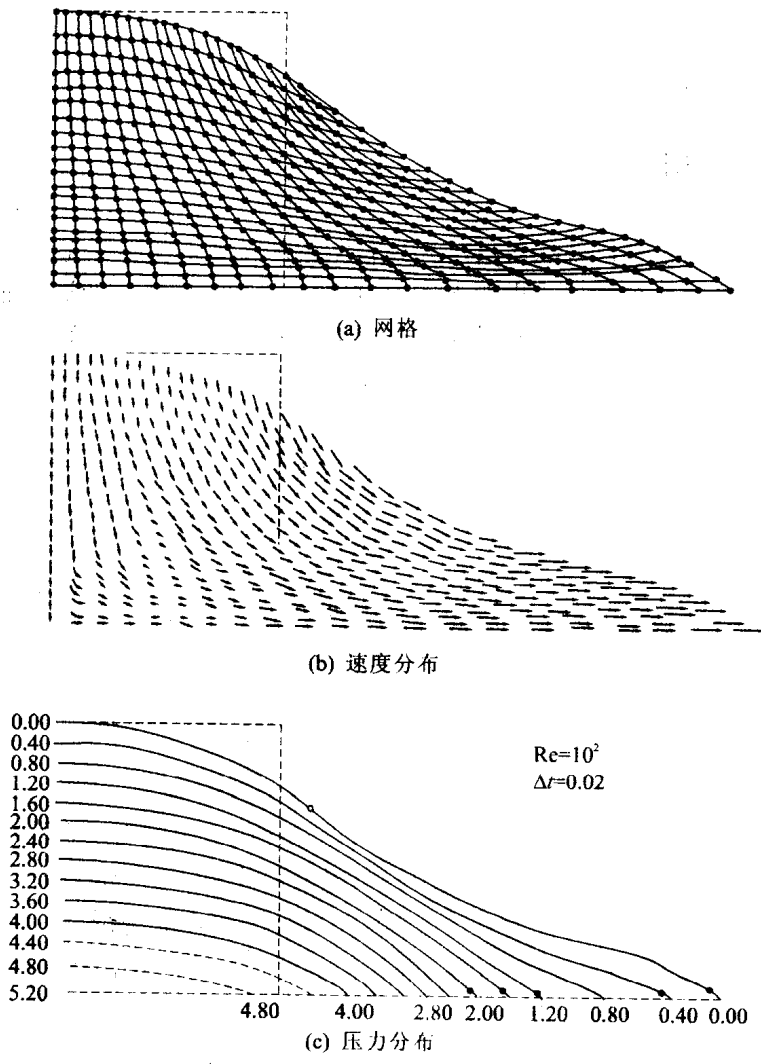


图1.1 溃坝波计算(当 $t=3s$ 时)

行。井群地下水渗流，这方面对国民经济特别有意义，在防止土壤盐碱化，水资源利用，石油开采方面有着广泛的应用。

近年来除了土壤中符合达西定律的层流渗流外，过堆石坝紊流渗流，有人用三维有限元与坝上溢流进行联合计算，复杂岩基三维渗流有限元分析也在进行。计算中采用了随机连续模型，并用 Monte-carlo 法产生离散裂隙网进行。有人给出导水薄断层和排水井列的简便计算方法。在三维渗流计算有人采用有限元、边界元耦合分析方法。

1.1.2.3 自由面溢流

水工中溢洪道、溢流坝、泄水孔的流动，20 世纪 40 年代冯·卡门就予以重视，但由于那时没有电子计算机，对溢流坝流场的研究工程界只可能用水工模型实验来解决。20 世纪 70 年代中期到现在，国内外已有许多人通过数值计算来求溢流坝上的流速分布、压强分布、流量系数。设计坝面曲线及分析各种参数的影响，已取得一系列成果，并已规范采用。

先是采用有限元法对二维势流进行计算，现在已可以计算三维坝面流动，考虑闸墩的影

响,方法上也不同于有限元,可以采用坐标变换方法,把溢流不规则区域变换为矩形区域,然后,再用差分法交替方向进行求解,也有人用边界元进行。有人发展了一种解析数值方法,将复变函数中解析变换与数值解结合运用。具有自由面重力流的溢流数值计算,内容涉及溢流坝、泄水孔、陡坡急流段,挑流水舌形状等。溢流坝面上的流动涉及急、缓流并存,自由面位置待定,流量(或水头)未知等因素,给计算带来困难。计算的关键在于自由面的调整和确定,而挑流水舌有上、下两个自由面。以上所提到的各种方法,解决问题各具特色。我国在这个计算领域成果较多,方法多样,并具有创造性,处于国际领先地位。

目前溢流计算除了势流之外,也考虑了边界层影响。有人直接解溢流面曲面边界层微分方程,并应用紊流模型中 $k-\varepsilon$ 方程计算坝面流动和坝身泄水孔孔板流的紊流特性。也有人计算了溢流反弧段流动特性,导流建筑物附近的流场。而溢流坝流动的反问题与安全度及优化问题也开始有人在做。

由于水利枢纽形式多样,流动复杂,整体流动问题,目前主要还是依靠水工模型试验来解决。对于水工建筑物的三维计算尚存在不少困难,有待进一步的发展。

1.1.2.4 水力机械流动的数值计算

随着计算机和计算技术的发展,转轮中全三维流动势流分析法不断出现。一种是采用有限元法解三维拉普拉斯方程,给定上游环量,下游环量待定;另一种是采用了非线性边界元法,考虑旋转和叶片不均匀荷载所产生的涡流,边界元法具有降维特点,内存较少,计算速度较快。

对于叶轮三维粘性流场计算,有直接解平均的 $N-S$ 方程和势流与边界层迭代两种算法。直接解平均 $N-S$ 方程,工作量大,势流边界层迭代法比较实用和经济可行。近年对三维边界层计算,着重在分离流。流体机械中分离现象很普遍,在叶轮叶片角变化时,流动参数受分离条件控制,当给定压力梯度时,边界层方程在分离点处是奇点, D. Catherall 首次提出边界层反解法,解决了奇点问题,直至 1981 年, J. Cousteix 提出三维定常分离流,奇点可能存在,并将反解法用于三维边界层计算。在三维边界层分离流计算中考虑了叶轮叶片表面曲率的影响,反映三维流的各向异性粘性模拟,给出了反解法中边界条件的一般表达式。计算结果表明:分离流的存在对叶轮流场影响很大。计算采用了边界层曲线(面)坐标,对三维流叶栅流道采用流面坐标,并沿边界厚度方向进行变换参数,使变量梯度大为减小。

1.1.2.5 粘性流与紊流模拟

各种水动力学问题的控制方程是不可压缩流体的 Navier - Stokes 方程 ($N-S$ 方程),其无量纲形式为:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \underline{U} = 0 & (1.1.2) \\ \frac{\partial \underline{U}}{\partial t} + (\underline{U} \cdot \nabla) \underline{U} = \underline{g} - \nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \underline{U} & (1.1.3) \end{cases}$$

式中: \underline{U} , p 分别为流速、压强; \underline{g} , Re 为重力与雷诺数已知。

多年来对 $N-S$ 方程的数值解,数学界、力学界、工程界均给予足够重视,一直在寻找有效的数值解法。遗憾的是由于 $N-S$ 方程的非线性性质,目前仅限于小雷诺数才有可能直接求出它的稳定的解。当雷诺数超过一定数值时实际流动将成紊流,流动出现分歧和失稳。即使目前出现了每秒上亿次速度的计算机,但要直接求解真实紊流瞬时流场仍是非常困难甚

至是不可能的。也许再经过几代计算机的发展，到本世纪中叶或许有可能实现直接用 N - S 方程求解瞬时真实紊流场的愿望。

由于实际工程问题多是紊流，而水利、环境、海洋工程的实际需要，要求对工程中的紊流问题作出估计。因此，人们着眼于求解紊流的时均场。随着计算机的发展，20 世纪 60 年代后期，国际上发展起来的各种紊流模型是现阶段处理工程中紊流问题的常用的可行的办法。

N - S 方程解粘性流的方法有：①流速、压强的原参数解；②将它化为流函数、涡量解；③流函数解三种。这三种解法近年都有人用有限元法或差分法做过。

对二维流动 N - S 方程可化为含流函数、涡量的两个方程，求解比较方便；而流速、压强原参数解可以推广于三维流，因而人们给予更多的注意，纯粹的流函数解需要解高阶（三阶或四阶）的流函数的偏微分方程，解需要满足高阶连续条件，或要用多层网格点，这对有限元法和差分法都不方便，所以纯流函数解用得不多。

流速、压强解近年来发展较快，工程界较为流行的为 SIMPLE 系列的算法(Semi - Implicit - Method - Pressure - Linked - Equation)。该法物理概念清晰，计算简便，近年来国内许多人应用此法，为了保持压力迭代的稳定而采用交错网格。最近也有人采用标准网格，并求得压力、流速同步收敛的迭代公式。水工方面需要更准确的压力场特性如图 1.2、图 1.3 所示。

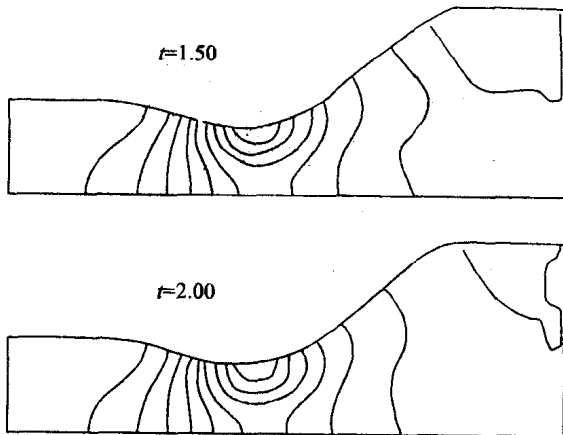


图1.2 收缩扩张管压力场

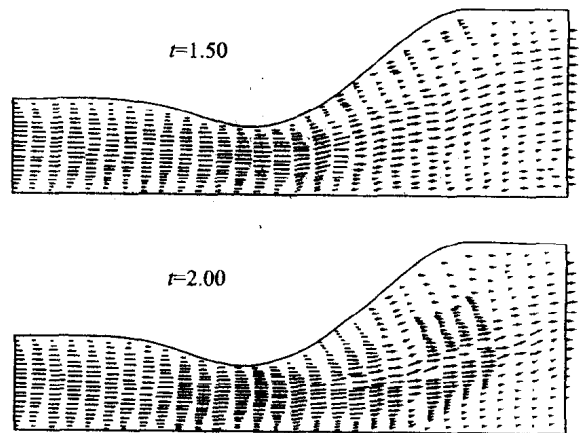


图1.3 收缩扩张管流场

近年来紊流模型的数值计算已应用于水工水力学和环境水力学各种场合。目前采用得最多的为 $k - \epsilon$ 模型和雷诺应力模型。计算表明：紊流模型中的各种系数只适用于同一类型的紊流情况，有人对 k 方程中的系数作了调整，有人也对 ϵ 方程模式化不完善提出了改进。使其系数变化，而与此同时也限制了紊流模型的预测范围。有人采用两尺度紊流模型，用小涡尺度反映 ϵ 方程的模拟效应，使回流区长度、空间射流及尾流计算与实测资料更加符合。对于各向异性紊流近来多采用复杂的雷诺应力代数模型或雷诺应力模型如图 1.4 所示。

在计算中为了获得不规则流动区域的数值解，对差分法经常用适体 (body - fitted) 坐标生成网格，在一般曲线坐标 ξ^i 中的泊松方程为

$$\left(\frac{1}{\sqrt{g}}\right) \frac{\partial}{\partial \xi^i} (\sqrt{g} g^{ij} \frac{\partial \Phi_k}{\partial \xi^j}) = Q_k \quad (1.1.4)$$

如果 Φ_k 是笛卡儿坐标 x^k ，则用公式 1.1.4 及相应的边界条件，可数值地进行坐标变换生成网

格如图 1.5 所示。

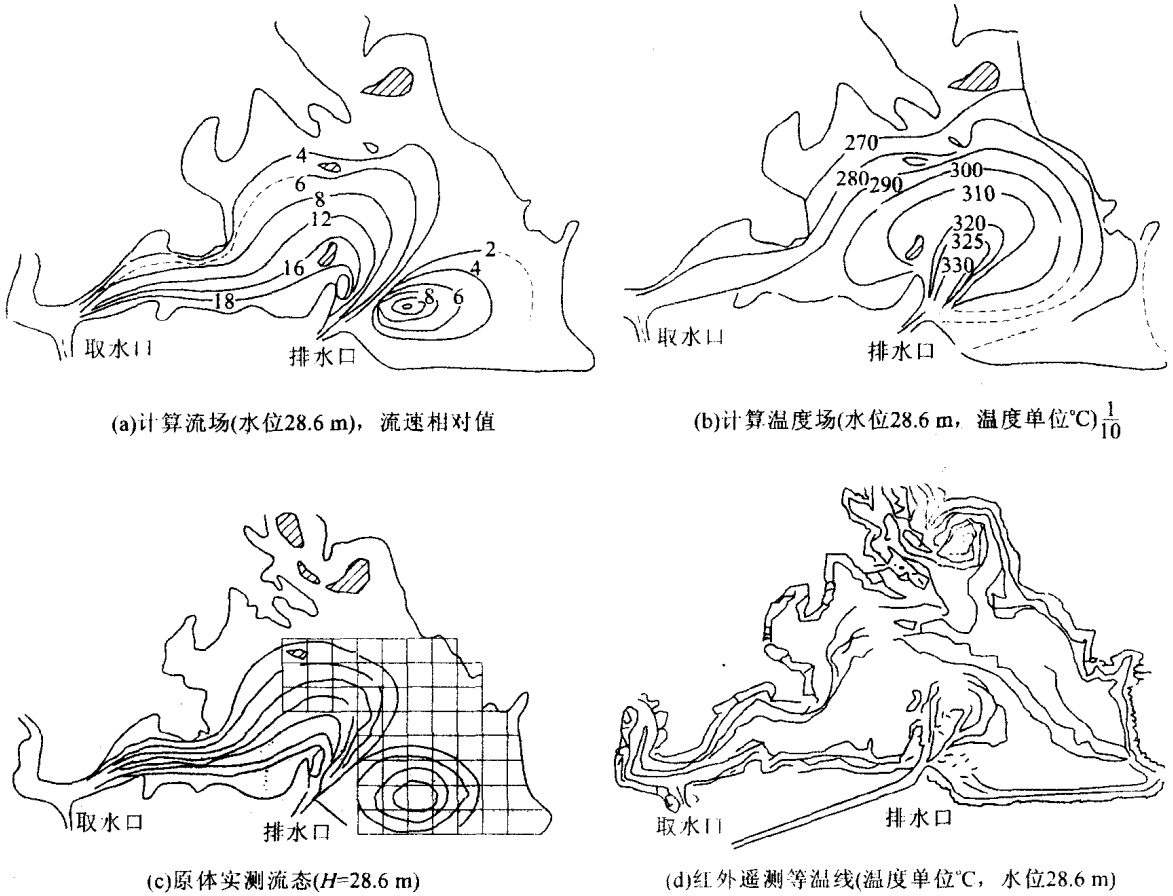


图1.4 雷诺应力模型计算结果

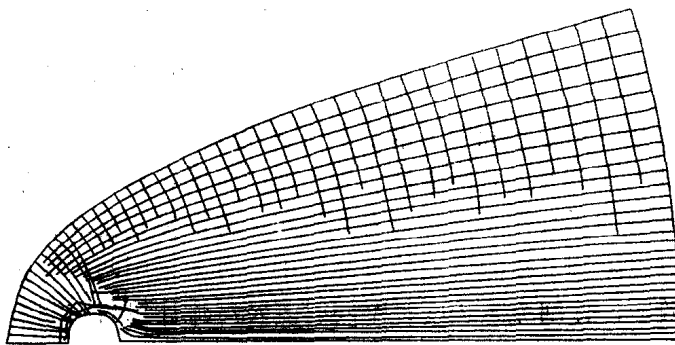


图1.5 物理平面上正交网格的分布

这种坐标变换方法使不规则的物理区域的流动变为规则的矩形块状计算区域。与此同时控制方程中的物理量,如压强、速度等应从笛卡儿坐标 x' 的函数变为 ξ' 坐标上的函数,并应是物理分量才便于应用。这需要用到普遍张量的概念。

另外,粘性流方程或紊流方程都是典型的对流扩散方程:

$$\Phi'_i = 2A_i \Phi'_i + f + \Phi_i \quad (1.1.5)$$

不论差分或有限元，对于局部线性化了的对流扩散方程离散化之后的代数方程形式，都可以写成单元中周围相邻点对于中心 P 点“贡献”形式

$$\Phi_p = \frac{\sum_{m=1}^M C_m \Phi_m + C_p \frac{R_{cell}}{\tau} \Phi_p + C_p f_p}{1 + \frac{C_p R_{cell}}{\tau}} \quad (1.1.6)$$

式中： M 为相邻结点总数。

为了使对流扩散方程计算稳定，有人采用有限分析 (Finite Analytic) 法，上述系数 C_m 、 C_p 在有限分析法中具有自动迎风效应。而有限分析法在单元解析，单元边界上插值近似，能较好地保证扩散问题的收敛精度。有限分析法二维为 9 点格式 ($M=8$)，三维为时、空 28 点 ($M=27$)，计算起来非常不便，且原来 FA 系数用于大雷诺数计算时，失去自动迎风效应变为简单迎风格式。有人对系数计算作了改进，并对高维问题采用 ADI 方法自交替方向解全椭圆型方程，这样计算精度与速度都得到保证。

1.1.3 计算水动力学的发展与展望

三十年来，计算水动力学从无到有，各方面取得不少成果。今后在江、河、湖、海治理方面大有用武之地。对于我国大流域的江河治理，洪水预报与决策，水动力学数值方法将占主要地位。我国主要江河洪水风险图正在逐步分期分批地进行。

东海、南海水环境污染三维非恒定流计算已完成。水沙数学模型正在总结一维计算的经经验，向二维问题发展。

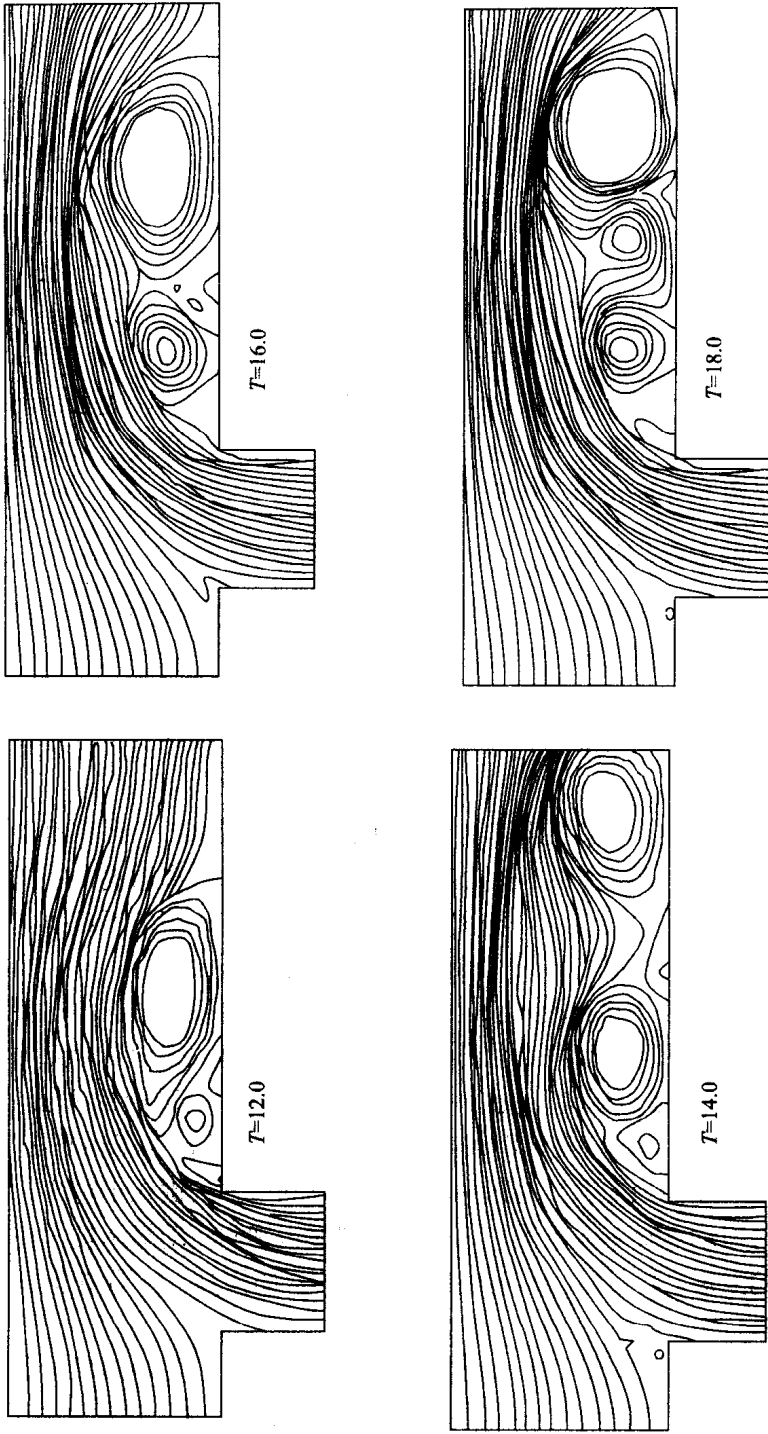
国内外对粘性流、紊流、涡旋流数值方法的研究正在深入进行。计算对象正扩展到双流体，二相与三相流体领域将逐步扩大应用范围。直接大涡模拟，离散涡，随机涡计算并模拟旋涡和用细网格解紊流旋涡也在尝试，如图 1.6 (a) (b)，随着计算机不断换代与发展，其价格大大降低，效率和功能不断提高，三维计算将更广泛地开展。

计算方法主要还是差分法和有限元法，依赖于时间问题的发展方程，主要还依赖于差分法，而为数众多的差分格式中将会得到优选格式，而时间差分、空间有限元的混合方法经验表明也是一个有效的途径。质点运动与流场相结合的 Lagrange - Euler 的方法，如 PIC (Particle In Cell)、MAC (Mark And Cell) 格式，用来解波浪爬高、破碎等特殊流动非常生动。但水跃、挑流掺气消能、雾化现象尚缺乏成功有效的模拟实例，其中的关键在于精度。

目前，计算机可以动态显示流场图、风险图。图像识别和流动显示技术在计算结果的可视性方面将有较快的发展。与此同时预测性也将有进一步的提高，ACD 在枢纽水力设计方面尚待进一步展开。

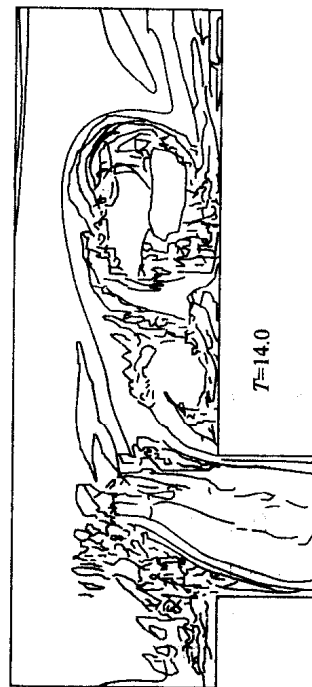
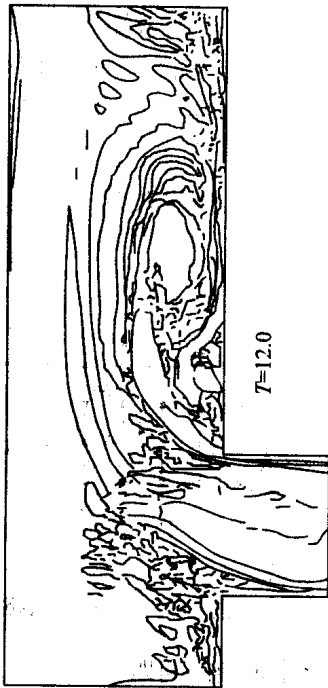
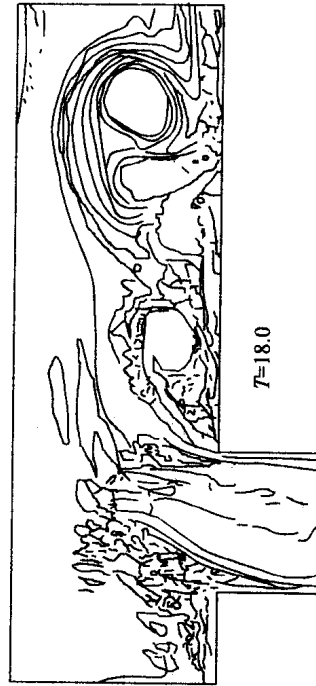
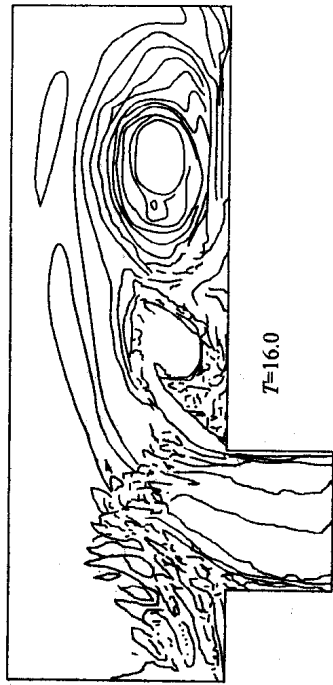
数值计算与物理分析和实验是相辅相成的。空气动力学关于波动的理论分析与计算经验是可借鉴的。而对紊流内部结构与扩散性质的物理实验，有助于进一步建立有效的数学模型。

到目前为止，国内计算流体力学会与流体力学数值方法会议都已开了多届，全国计算水力学会议 1991 年 10 月举行了第一次会议。水利学报、力学学报、水动力学研究与进展、水科学进展等有关刊物、杂志每期均有计算水力学论文刊出。可以预见，处于初创阶段的水力



(a) 流线分布图

图1.6(a) 紊流旋涡



(b) 涡量分布图
图1.6(b) 紊流旋涡

学的一个新分支的计算水动力学，应用领域将越来越广泛，理论与方法将更趋成熟、完善，在不断总结经验的基础上将取得进一步的发展。

§1.2 计算水动力学的原理与方法

流体力学中的解析方法有两个基本困难，一是流体力学基本方程的非线性性质。由于对流速项的存在，方程是非线性的，对于非线性方程，目前难于找到它的分析解。二是几何形状的不规则，实际的流体力学问题其流动区域的形状都是不规则的。对微分方程的分析解，一般对简单的几何形状如圆形、矩形才可方便求解，不规则形状是难于求得分析解的，即使是级数解。因此，工程上对于实际的流体力学问题大多求它们的数值解以满足实际工程上的需要。

电子计算机的出现给各个力学分支的原有理论，方法和计算带来了新的突破。古典的流体力学中的许多方法如保角变换、特殊函数等均已渐渐地被适用于电子计算机的各种离散化的数值方法，如有限差分法、有限元法、边界积分方程法、快速 Fourier 变换、统计试验法等所代替或推向次要地位。

用电子计算机数值地求解流体流动，必须将描述流动的基本方程离散化为代数方程才可求得解答。这里就存在一个用怎样的近似来逼近并正确地反映原来方程的流动的问题。

如果对总体区域作近似 (Global Approximation) 给出一个分布 (类似于分离变量法)，称谱方法 (Spectral Method)。谱方法固然可以采用总体近似的正交试函数以获得较高的精度，但对于实际工程问题不规则区域与复杂形式的边界，很难找到简单的便于计算的逼近函数。在实际问题中，人们关心往往不是因变量在整个区域内的分布，而是未知量在空间若干特定位置的数值。在这一点上有限差分法具有优势。而有限元法，边界元法、有限解析法等则是对子区域 (或称为单元) 求近似，这时近似的试解函数就比较容易找到，这种近似称为局部近似 (Local Approximation)。

目前，计算水动力学所常用的方法，有有限差分法和有限元法两大类，其它方法可以归并在这两类中。

1.2.1 有限差分法

它是数值计算解微分方法古老的方法之一，也是系统化地、数值地求解数学物理方法的方程。其中控制方程的导数用差商所代替。用求网格点上的函数值来解定流体的性质，如图 1.7 所示。它的存在性与收敛性很早就有人研究，有不少成功的经验，在流体力学数值计算方面许多人沿用这一方法。随着电子计算机的应用，差分法也在向前发展，有为数众多的差分格式。近年来在收敛性、稳定性、数值奇异性方面又不断地出现新的问题。

后来在差分格式的基础上又出现了所谓“格子”(Cell)法或叫“细胞”法，如 PIC (Partical - In - Cell) 法，MAC (Mark - And - Cell) 法等，也就是拉格朗日观点与欧拉观点联合应用来描述流体运动的一种方法。

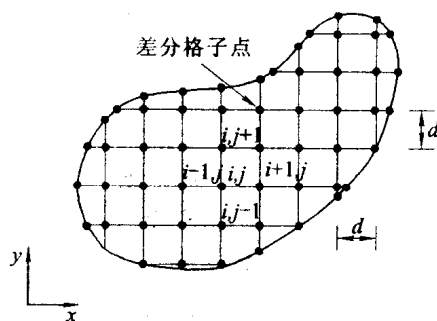


图1.7 差分法网格