

高中数学复习参考提綱

北京教师进修学院数学教研室編

北 京 出 版 社

高中数学复习参考提綱

北京教师进修学院数学教研室編

*

北 京 出 版 社 出 版

(北京宣武区琉璃厂3号)

北京市书刊出版业营业许可出字第095号

西 四 印 刷 厂 印 刷

(内 部 发 行)

*

开本: 787×1092 1/32 印张: 68/16 字数: 114,000

1960年5月第1版 1960年5月第1次印刷

印数: 60,001—12,000册

統一書号: 7071.334 定价: (2)0.20元

前 言

本提綱是根据中学数学教学大綱、現行教科書和高等学校招生考試大綱編写的。內容共分两部分：第一部分是帮助同學們按照章节复习課本用的，第二部分是帮助同學們作总复习用的，供教师 and 同學們参考。

在这两部分中，都編选了一些复习題。复习題共分两类：第一类(带“△”的)是基本的題目，希望同學們都能熟練掌握；第二类是参考性的題目(其中带“*”的是較难的)，同學們可以根据自己的知識基础选用。

本提綱是北京市一部分中学数学教师編写的，在編写过程中，有很多教师 and 同学提出了不少宝貴的意見，在此表示感謝。由于編写的時間仓促，还会有很多缺点 and 問題，我們誠懇地希望使用本提綱的教师 and 同學們提出意見，以便修改。

北京教师进修学院数学教研室

1960年4月

目 录

第 一 部 分

代数	1
第一单元 幂和方根	1
第二单元 二次方程和可以化成二次方程的方程	3
第三单元 函数和它的图象	8
第四单元 二元二次方程组	11
第五单元 数列	14
第六单元 指数	17
第七单元 对数	19
第八单元 排列、组合和二项式定理	22
第九单元 复数	25
第十单元 不等式	27
第十一单元 高次方程	32
平面三角	35
第一单元 任意角的三角函数	35
第二单元 弧与角的弧度制	38
第三单元 两角和与两角差的三角函数、倍角与半角 的三角函数	39
第四单元 直角三角形的解法	43
第五单元 斜三角形的解法	45

第六单元	反三角函数	50
第七单元	三角方程	51
平面几何		54
第一单元	直线形	54
第二单元	圆	56
第三单元	相似形	58
第四单元	三角形中及圆中各线段间的相互关系	61
第五单元	多边形的面积	64
第六单元	正多边形	65
第七单元	圆的周长和面积	67
立体几何		69
第一单元	直线和平面	69
第二单元	多面体	74
第三单元	旋转体	80

第二部分

代数	86
I 数的概念	86
复习题一	90
II 代数式	92
复习题二	96
III 方程和不等式	99
复习题三	108
IV 函数和它的图象	112
复习题四	117

V 数列	118
复习题五	120
VI 对数	122
复习题六	125
VII 排列、组合和二项式定理	128
复习题七	129
平面三角	131
I 三角函数的定义及其基本性质	131
复习题一	133
II 三角函数式的变化与三角方程	135
复习题二	139
复习题三	143
复习题四	146
III 三角形的解法	149
复习题五	151
平面几何	155
总复习题	155
立体几何	161
总复习题	161
综合复习题	167

代 数

第一單元 幕和方根

(見高中代数第一册第一章)

I 提 綱

1. 乘方

- (1) 正整指数幕的运算法则。(§3)
- (2) 多项式的平方。(§4)

2. 方根

- (1) 方根和它的性质。(§5、§6)
- (2) 算术根。(§7)
- (3) 数的开平方，誤差不超过 $\frac{1}{10^n}$ 的平方根的近似值。(§8、§9)

3. 实数

- (1) 无理数的概念。(§10、§11)
- (2) 实数，数轴。(§12、§13)
- (3) 实数的绝对值。(§12)
- (4) 实数的四则运算、乘方、开方。(§14)

4. 根式

- (1) 根式和它的性质。(§15—§19)
- (2) 根式的化简。(§20—§23)
- (3) 根式的运算。(§24—§28)

(4) 分母为二次根式的有理化。(§29)

II 复习题

△1. 计算:

$$(1) (-2a)^{10} - (-13a^5)^2 - [-(2a)^2]^5 - [2(-a)^6]^2;$$

$$(2) \left(-\frac{2}{3}x^2y^3\right)^4 \left(-\frac{6x}{y^2}\right)^5 \div (4x^3)^2 \left(-\frac{2y}{x}\right)^2.$$

△2. 计算: $(1+2x-x^2)^2$.

△3. 计算:

$$(1) \sqrt{(-3)^2}; \quad (2) \sqrt{(m-n)^2}; (m < n)$$

$$(3) \sqrt{x^2-6x+9}; \quad (4) \sqrt{a^2-2ab+b^2}.$$

△4. 求下列各式的值:

$$(1) \sqrt{552.7201}; \quad (2) \sqrt{0.080089};$$

$$(3) \sqrt{8.1}; (\text{精确到 } 0.01) \quad (4) \sqrt{17}. (\text{精确到 } 0.001)$$

△5. 化简:

$$(1) \frac{a}{a-4} \sqrt{\frac{2a^3-16a^2+32a}{a}}; (a < 4)$$

$$(2) \sqrt[4]{\frac{x^5[-2(y-1)]^{12}}{(x-y)^4}}. (x < 0, y > 1)$$

6. 计算:

$$\begin{aligned} \triangle(1) & \left(3\sqrt{8x^3} - \sqrt{18x} - 5\sqrt{\frac{1}{2}x^5}\right) + \\ & + \left(\sqrt{\frac{9}{2}x} + \sqrt{50x^3} - \sqrt{32x^5} + \sqrt{72x}\right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangle(2) & \left(4\sqrt[3]{-8} - \sqrt[3]{\frac{3}{8}} - \sqrt[3]{7\frac{1}{9}}\right) - \\ & - \left(\sqrt[3]{-0.375} - \sqrt[3]{46\frac{7}{8}}\right); \end{aligned}$$

$$\Delta(3) \left(3\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{12} - \sqrt{6} \right) \left(2\sqrt{\frac{2}{3}} - 8\sqrt{\frac{3}{8}} + 3\sqrt{\frac{3}{2}} \right);$$

$$\Delta(4) (2\sqrt{x} - \sqrt[3]{x^2}) \left(\frac{1}{2}\sqrt{x} - \frac{3}{2}\sqrt[6]{x^5} \right);$$

$$\Delta(5) \left(\frac{a}{b^3}\sqrt{ab} - 6a^2b^2\sqrt[3]{a^2b} + \frac{6}{b}\sqrt[6]{a^4b^3} \right) \div \frac{a^3}{b}\sqrt[6]{ab^3};$$

$$(6) \left(\sqrt{4\sqrt{2}} - 2\sqrt{7} + \sqrt{4\sqrt{2}} + 2\sqrt{7} \right)^2;$$

$$\Delta(7) \left(-a\sqrt[8]{a^2b^3} \right)^7;$$

$$\Delta(8) \sqrt[28]{3} \sqrt[3]{3}; \quad \Delta(9) \sqrt{\frac{m}{n}} \sqrt{\frac{m}{n}} \sqrt{\frac{m}{n}};$$

$$\Delta(10) \sqrt{9+4\sqrt{5}}; \quad \Delta(11) \sqrt{22-8\sqrt{6}};$$

$$\Delta(12) \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}};$$

$\Delta 7$. 把下列各式的分母有理化:

$$(1) \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}; \quad (2) \frac{42}{5-2\sqrt{3}+\sqrt{7}}.$$

第二單元 二次方程和可以化成二次方程的方程

(見高中代數第一冊第二章)

1 提綱

1. 二次方程

- (1) 二次方程。(§30)
- (2) 不完全二次方程的解法。(§31)
- (3) 一般二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根的公式。
(§34, §35)
- (4) 二次方程的根的判别式。(§34)
- (5) 二次方程的根与系数的关系(韦达定理)。(§36)
- (6) 根据判别式和系数讨论实系数二次方程的根。
(§40)

2. 可以化成二次方程的方程

- (1) 关于方程的变形的几个定理。(§42)
- (2) 分式方程的解法。(§42)
- (3) 无理方程的解法。(§43)

II 复习题

^1. 解下列各方程:

- (1) $2x^2+15x+25=0$;
- (2) $\sqrt{2}y^2+4\sqrt{3}y-2\sqrt{2}=0$;
- (3) $(x+5)^2+(x-2)^2+(x-7)(x+7)=11x+30$;
- (4) $x-7+\frac{(x-6)^2}{3}=\frac{(x+4)^2}{2}-\frac{(x+2)(x+6)}{4}$ 。

^2. 分解下列各式的因式:

- (1) $2x^2+13x-24$;

解法一:

$$\begin{array}{cc} 2 & -3 \\ & \swarrow \searrow \\ 1 & +8 \end{array}$$

$$2 \times 1 = 2,$$

$$-3 \times 8 = -24,$$

$$2 \times 8 + (-3) = 13,$$

$$\therefore 2x^2+13x-24=(2x-3)(x+8).$$

解法二：解方程 $2x^2+13x-24=0$,

$$x = \frac{-13 \pm \sqrt{13^2 + 4 \times 2 \times 24}}{4} = \frac{-13 \pm 19}{4}.$$

$$\therefore x_1 = \frac{3}{2}, \quad x_2 = -8.$$

$$\begin{aligned}\therefore 2x^2+13x-24 &= 2\left(x-\frac{3}{2}\right)(x+8) \\ &= (2x-3)(x+8).\end{aligned}$$

$$(2) \quad 3x^2+14x+8; \quad (3) \quad 4x^2-16x+7;$$

$$(4) \quad 3x^2+4x-15; \quad (5) \quad 5x^2-6x-8;$$

$$(6) \quad 6x^2+29x+35; \quad (7) \quad -3x^2-5x+28.$$

3. 已知两个数的和等于 $\frac{5}{12}$, 积等于 $-\frac{1}{6}$, 求这两个数。

4. 不解方程, 求出方程 $3x^2-4x-15=0$ 的

(1) 两个根的平方和;

(2) 两个根的差的平方。

5. 已知 α, β 为方程 $2x^2-7x+2=0$ 的根,

(1) 求 $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}$ 的值;

(2) 以 $\alpha + \frac{1}{\beta}$, $\beta + \frac{1}{\alpha}$ 为根作二次方程。

6. 求作一个二次方程, 使它的两个根各比

$x^2+px+q=0$ 的两个根大 $\frac{p}{2}$ 。

7. 已知方程 $x^2+(k+9)x+2k+6=0$ 的两个根的平方和等于 24, 求 k 的值。

8. 已知方程 $x^2+px+45=0$ 的两个根的差的平方是 44, 求 p 的值。

9. 已知方程 $2(m+1)x^2 + 4mx + 3m - 2 = 0$,

(1) m 是什么数值的时候, 方程有不相等的两个实数根?

(2) m 是什么数值的时候, 方程有等根?

(3) m 是什么数值的时候, 方程有虚根?

10. a 是什么数值的时候, 下列方程有相等的两个实数根? 求出这两个根。

(1) $ax^2 + 4x + 1 = 0$;

(2) $x^2 + 2(a-4)x + a^2 + 6a + 2 = 0$ 。

11. k 是什么数值的时候, $x^2 - (2k+1)x + k^2 - \frac{3}{4} = 0$ 有两个不相等的实数根?

12. m 是什么数值的时候, $2x^2 - 6x - m + 7 = 0$ 的根是虚数?

13. 已知 m 和 n 是实数, 其中 $m \neq 0$, 求证方程 $mx^2 + (m+n)x + \frac{n}{2} = 0$ 必定有两个不相等的实数根。

14. 如果 $b^2 - 4ac = 0$, $a > 0$; 求证: $ax^2 + bx + c$ 是一个完全平方式。

* 15. k 是什么数值的时候, $x^2 - (2k+2)x + (k^2+5)$ 是一个完全平方式。

16. 如果方程 $3k + 2x + 5x^2 = 11kx + 3 - 11kx^2$ 的两个根相等, 求 k 的值。

17. 解下列各方程:

$$(1) \frac{1}{4x+8} = \frac{20x+1}{4x^2-16} - \frac{7-5x}{x^2-4x+4};$$

$$(2) \frac{x+11}{x^2-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{2(x+7)}{x+1} - 4;$$

$$(3) \frac{x}{(x-1)(x-2)} + \frac{2}{(x-2)(x-3)} - \frac{2}{(x-3)(x-1)} = 0.$$

△18. 解下列各无理方程:

$$(1) \sqrt{5x+4} + \sqrt{2x-1} = \sqrt{3x+1};$$

$$(2) \sqrt{x+2} + \sqrt{2x+5} = \sqrt{11x+3};$$

$$(3) \sqrt{x+2} + \sqrt{x-3} = 1.$$

△19. 解下列各无理方程:

$$(1) x^2 + \sqrt{x^2-9} = 21;$$

$$(2) \sqrt{x-3} + 6 = 5\sqrt{x-3};$$

$$(3) 3x^2 + 15x + 2\sqrt{x^2+5x+1} = 2.$$

△20. 某工厂的一个水池, 有甲乙两个进水管, 甲管注满水池比乙管快 15 小时。现在把甲管开放 10 小时后, 闭上甲管改开乙管, 这样再过 30 小时才能把水池注满, 每管单独开放, 各需要多少小时才能把水池注满?

△21. 一块长方形的白铁片, 长 $2\frac{2}{3}$ 寸, 宽 $1\frac{1}{3}$ 寸。把它的四角各剪去一个相同的正方形, 然后把四边折起来, 做成一个没有盖的盒子, 已知这个盒子的侧面积等于它的底面积, 求剪下来的正方形的边长。

△22. 甲乙两架飞机从相距 2400 公里的机场相向出发, 甲机比乙机早出发 40 分钟, 它的速度比乙机每小时少 60 公里, 已知两机在航程的中点相遇, 求每一架飞机的速度。

第三單元 函数和它的图象

(見高中代数第一册第三章)

I 提綱

1. 函数

- (1) 常量和变量。 (§44)
- (2) 自变量和函数。 (§45)
- (3) 函数关系的表示法。 (§46)
- (4) 函数的图象。 (§48)

2. 正比例和反比例

- (1) 正比例关系的定义, 反比例关系的定义。 (§49、§51)
- (2) 函数 $y=kx$ 的图象。 (§50)
- (3) 函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象。 (§52)

3. 一次函数

- (1) 一次函数 $y=kx+b$ 和它的图象。 (§53、§54)
- (2) k 与 b 的几何意义。 (§55、§56)
- (3) 方程 $ax+by+c=0$ 的图象。 (§57、§58)

4. 二次函数

- (1) 函数 $y=x^2$ 的图象。 (§60)
- (2) 函数 $y=ax^2$ 的图象。 (§61)
- (3) 函数 $y=ax^2+c$, $y=a(x+m)^2$, $y=a(x+m)^2+k$ 的图象。 (§62、§63)
- (4) 函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象的作法, 它的顶点座

标和对称轴方程。(§63)

(5) 根据图象说明二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 在 x 取什么实数值的时候, 是上升的, 下降的; 等于零, 大于零和小于零。(§63)

II 复 习 题

^1. 在下列各函数里, 自变量 x 可以取哪些实数值?

(1) $y = \frac{3}{(x+1)(2x-1)}$; (2) $y = \sqrt{x^2 - 4}$;

(3) $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$; (4) $y = \sqrt[3]{x-1}$;

(5) $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{3-x}$.

^2. 自由落体的速度的公式是 $v = gt$, 这里 t 表示时间, 单位是秒, v 表示 t 秒后的速度, 单位是米/秒; g 是重力加速度 9.8 米/秒². 说明自由落体的速度 v 和时间 t 存在什么函数关系, 并作出表示这个关系的图象。

^3. 温度一定时, 气体的体积和压强存在怎样的函数关系? 并作出 $pv = 24$ 的图象. ($v > 0$)

^4. 解方程组 $\begin{cases} 3x - y - 2 = 0, \\ 2x - y + 3 = 0; \end{cases}$ 并用图象表示这个方程

组的解。

^5. 已知点 $(2, -2)$ 在直线 $y = kx + 2$ 上, 求 k 的值。

^6. 对于同一座标轴, 作函数 $y = \frac{12}{x}$ 和 $y = -\frac{12}{x}$ 的图象。

^7. 把抛物线 $y = 3x^2$ 向右移动 2 个单位, 再向下移动 1 个单位, 所得的抛物线是什么函数的图象?

^8. 试求抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 - x - 4$ 的顶点座标和对称

轴方程。

△9. 当 x 取什么值的时候, 函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{5}{2}$ 是上升的, 下降的?

△10. 当 x 取什么值的时候, 函数 $y = 2x^2 - 4x - 6$ 的值等于零, 大于零和小于零?

△11. 已知函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{5}{2}$,

- (1) 求出这个函数图象的顶点的座标;
- (2) 写出这个函数图象的对称轴的方程;
- (3) 求出这个函数图象和 x 轴的交点的座标;
- (4) 画出这个函数的图象。

解: (1) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{5}{2}$

$$= -\frac{1}{2}(x^2 + 6x + 5)$$
$$= -\frac{1}{2}(x+3)^2 + 2$$

所以函数图象的顶点的座标是 $(-3, 2)$ 。

(2) 函数图象的对称轴的方程是 $x+3=0$ 。

(3) 令 $y=0$, 那么由 $-\frac{1}{2}(x^2 + 6x + 5) = 0$

可得 $x_1 = -1$, $x_2 = -5$ 。

所以函数图象与 x 轴的交点的座标为 $(-1, 0)$, $(-5, 0)$ 。

(4) 由 $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2 + 2$ 作出 x, y 的对应值

表:

x	-7	-5	-4	-3	-2	-1	1
y	-6	0	$1\frac{1}{2}$	2	$1\frac{1}{2}$	0	-6

根据表中各组的对应值，
作出函数图象(如图 1)。

12. 如果抛物线
 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点
是 $(-2, 3)$ ，并且点 $(-1, 5)$
在这个抛物线上，求 a, b, c
的值。

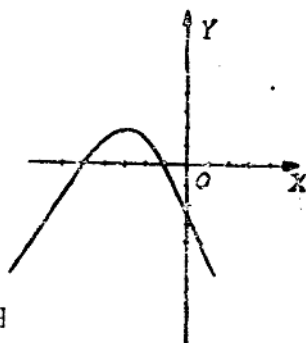


图 1

13. 作出下列函数的图
象：

- (1) $y = -2x^2$; (2) $y = 2x^2 + 8x + 8$;
(3) $y = 2x^2 - 3x - 3$; (4) $y = x^2 + x + 1$ 。

第四單元 二元二次方程組

(見高中代數第一冊第四章)

I 提綱

1. 二元二次方程組。(§67)
2. 由一个二元二次方程和一个二元一次方程所組成的
方程組的解法
 - (1) 一般解法：代入法。(§68)
 - (2) 特殊解法：(§69--§71)
 - i. 方程組 $x \pm y = a, xy = b$ 的解法；
 - ii. 方程組 $x^2 + y^2 = a, x \pm y = b$ 的解法；
 - iii. 方程組 $x^2 - y^2 = a, x \pm y = b$ 的解法。
3. 由两个二元二次方程所組成的方程組的解法 (§72)