高等院校教学辅助读物

画法几何解题分析与指导

顾文逵 缪三国 编著

同济大学出版社

高等院校教学辅助读物

画法几何解题分析与指导

顾文逵　缪三国　编著

同济大学出版社

内 容 提 要

本书按画法几何系统顺序安排，包含了点、线、面、线面和面面关系，点、线、面综合题，投影变换，曲线曲面，体的投影及其表面上的点线，平面与立体截交，直线与立体贯穿，两立体的相贯及立体的表面展开等内容。书中覆盖了上述内容中各类常见的习题，并对它们作了解题前的分析和相应的解答，以启发读者进行空间思维，培养其形成正确的解题方法和习惯。

本书可供理工科高等院校、电大、职大、函授大学和网络学院等与画法几何有关的师生使用。也可供中等专科学校制图教师在进行教学时作必要参考，还可供工程技术人员在图解空间几何问题时参考。

图书在版编目(CIP)数据

画法几何解题分析与指导/顾文逵，缪三国编著.
上海：同济大学出版社，2003.6
ISBN 7-5608-2651-2

Ⅰ.画...　Ⅱ.①顾...②缪...　Ⅲ.画法几何-高等学校-习题
Ⅳ.0185.2-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 035500 号

画法几何解题分析与指导
顾文逵　缪三国　编著
责任编辑　缪临平　责任校对　徐　栩　　封面设计　潘向蓁

出版发行　同济大学出版社
（上海四平路 1239 号　邮编 200092　电话 021-65985622）
经　销　全国各地新华书店
印　刷　同济大学印刷厂印刷
开　本　787mm×1092mm　1/16
印　张　13.75
字　数　352000
印　数　1-4000
版　次　2003 年 6 月第 1 版　2003 年 6 月第 1 次印刷
书　号　ISBN 7-5608-2651-2/O·236
定　价　18.00 元

本书若有印装质量问题，请向本社发行部调换

前　言

画法几何是研究图示空间形体和图解空间几何问题的学科，它对于培养学生的空间想像能力和逻辑思维能力均有很大的帮助，所以是工科学生必修的课程。在画法几何的学习过程中，学生往往因课程内容的灵活多变而感到困难。为此，作者根据其长期从事图学教学的经验，参考了国内外有关的习题集，精选出了画法几何中各种类型的典型题目，详加分析并一一作出解答，以弥补教科书中因篇幅所限导致图例较少和说明过于简要的缺陷。本书可作为读者选用的任一本画法几何教材的辅导教材并与之配套使用，相信定能大大地提高学习效率。

本书按1995年国家教委印发的高等工业学校《画法几何及工程制图课程教学基本要求》的精神，并参考国内外高等院校的教学经验及实践编写而成。

本书具有以下特点：

1. 习题的覆盖面广。它覆盖了画法几何系统中全部内容的各种类型的典型习题及其分析和解法。

2. 重分析、重总结，并有学习方法的介绍，以引导读者对问题的思考，有利于他们分析能力和思维能力的提高。

本书第1~6章由缪三国编写，第7~12章由顾文逵编写，全书由顾文逵统稿。参加本书底稿誊写、底图绘制等工作的同志还有陈学军、李建民、方卫国和蒋云等。

由于作者的水平所限，书中难免有不妥之处。敬请使用本书的师生和读者提出宝贵的意见和建议，在此谨表衷心的感谢。

编　者

2003年3月

目　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

1 点

1.1 要点简述

1.1.1 点的正投影特性

点的正投影仍然为点。在由空间点 A,平面 H 和由光源出发的投射线方向 $S(S\perp H)$ 所组成的正投影体系内,空间点 A 在 H 面上有唯一确定的正投影 a,但由于过点 A 的投射线上,可以有无穷多的点,如 A_1,A_2…所以,根据点在一个投影面上的正投影不能确定它在空间的位置,如图 1-1 所示。

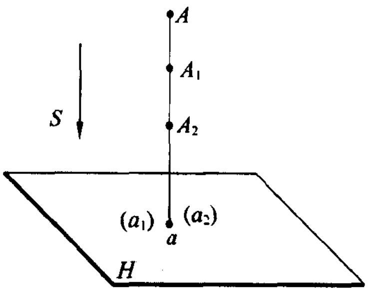


图 1-1

1.1.2 点在 V 面 $\perp H$ 面的两投影面体系中的投影规律

设空间有 V 面 $\perp H$ 面的两投影面体系,则 V 面、H 面两投影面将整个空间分成四个分角,由于我国及国际上多数国家均采用第一分角画法,所以,我们侧重研究点在第一分角的投影图画法。

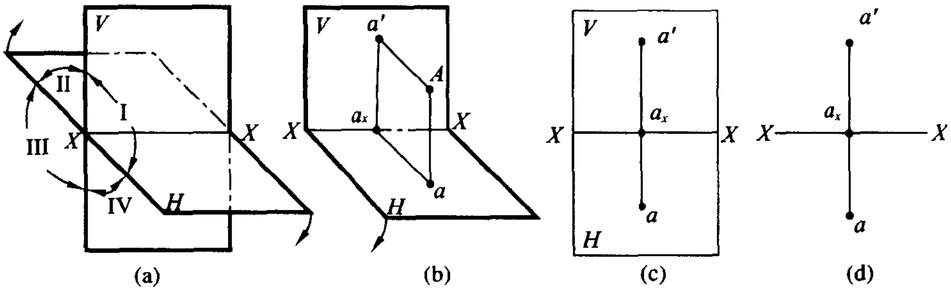


图 1-2

如图 1-2(a)所示,在四分角中取出第一分角,即得图 1-2(b),如在第一分角 Ⅰ 中有空间点,则点 A 在 V 面、H 面两投影面体系中就分别有两个投影,即正面投影 a' 及水平投影 a,由于 $Aa\perp H$ 面,$Aa'\perp V$ 面故 Aa' 和 Aa 两相交线所定的平面同时垂直于 V 面和 H 面两平面。亦即垂直于 V 面、H 面的交线即 XX 轴,又因为在图 1-2(b)中 V 面和 H 面是处于空间的两垂直相交的平面,它们不处于同一平面上,所以,欲在同一纸面上作出点 A 的正投影图时就必须先使 V 面、H 面两平面重合在一个平面上,为此须设定投影面的旋转。我们规定 V 面不动,而将 H 面绕 XX 轴向下转 90°至与 V 面重合,则可得到图 1-2(c)。因为 V 面、H 面两投影面可以无穷大,我们省去了它们的边框,又因在第一分角内点 A 的正面投影 a' 总在 XX 轴的上方,经投影面旋转后,点 A 的水平投影 a 总在 XX 轴的下方,故 V、H 的标志也可省掉,这样所得出的图 1-2(d)

即是点 A 在 V 面、H 面两投影面体系中的正投影图。

根据图 1-2(d)可得出点在两面体系中的投影规律：(1)$a'a \perp XX$ 轴，即点的正面投影与水平投影必须在 X-X 的同一垂线上。(2)a 到 XX 轴之距离 aa_x 反映了空间点 A 到 V 面的距离，而 a'到 XX 轴的距离 $a'a_x$ 反映了空间点到 H 面的距离。

1.1.3 点在 V 面 $\perp$ H 面 $\perp$ W 面的三投影面体系中的投影规律

对于复杂形体要根据它的两投影来确定其空间形状往往还嫌不够，故在工程上又引出了三面体系，在上述 V 面 $\perp$ H 面的两面体系的基础上，再加上 W 面使 V 面 $\perp$ H 面 $\perp$ W 面，这就形成了空间的三投影面体系。

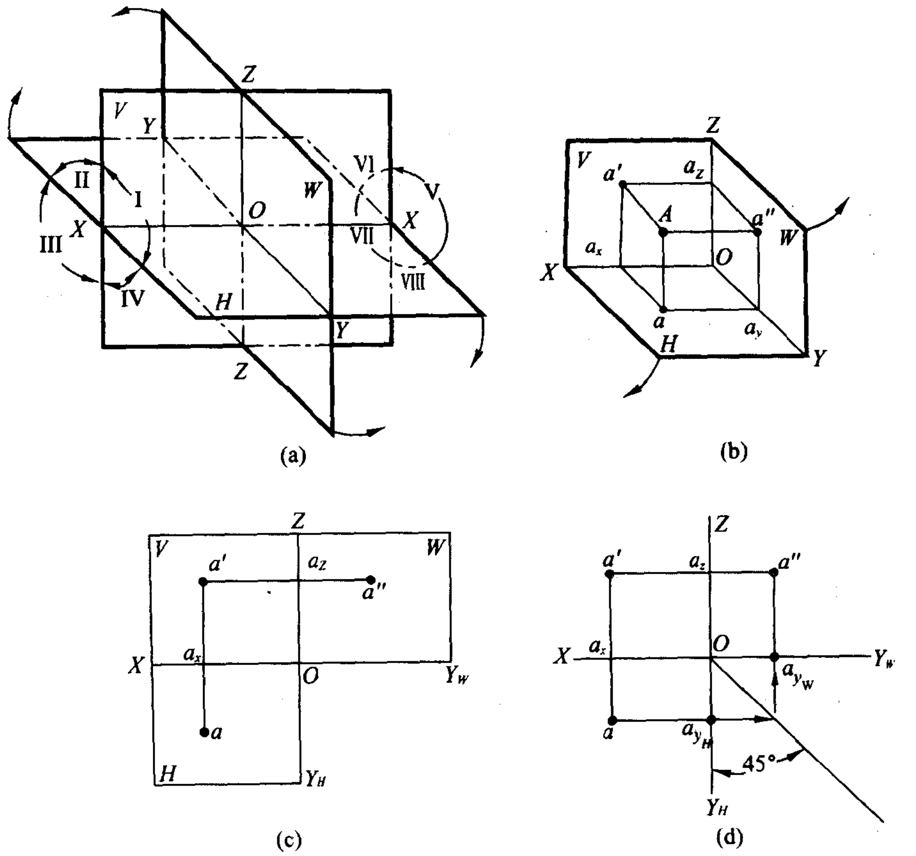


图 1-3

图 1-3(a)是 V 面 $\perp$ H 面 $\perp$ W 面的空间三投影面体系图，此三个投影面将整个空间分成八部分，每一部分仍称分角，故在三面体系中可以有八分角，其中Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ分角的顺序和两面体系一样，而Ⅴ、Ⅵ、Ⅶ、Ⅷ分角的顺序则和Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ对应，如图 1-3(a)所示。

在三面体系中取出第一分角即得图 1-3(b)，设在Ⅰ分角内有空间点 A，则点 A 相对于 V 面、H 面、W 面可以各有一个正投影。其中 a'仍称为点 A 的正面投影，a 仍称为点 A 的水平投影，而 a''则称为点 A 的侧面投影。和两面体系一样，要使位于空间三个不同平面上的三个投影在同一纸面上画出来，就需将投影面旋转，旋转时规定 V 面仍然不动，H 面绕 OX 向下旋转，

W 面绕 OZ 轴向右旋转至与 V 面重合即得图 1-3(c)，去除三个投影面的边框和标志即可得出图 1-3(d)，亦就是点 A 在 V、H、W 三投影面体系中的正投影图。

根据图 1-3(d)可得出点在三投影面体系中的投影规律：

(1)$a'a \perp OX$ 即正面投影与水平投影的连线应垂直于 OX 轴。

(2)$a'a'' \perp OZ$ 即正面投影与侧面投影的连线应垂直于 OZ 轴。

(3)a 到 OX 之距等于 a''到 OZ 之距，亦即水平投影到 OX 轴的距离应等于侧面投影到 OZ 轴的距离。任何几何元素在三投影面体系中均必须符合以上三条投影规律。

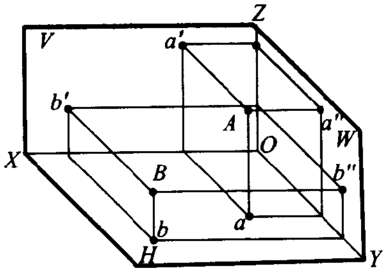
应当注意的是：

(1)OY 轴是 H、W 两面的交线，在投影面旋转过程中，它分别随 H 面往下和随 W 面往右旋转，在投影图上为了作图方便起见标以 OY_H 和 OY_W，但当将投影图回复至空间时则 OY 轴仍只有一根。

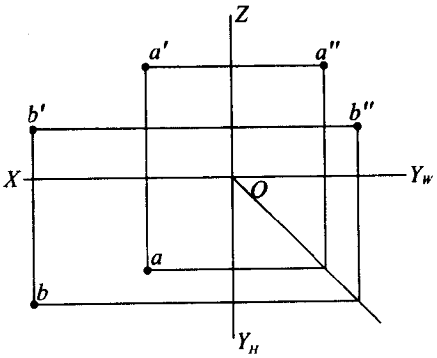
(2)在作正投影图时，为了使 $aa_x = a''a_z$ 的作图方便起见，我们往往借助于一 45°的辅助作图线，过 a 作线平行 OX 至与此 45°线相交，再从交点作线平行 OZ 至与 $a'a_z$ 的延长线相交，则交点必然为 a''。

1.1.4 点的坐标与投影的关系

如图 1-4(a)所示，将三投影面 V 面、H 面、W 面看作是三个坐标面，则投影轴 XX、YY、ZZ 就成为坐标轴，因为坐标是向量，在画法几何中我们采用右手定则来确定坐标的正方向，即 OZ 轴向上，OY 轴向前和 OX 轴向左为坐标的正方向。由此可见，Ⅰ分角内的几何元素的三坐标 X、Y、Z 均为正值。如图 1-3(d)所示，再研究一下坐标与投影的关系，点 A 的正面投影 a'有 X 及 Z 坐标，因它位在 V 面上，离 V 面的距离为 o，可写成 $a'(x\ o\ z)$。同理，点 A 的水平投影 a 有 X 及 Y 坐标，因它位在水平面上离水平面的距离为 o，可写成 $a(x\ y\ o)$。由此可见，在点 A 的两投影 a'和 a 中包含了 X、Y、Z 三坐标，故根据点的两投影可确定点在空间的位置，而根据点的三坐标同样也能确定点在空间的位置。



(a)



(b)

图 1-4

1.1.5 无轴投影图

如图 1-4(a)所示，设在三面体系中有一点 A，则它在 V 面、H 面、W 面上分别有三个投影，即正面投影 a'、水平投影 a 和侧面投影 a''，设我们将点 A 作向左向前和向下的移动，即改变它

的 X、Y、Z 三坐标，使它移到点 B 的位置时，则点 B 相对于 V 面、H 面、W 面也有三面投影 b'、b 和 b''，分别作出 A，B 两点的正投影图如图 1-4(b)所示。由作图可知当空间点距 V 面、H 面、W 面的位置改变时，其坐标大小跟着改变，反映在正投影图上，则点的投影离投影轴的位置在改变，而点本身三投影间的投影规律却是不变的。故投影轴在正投影图上的作用，仅在于确定几何元素相对于投影面的位置，在工程制图中人们往往只研究空间形体的形状，即它的各个投影间的关系，而不强调该物体相对于投影面的位置的远近、高低、左右，所以，在工程制图中都采用无轴的正投影图。作为点只要保持它在三面体系中的三条投影规律，则把投影轴省略也是完全可以的，在省略投影轴后，如要研究水平投影与侧面投影的关系时，则仍可与有轴的情况下一样，利用一辅助的 45°线来进行，但应注意如下的三种情况：

(1) 当点 A 的三投影 a'、a、a'' 均属已知时，见图 1-5(a)

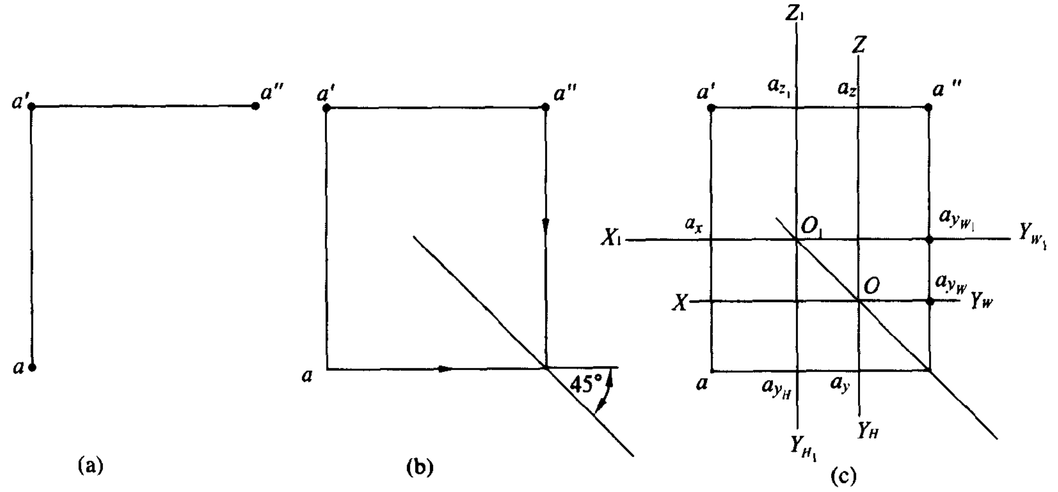


图 1-5

过 a 作线平行 $a'a''$，过 a'' 作线平行 $a'a$，再过此两线的交点可作出唯一确定的 45°辅助线，如图 1-5(b)所示。在此 45°线上，我们可取一系列的原点如 O，O_1 等，过它们可作出一系列的三面体系 $O\text{-}XYZ$，$O_1\text{-}X_1Y_1Z_1$ 等，它们都可以包含点 A，并且点 A 在这些三面体系中，只是离投影面的距离不同，而其三面体系的投影规律却全然不变，故通过图 1-5(c)作图可进一步说明投影轴是可以省略的。

(2) 当点 A 的三投影中，a 或 a'' 之一缺少时，见图 1-6(a)

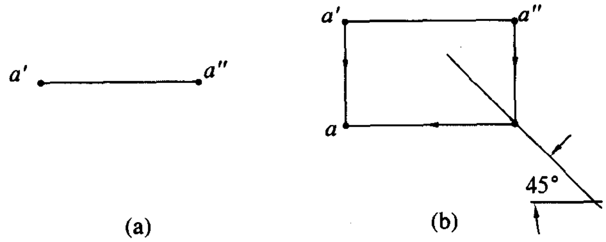


图 1-6

此时 45°的辅助线可以任意设定。因和上述情况(1)一样，空间可以有一系列的三面体系

均能包容此点 A，但作 45°线时应将 45°线画在 $a'a$ 连线的右方，如此才能保证点 A 处于第一分角。如图 1-6(b)所示，利用此 45°线，我们可根据 $a'a''$ 求出 a，作图时先画 45°线，然后过 a'' 作铅垂线与 45°的辅助线相交，过交点再作线平行 $a'a''$ 至与过 a' 的铅垂线相交，则交点必为水平投影 a。

(3)在无轴投影图中，如有两个或两个以上的点投影时，应将它们设定在同一个三面体系内，这样才能研究它们之间的相对位置关系。

1.2 学习方法指导

点是最简单的几何元素，通过本章点的投影的学习，应掌握点的正投影特性，了解空间的两面体系和三面体系，熟练掌握点在两面体系和三面体系中的投影规律，从而能正确地作出它的两面或三面投影图。

为了熟悉空间的两投影面和三投影面体系，初学时可以通过画轴测图，如图 1-2(b)和图 1-3(b)那样，或用硬纸折成两面或三面体系，再将空间点与投影面体系联系起来，以加快树立空间概念。

点在空间的位置可以是多种多样的，但不外乎点处于分角内，点处于 V 面、H 面或 W 面上，或点处于投影轴 OX、OY 或 OZ 轴上等，对这种情况均应既能想象出它们的空间情况又能作出它们相应的正投影图，这样通过空间与投影的反复对照，必能尽快地提高空间想象和投影作图的能力，在作投影图时，还应将坐标与投影联系起来，以提高学习效率。

对于两点在空间的相对位置，应着重掌握与投影面或投影轴互为对称的两点，以及两点在某一投影面上投影重合的重影点(见选题解析)，特别是重影点在今后判别几何元素的可见性时，有很大的应用。

对于无轴的投影图，应记住无轴并非不存在轴，而只是省略投影轴而已，在三面体系中用以联系水平投影与侧面投影间关系的是一条 45°的辅助线，作出此 45°线后，可按点在三面体系中的投影规律作图而省去 OX、OY、OZ 轴。

1.3 选题解析

【例 1-1】 根据 A、B、C、D、E 五点的轴测图，作出它们的三面投影图，并填写各点的坐标(坐标从轴测图中量取)。

[分析] 从图(a)轴测图可见点 A 位于第一分角内，它在 V、H、W 三面上可分别有三个投影 a'、a、a''。

而 B、C、D 三点分别位于 V 面、H 面和 W 面上，而位于投影面上的点，必有一个投影和空间点重合，它的另两个投影必位于投影轴上。

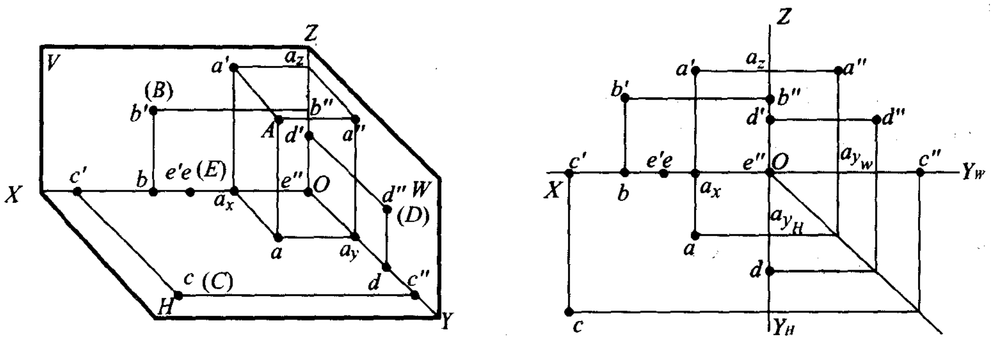
点 E 因位于投影轴上，它必然有两个投影与空间点重合而另一投影则应位于原点上。

[作图] (1)首先作出三面体系的正投影图，故只需作出 O-XYZ 轴即可。

(2)从原点 O 出发分别量取各点的 X、Y、Z 三坐标即可得出各点的正投影图，在作正投影

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

图时应注意能反映各点 Y 坐标的水平投影经投影面旋转后应位于 OX 轴的下方，而能反映各点 Y 坐标的侧面投影，则在 W 面旋转后应位于 OZ 轴的右方，如例 1-1 图(b)所示。



(a)　　　　　　　　　　(b)

例1-1图

$A(12,10,16)$　　　$B(22,0,12)$　　　$C(32,21,0)$　　　$D(0,16,8)$

在作图完成以后，还应根据点在三面体系中的三条投影规律进行检验。

(3) 量取坐标，并填入题目的括弧内。

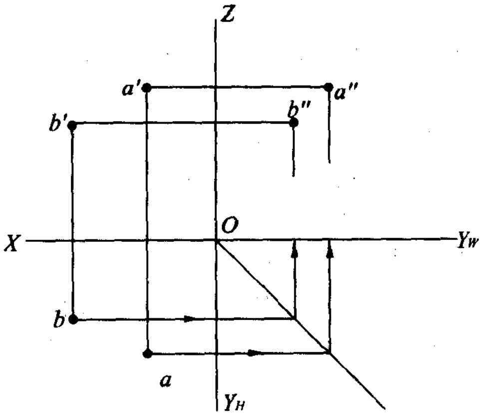
【例 1-2】 已知点 $A(10,15,20)$ 及点 $B(20,10,15)$ 分别作出它们的三面投影图

［分析］ A、B 两点均分别以括弧内的 X、Y、Z 坐标来确定，根据点的三坐标可以确定它的两投影，然后再利用 45°线及投影规律，求出它们的侧面投影。

［作图］ (1) 首先作出 $O\text{-}XYZ$。

(2) 根据 A、B 两点的坐标值可在投影图上量得它们的两投影 $a'a$ 及 $b'b$，其中正面投影 $a'b'$ 可分别反映两点的 X 及 Z 坐标，水平投影 a b 可分别反映两点的 X 及 Y 坐标。

(3) 利用 45°线及三面体系的投影规律即可求得 a'' 和 b''，因 $a'a''$ 必垂直 OZ，$b'b''$ 也必垂直 OZ 轴。

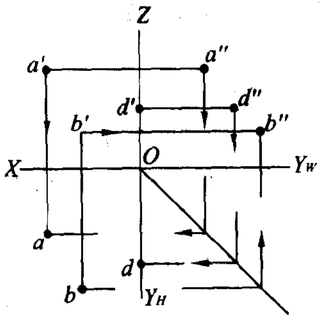


例1-2图

【例 1-3】 已知下列各点在三面体系中的两个投影，分别作出它们的第三投影。

［分析］ 根据点的两面投影，求第三投影，主要是运用点在三面体系中的三条投影规律，即点的正面投影与水平投影的连线应垂直 OX 轴，点的正面投影与侧面投影的连线应垂直 OZ 轴，而点的水平投影到 OX 轴的距离应等于点的侧面投影到 OZ 轴的距离。反复运用这三条规律即可求出第三投影。

［作图］ (1) 从已知 $a'a''$ 可根据 $a'a \perp OX$ 且 a'' 到 OZ 的距离应等于 a 到 OX 的距离，利用 45°线可求出 a。



例1-3图

(2) 从已知 $b'b$ 可根据 $b'b'' \perp OZ$ 且 b 到 OX 的距离应等于 b'' 到 OZ 的距离，利用 45°线求出 b''。

(3) 从已知 $d'd''$ 求 d 时可发现其正面投影 d' 位于 OZ 轴上，这样的点必位于侧面 W 上，而

$d'd \perp OZ$ 故 d 必在 OY_H 上，可由 45°线求得 d 的位置。

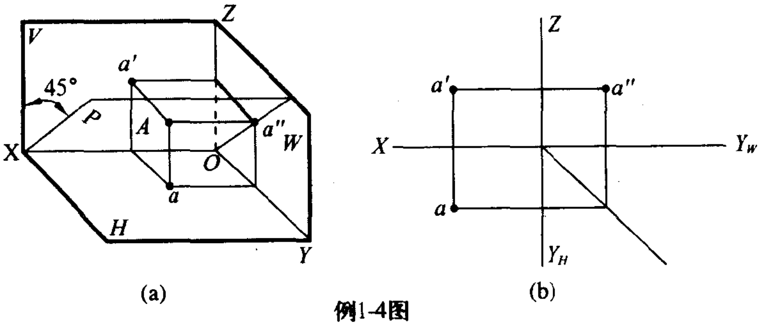
【例 1-4】 已知点 A 在第一分角的等分面内，点 A 距 H 面为 8mm，距 W 面为 12mm，作出点 A 的三面投影图。

［分析］ 位于第一分角等分面 P 上的各点离 H 面及离 V 面的距离均相等，亦即此等分面上各点的 Y、Z 两坐标均相等，从题意可知 A 点距 H 面为 8mm，则 A 距 V 面也应为 8mm，故点 A 的三坐标应为 $A(12,8,8)$，根据坐标即可求出其投影图。

［作图］ (1)作 O-XYZ。

(2)在图上量取 X、Y、Z 坐标可得 $a'a$。

(3)由 $a'a$ 可得 a''。



例1-4图

【例 1-5】 已知点 $A(15,15,20)$ 的投影图，求作分别与点 A 对称于 V 面的点 B 及和点 A 对称于 H 面的点 C 以及和点 A 对称于 OX 轴的点 D 的 B、C、D 各点的两投影，并填写它们的坐标。

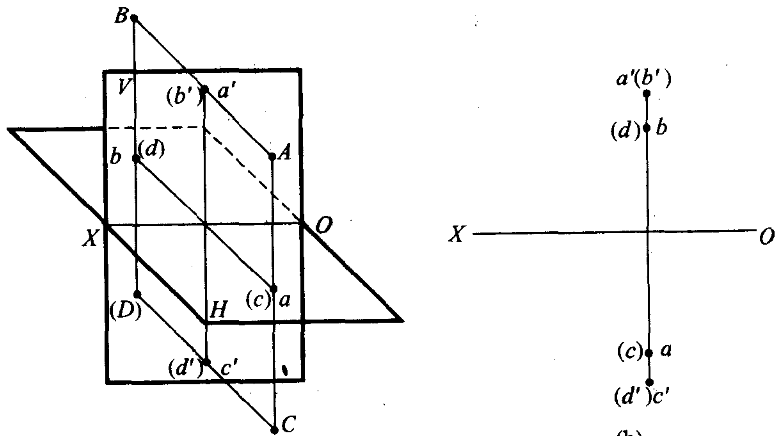
［分析］ (1)因点 A 的空间位置处在第一分角和点 A 对称于 V 面的点 B 应位于第二分角，它的 X 坐标与 Z 坐标和点 A 相同，它的 Y 坐标的绝对值和点 A 相同，但为负值。

(2)和点 A 对称于 H 面的点 C 应位于第四分角，它的 X 坐标与 Y 坐标和点 A 相同，而其 Z 坐标的大小同点 A 一样，但为负值。

(3)与点 A 对称于 OX 轴的点 D 则应位于第三分角，它的 X 坐标和点 A 相同，而 Y、Z 坐标也和 A 点相同，但均为负值。

［作图］ (1)根据 $A(15,15,20)$ 作出其两面投影。

$B(15,-15,20)$
$C(15,15,-20)$
$D(15,-15,-20)$



例1-5图

(2)在第二分角内的点 B，当 H 面旋转时前半个 H 面向下，后半个 H 面则往上，故点 B 的水平投影经旋转后应位于 OX 轴上方。

(3)在第四分角内的点 C，其正面投影 c' 在下半个 V 面上，在投影面旋转过程中，V 面不动，故 c' 应在 OX 轴的下方。

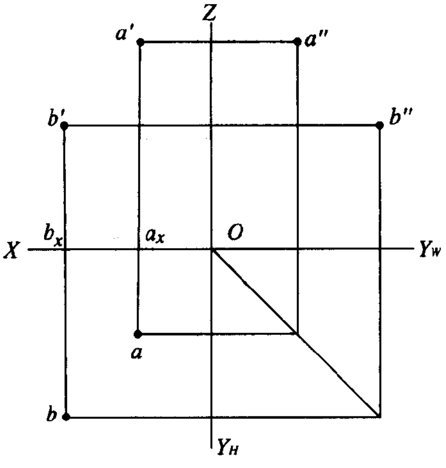
(4)位于第三分角内的点 D，则其水面投影 d 应位于 OX 的上方，而正面投影 d' 则应位于 OX 轴的下方，按投影规律作图，并填入它们的坐标值。

【例 1-6】 已知点 $A(10,10,30)$，并知点 B 在点 A 的左方 10mm，在点 A 的前方 10mm 且在点 A 的下方 10mm，作出点 B 的三面投影并注出它在三面体系中的坐标。

[分析] 两点间的左右比较是相对于 W 面而言的，也即 X 坐标的比较，因点 B 在点 A 的左方 10mm，故 $X_b - X_a = 10\text{mm}$。

两点间的前后比较是相对于 V 面而言的，也即 Y 坐标的比较，因点 B 在点 A 的前方 10mm，故 $Y_b - Y_a = -10\text{mm}$。

两点间的上下比较是相对于 H 面而言的，也即 Z 坐标的比较，因点 B 在点 A 的下方 10mm，故 $Z_b - Z_a = -10\text{mm}$。



例1-6图

[作图] (1)作出 $O\text{-}XYZ$ 及 A 点的两投影 $a'a$，并藉助于45°线求得 a''。

(2)因点 B 的 X 坐标大于点 A 的 X 坐标，故 b_x 应在 a_x 左方 10mm 处。

因点 B 的 Y 坐标大于点 A 的 Y 坐标，故点 B 的水平投影 b 应在点 A 水平投影 a 的前方 10mm 处。

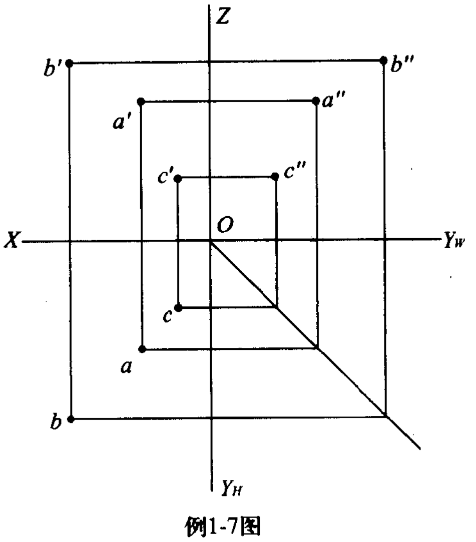
因点 B 的 Z 坐标小于点 A 的 Z 坐标，故点 B 的正面投影 b' 应在点 A 正面投影高度下方 10mm 处，根据此关系可求出 $b'b$，再由 45°线求得 b''。

(3)填写点 B 在三面体系中的坐标值 $B(20,20,20)$。

【例 1-7】 在三面体系中已知点 A 的三坐标为 $A(10,15,20)$，并知点 B 相对于点 A 的坐标为 $B(10,10,5)$，点 C 相对于点 A 的坐标为 $C(-5,-5,-10)$，作出 A、B、C 三点的三面投影并填写点 B 相对于点 C 的坐标。

[分析] (1)点相对于 $O\text{-}XYZ$ 体系的坐标为绝对坐标，根据点 A 的绝对坐标值 $A(10,15,20)$，可作出此点的三投影 $a'a$ 及 a''。

(2)两点间的相对坐标，指的是它们间的坐标差从已知点 B 相对于点 A 的坐标的值 $B(10,10,5)$ 可知 $(x_b - x_a) = 10$，$(y_b - y_a) = 10$，$(z_b - z_a) = 5$，由于此三个相对坐标值均为正值，可按坐标的正方向点 B 应在



例1-7图

点 A 之左 10mm，在点 A 之前 10mm，并在点 A 之上 5mm 处，可由此求得$b'bb''$。

(3)同理$(x_c-x_a)=-5$ 即点 C 应在点 A 之右 5mm 处，$(y_c-y_a)=-5$ 即点 C 应在点 A 之后 5mm 处，$(z_c-z_a)=-10$ 即点 C 应在点 A 之下方 10mm 处，由此可求得 $c'c$ 及 c''。

［作图］ (1)作 $O\text{-}XYZ$ 并根据绝对坐标值 $A(10,15,20)$ 作出 $a'a\ a''$。

(2)根据相对坐标值，在点 A 之左方 10mm，前方 10mm 及上方 5mm 处作出点 B 的三投影 $b'bb''$。

(3)根据相对坐标值，在点 A 的右方 5mm，后方 5mm 及下方 10mm 处作出点 C 的三投影 $c'c\ c''$。

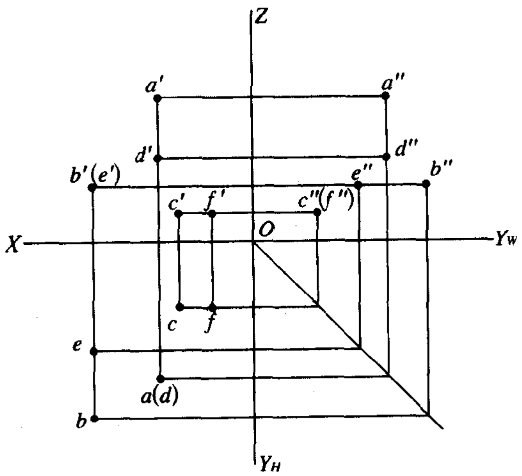
(4)填写点 B 相对于点 C 的相对坐标值，可以从图上直接量得，也可以通过绝对坐标计算而得，点 B 的绝对坐标为 $B(20,25,25)$，点 C 的绝对坐标为 $C(5,10,10)$，故点 B 相对于点 C 的坐标应为$(b_x-c_x)=15$，$(b_y-c_y)=15$，$(b_z-c_z)=15$，即点 B 相对于点 C 是(15,15,15)。

【例 1-8】 已知 A、B、C 三点的正投影图，在点 A 的正下方 10mm 处作出点 D，使 A、D 两点在 H 面上的投影成为重影点；在点 B 的正后方 10mm 处作出点 E，使 B、E 两点在 V 面上的投影成为重影点，在点 C 的正右方 5mm 处作出点 F，使 C、F 两点在 W 面上的投影成为重影点，作出 D、E、F 三点的三面投影，并确定重影点的可见性。

［分析］ (1)点 D 在点 A 的正下方 10mm，亦即 D、A 两点处在相同的 X 坐标处$(x_d=x_a)$及相同的 Y 坐标处$(y_d=y_a)$，但$(z_d-z_a)=-10$，故点 D 在点 A 之下 10mm 处。

(2)点 E 在点 B 的正后方 10mm，亦即 E、B 两点的 X、Z 坐标相同，即$(x_e=x_b)$，$(z_e=z_b)$，但$(y_e-y_b)=-10$，故点 E 在点 B 之后 10mm 处。

(3)点 F 在点 C 的正右方 5mm，亦即 F、C 两点的 Y、Z 坐标相同，即$(y_f=y_c)$，$(z_f=z_c)$，但$(x_f-x_c)=-5$，故点 F 在点 C 之右 5mm 处。



例1-8图

［作图］ (1)从给出的 A、B、C 三点的正投影图中，先作在点 A 正下方 10mm 处之点 D，过 a' 向下量取 Z 坐标 10mm 即得 d'，由于 $a'd'$ 在 OX 轴的同一垂线上故水平投影 a 和 d 重合，即 A、D 两点在 H 面上有重影点 a 和 d，因 $z_a>z_d$，故在 a 和 d 中，d 为不可见加括弧表示。根据 d'、d 可再求得 d''。

(2)同理，在点 B 正后方 10mm 的点 E，其水平投影 e 位于 d 后 10mm 处。B、E 两点的正面投影重合而成为重影点，因 $y_b>y_e$，故重影点中 e' 不可见写成(e')。

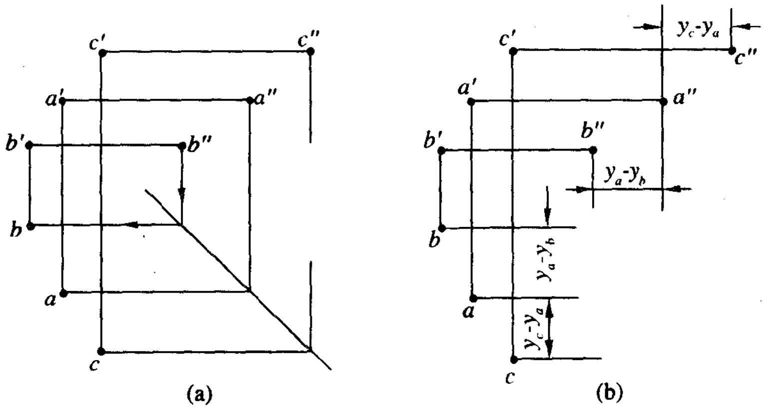
(3)在点 C 正右方 5mm 处的点 F，其侧面投影 f'' 与 c'' 重合而成为重影点，因 $x_c>x_f$，故重影点中 f'' 不可见，写成(f'')。

【例 1-9】 已知点 A 的三投影 $a'a$ 及 a''；点 B 的两投影 b' 及 b''；和点 C 的两投影 c' 及 c，完成 B、C 两点的投影。

［分析］ (1)本题采用无轴投影图，因点 A 的三投影 $a'aa''$ 均为已知，故用以联系水平和侧面投影的 45°辅助线可以唯一确定，根据点在三面体系中的投影规律，很快便能求得 b 及 c''。

(2)因 A,B,C 三点必须在同一三面体系内，故利用两点间的相对坐标，亦可直接量得 b 及 c''。

［作图］ （1）按“要点简述”中的图 1-5(b)所示，首先定出 45°线，然后过 b''作线平行 $a'a$ 至与 45°线相交，过交点作线平行 $a'a''$至与过 b'的垂线交于 b，则 b 即所求。同理，过 c 作线平行 $a'a''$至与 45°线相交，过交点作线平行 $a'a$ 至与过 c'的侧垂线交于 c''，则 c''即为所求。



例1-9图

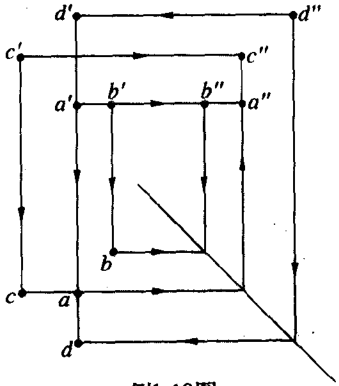
（2）因 A，B，C 三点必须在同一投影面体系中才能比较，因 a''和 b''为已知，根据投影规律可知侧面投影可反映 Y 和 Z 坐标，故(y_a-y_b)可由 A、B 两点的侧面投影量得，而此距离也应在水平投影中体现，故从 a 向后截取(y_a-y_b)即可在过 b'的垂线上得到 b 点。同理，A、C 两点的水平投影均可反映 Y 坐标，它们间的相对坐标为(y_c-y_a)，根据点的水平投影到 OX 轴的距离等于侧面投影到 OZ 轴的距离，且正面投影与水平投影的连线垂直于 OX 轴，正面投影与侧面投影的连线垂直于 OZ 轴的投影规律，在侧面投影中截取和(y_c-y_a)相等的长度即可求得 c''。

【例 1-10】 设 A、B 两点离 H 面的距离相等，A、C 两点离 V 面的距离相等，A、D 两点离 W 面的距离相等，已知 $a'aa''$及 b、c'和 d''，作出 B、C、D 三点的另两个投影。

［分析］ （1）在三面体系中，点离 H 面的距离为它的 Z 坐标，如两点离 H 面的距离相等，则它们的 Z 坐标应相等，反映在投影图上，则两点的正面投影应在同一水平上（因为正面投影可反映 Z 坐标）。

（2）点离 V 面的距离为它的 Y 坐标，如两点离 V 面的距离相等，则它们的 Y 坐标应相等，反映在投影图上，则两点的水平投影也应在同一水平上（因为水平投影可反映 Y 坐标）。

（3）点离 W 面的距离为它的 X 坐标，如两点距 W 面的距离相等，则它们的 X 坐标应相等，反映在投影图上，则两点的正面和水平投影均应在同一水平上（因为侧面投影可反映 Y、Z 坐标）。



例1-10图

［作图］ （1）在已知无轴投影图上根据 $a'aa''$可作出 45°线。

（2）因 A、B 两点离 H 面的距离相等，即 $z_a=z_b$；

故 a'、b'应等高，从 b 可得 b'，再求得 b''。

（3）因 A、C 两点离 V 面的距离相等，即 $y_a=y_c$；

故 a、c 应在同一侧垂线上，从 c'可得 c，再求 c''。

（4）因 A、D 两点距 W 面的距离相等，即 $x_a=x_d$；

故 a'、d'和 a、d 均应在一条侧平线上，从 d''求得 d'，再由 $d'd''$求得 d。

2 直　线

2.1 要点简述

2.1.1 直线的投影特性

(1)直线的投影一般仍为直线

空间一直线 AB 的投影通常由其两个端点在同一投影面上的同面投影来确定。例如,AB 线在 H 面上的投影 ab 可由点 A 在 H 面上的投影 a 及点 B 在 H 面上的投影 b 相连而成,而 ab 亦可看作过 AB 垂直于 H 面的平面与 H 面的交线。同理,$a'b'$可看作过 AB 垂直于 V 面的平面与 V 面的交线,也可由点 A 在 V 面上的投影 a'及 B 在 V 面上的投影 b'相连而成。$a''b''$可看作过 AB 垂直于 W 面的平面与 W 面的交线,可由点 A 的侧面投影 a''和点 B 的侧面投影 b''相连而成,如图 2-1 所示。

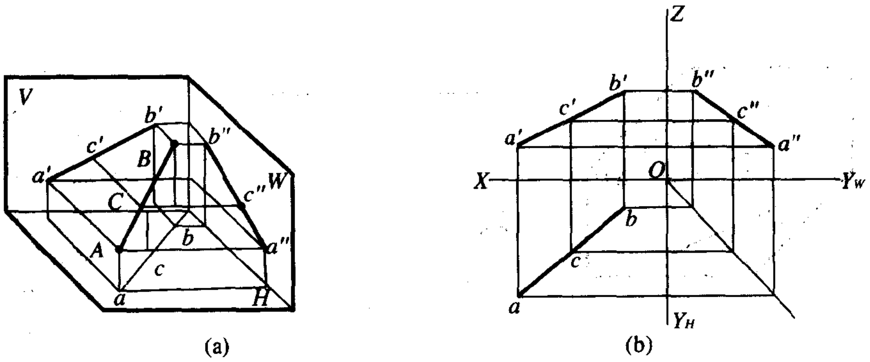


图 2-1

(2)直线上任一点的投影必在该直线的同面投影上

如图 2-1 所示,设 AB 直线上有一点 C,则 C 的三投影 $c'c\ c''$必位于直线 AB 的同面投影 $a'b'$、$a\ b$ 和 $a''b''$上,反之,如果点 C 的三投影中有一个不位在 AB 的同面投影上,则点 C 就不在 AB 直线上。

(3)直线上两线段之比等于其投影之比

如图 2-1 所示,$\dfrac{AC}{CB}=\dfrac{a'c'}{c'b'}=\dfrac{ac}{cb}=\dfrac{a''c''}{c''b''}$

2.1.2 直线在三面体系中的位置及其投影特性

(1)在三面体系中直线对投影面的相对位置有三种:

1)在三面体系中,与 V 面、H 面、W 面均不平行即与它们都倾斜的直线称为一般位置直线;

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com