

A geometric diagram is drawn on a green background. It features a vertical red and white striped line on the left. From the top of this line, a dashed line extends diagonally down and to the right. Another dashed line extends diagonally down and to the left from the same point. These two dashed lines intersect at a point marked with a red 'X'. A vertical dashed line extends downwards from the intersection point. The entire diagram is composed of dashed lines, except for the initial vertical line on the left.

几何实用习题集

卡斯齐娜著 管承仲译

上海教育出版社

几 何 实 用 习 题 集

卡 斯 齐 娜 著

管 承 仲 译

上 海 教 育 出 版 社

一 九 六 二 年 • 上 海

З. Н. КОСТИНА
ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ
ПО МАТЕМАТИКЕ
ПОСОБИЕ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР
МОСКВА—1956

本书根据俄罗斯苏维埃联邦社会主义共和国教育部教育出版社 1956 年版译出

几何实用习题集

〔苏〕卡斯齐娜著

管承仲译

*

上海教育出版社出版

（上海永福路 123 号）

上海市书刊出版业营业许可证出 090 号

上海新华印刷厂印刷

新华书店上海发行所发行 各地新华书店经售

*

开本：787×1092 1/32 印张：4 13/16 字数：109,000

1962 年 12 月第 1 版 1962 年 12 月第 1 次印刷

印数：1—40,000 本

统一书号：7150·1375

定 价：（八）0.40 元

出版者的話

本书是根据俄罗斯苏維埃联邦社会主义共和国教育部教育出版社出版的集·尼·卡斯齐娜著的数学实用习题集 1956 年版譯出的。原书經俄罗斯苏維埃联邦社会主义共和国审定为教师参考用书。

本书所有的題目基本上都是些几何問題的計算，为了明确起見，我們把該书的原名“数学实用习题集”改为“几何实用习题集”。

本书里有些題目的內容是我国中学几何課本中已經讲过的，可以供教师在教学中选用，而有些題目的內容在中学几何課本中沒有讲到的，只提供給教师参考。

上海教育出版社

一九六二年十一月

序 言

教学与生活、教学与实际、教学与社会主义建設問題相結合，乃是蘇維埃学校的主要任务之一。作者試圖在数学領域內實現这个任务，从測量学和航海学里适当地选用了許多題材和題目，說明算术和代数中的定理和某些問題以及它們的实际应用。

作者开始編写这本书的时候，教学法专家娜德日达·杰奥尔吉耶芙娜、普列汉諾娃曾給予很大的帮助。

对本书的所有意見和希望請寄苏联教育部教育出版社数学編輯部。

集·尼·卡斯齐娜

目 录

第一章 比·比例 成比例的量	1
一 数字比例尺,简单直线比例尺,步长比例尺	1
二 平面图的概念	9
三 角的测量和近似作图法,目测角和距离	21
第二章 正数和负数	49
点的高程、高差、深度、航高、磁偏角和自差角	49
第三章 角、三角形、平行线(定理的应用)	54
一 杂题	54
二 方位角、船(飞机)在水平面内的方位和航向角	61
第四章 平行四边形和梯形	74
一 平行尺	74
二 杂题	75
三 标准对角线比例尺	77
四 测定船的位置(续“方位角、方位”)	82
第五章 圆	86
一 近似测定角和距离的某些问题的研究	86
二 杂题	87
第六章 相似形	104
一 目测距离	104
二 杂题	111

第七章 銳角三角函数、角的弧度制.....	123
一 由近似公式計算所得的結果跟由三角函数表所查得的結果的 比較.....	123
二 杂題.....	126
附 录.....	143

第一章 比 比例 成比例的量

一 数字比例尺,简单直线比例尺,步长比例尺

1. 在平面图上,房屋的长是10厘米(或者8.5厘米)。如果平面图的比例尺是1:100,那末房屋的实际长度是多少?

解 因为比例尺是1:100,所以房屋的实际长度是它在平面图上长度的100倍。要求得房屋的实际长度,必须把它在平面图上的尺寸扩大100倍。(根据教学目的可以指出,平面图上的一条线段,在地面上的实际长度相当于图上长度的100倍)

$$10 \times 100 = 1000 \text{ (厘米)}.$$

答: 10米。

2. 一条街道的长等于50米。这条街道在比例尺是1:1000的平面图上,它的长是多少?

解 比例尺是1:1000,所以街道在平面图上的长度应当比它在地面上的长度缩小1000倍(或者是街道实际长度的千分之一)。

$$50 \text{ 米} \div 1000 = 5000 \text{ 厘米} \div 1000 = 5 \text{ 厘米}.$$

3. 在地面上选择一段距离,使它在平面图上的长度是1厘米,平面图的比例尺分别是:(1) 1:500, (2) 1:1000, (3) 1:2000, (4) 1:5000, (5) 1:10000。

4. 在学校附近任意测定几段距离,使它们的长度分别是10米、20米、50米、100米,并且按下列比例尺把它们画在纸上:(1) 1:1000, (2) 1:2000, (3) 1:20000。

5. 在学校的地图上,两个相距 1 公里的里程碑间的距离等于 2 厘米,求地图的比例尺。

解 $2 \text{ 厘米} : 1 \text{ 公里} = 2 \text{ 厘米} : 100000 \text{ 厘米} = 1 : 50000$ 。

注 地图上的 2 厘米相当于地面上的 1 公里,也就是相当于地面上 100000 厘米,这就是说,地图上的一条线段,它的长相当于地面上 100000 条这样长的线段的和。

6. (1) 平面图上的距离 2 厘米相当于地面上的距离 100 米,求平面图的比例尺;(2) 平面图的比例尺是 $1:5000$, 地面上的距离是 100 米,求平面图上的距离;(3) 平面图的比例尺是 $1:5000$, 平面图上的距离是 2 厘米,求地面上的距离。

7. 地面上的一段距离在地图(比例尺是 $1:50000$) 上相当于 $50^{\circ}30'$ 和 $50^{\circ}40'$ 两条纬线间的距离,求地面上这段距离。

解 $50^{\circ}40' - 50^{\circ}30' = 10'$; $1.85 \times 10 = 18.5$ (公里)。(经线 $1'$ 的长 ≈ 1852 米。)

8. 根据下列数据,求地面上的距离:

地图上的距离	267 毫米	14.7 毫米	159.2 毫米	24.55 厘米	5.3 厘米	34 毫米
比例尺	$1:500000$	$1:1000000$	$1:2500000$	$1:200000$	$1:50000$	$1:300000$
答 数	133.5 公里	14.7 公里	398 公里	49.1 公里	2650 米	6.8 公里

注 必须考虑到,对小比例尺(例如 $1:5000000$)的地图,在同一张图上的比例尺变化相当大,根据这样的地图测量距离,会产生较大的误差。

实际上,航空学需要的精确度比大地测量学的低,因此对于较小比例尺的地图根据比例尺测量距离是许可的。

9. 根据地面上的距离和比例尺,求地图上的距离:

地面上的距离	8.6 公里	147 公里	31 公里	565 公里	138 公里	4.3 公里
比例尺	1:100000	1:500000	1:75000	1:5000000	1:210000	1:50000
答 数	8.6 厘米	29.4 厘米	41.3 厘米	11.3 厘米	65.7 厘米	8.6 厘米

10. 比例尺不同的地图上的距离 l (l 对应于地面上同一段距离): (1) 跟比例尺的相互关系怎样? (2) 跟比例尺分母的相互关系怎样?

答: (1) l 跟比例尺成正比例;

(2) l 跟比例尺分母成反比例.

11. 一段距离, 在比例尺 1:500000 的地图上等于 26.5 厘米. 这段距离在比例尺 1:1000000 的地图上等于多少?

提示 参看上题.

$$\text{解 } (1) 26.5 : x = \frac{1}{500000} : \frac{1}{1000000};$$

$$x = \frac{26.5 \times 1 \times 500000}{1000000} = 13.25 \text{ (厘米)}.$$

$$(2) 26.5 : x = 1000000 : 500000;$$

$$26.5 : x = 2 : 1; \text{ 等等.}$$

12. 两条纬线间的经线距离是 111.1 毫米, 这两条纬线间的纬度差是: (1) 2° , (2) $15'$, (3) $10'$. 求地图的比例尺 (经线长 $1^\circ \approx 111$ 公里, 经线长 $1' \approx 1852$ 米).

$$\text{解 } (1) 111 \times 2 = 222 \text{ (公里)}.$$

$$111.1 \text{ 毫米} : 222 \text{ 公里} \approx 111 : 222000000 = 1 : 2000000.$$

13. 在比例尺 1:500000 的地图上, 两地间的距离是 4.2 厘米. 这段距离在另一张地图上等于 2 厘米, 求这张地图的比例尺.

解 $4.2 \times 500000 = 2100000$ (厘米);

2 厘米:2100000 厘米=1:1050000.

14. 用 1 厘米作基本单位,作一个简单的直线比例尺,使它和数字比例尺 1:1000 相对应. 指出这个比例尺的基本单位、值和最大精确度,并且给出这些概念的定义.

解 (1) 任意作一条直线. 在这直线上任意取一点 0, 从 0 起,向右边截取几段 1 厘米长的(比例尺的基本单位)线段,就是从 0 点起,先截取 1 厘米,接着仍从同一点 0 起,再截取 2 厘米、3 厘米等,一直截到 7 厘米,然后检查一下各点之间的每一段距离是否等于 1 厘米. 此外,从 0 点起,向左边截取 1 厘米(或者 2 厘米)(图 1).

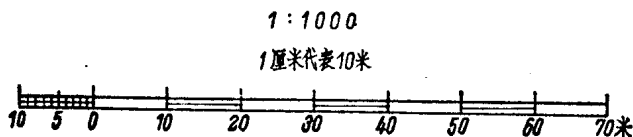


图 1

从 0 点起向右和向左截取的线段叫做比例尺的基本单位. 基本单位可以等于 1 厘米、2 厘米、0.75 厘米等等.

(2) 在分划的上面(或者下面)写上数字,分别跟比例尺的基本单位 1、2 等等相对应,来表示地面上的米(公里等)数,并且在最后一个数字的后面注上名数.

跟比例尺基本单位相对应的地面距离 10 米,叫做用 1 厘米作基本单位的比例尺(1:1000)的值.

(3) 把 0 点左边的线段分成 10 等分,这条线段的每一分划就跟地面上的 1 米($10 \text{ 米} \div 10 = 1 \text{ 米}$)相对应.

我们也可以把 0 点左边的线段分成 5 等分.

(4) 通常认为, 正常的眼睛在距离 25 厘米处目测时, 不能区别和估测小于 0.01 厘米的距离, 并且认为在地图上, 我们只能区别和估测出 0.1 毫米。这条线段在地面上对应的距离, 叫做比例尺的最大精确度。这个比例尺的最大精确度等于 $0.01 \times 1000 = 10$ (厘米)。看来, 最大精确度跟比例尺的基本单位无关。

注 在绘制平面图和地图时, 平面图和地图上孤立点的精确度是 0.2 毫米。这就是图象的精确度。

15. (1) 如果直线比例尺的基本单位分别等于: (a) 2 厘米、(b) 4 厘米、(c) 0.75 厘米、(d) 1.14 厘米、(e) 1.5 厘米、(f) 3.33 厘米, 对应于比例尺是 1:10000 的基本单位的地面上的距离是多少?

(2) 表示这段距离的数叫做什么? (参看第 14 题)

解 (1) (a) $2 \times 10000 = 20000$ (厘米)。

答: (1) (a) 200 米, (2) 比例尺的值。

16. 比例尺的基本单位在地面上对应的距离分别是: (1) 100 米, (2) 200 米, (3) 1 公里。在 0 点左边的线段被分成: (1) 10 等分, (2) 5 等分。跟这条线段最小分划相对应的地面上的距离是多少?

解 (1) $100 \text{ 米} \div 10 = 10 \text{ 米}$ (参看第 14 题)。

17. (1) 跟 0.1 毫米 (或者 0.01 厘米) 相对应的地面上的距离是多少 (比例尺 1:1000)? (2) 这段距离叫做什么?

解 (1) 第一种解法: $0.01 \text{ 厘米} \times 1000 = 10 \text{ 厘米}$ 。

第二种解法: 1 厘米——1000

0.01—— x

$$x = \frac{1000 \times 0.01}{1} = 10 \text{ (厘米)}.$$

(2) 比例尺的最大精确度(参看第14题)。

18. 求下列比例尺的最大精确度: (1)1:2000, (2)1:5000。

19. 根据下列数据,求比例尺的基本单位:

跟比例尺基本单位相对应的地面上的距离	5 公里	15 公里	50 公里	1 公里	10 公里
比例尺	1:420000	1:1900000	1:1500000	1:50000	1:105000
答 数	1.19厘米	1.5 厘米	3.33 厘米	2 厘米	9.52 厘米

解题范例。

(1) 1 厘米——4.2 公里

x ——5 公里

$$x = \frac{1 \times 5}{4.2} = 1.19(\text{厘米});$$

(2) $x:1=5:4.2$; 等等。

20. 根据下列数据,求数字比例尺:

比例尺的基本单位 (厘米)	跟这基本单位相对应的 地面上的距离(公里)	答 数
1	1	1:100000
2.5	5	1:200000
1	10	1:1000000
1.67	25	1:1500000
1.19	1	1:84000
3.4	6.8	1:200000

解 (1) 1 厘米:1 公里=1 厘米:100000 厘米=1:100000。

(2) 2.5 厘米:5 公里=25:500000=1:200000。

21. 作一个地区平面图的步长比例尺, 使它的比例尺是 1 厘米:100 米(或者 1:10000)。

注 在制作步长比例尺时, 通常需要使它对应于已知平面图的米制比例尺(就是用米或者厘米表示的比例尺)或者数字比例尺。

解 (1) 大约 200 米的距离测量 3—4 次后, 很容易求出对应于这段距离的复步平均数(图 2)。

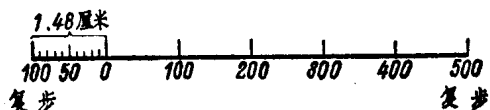


图 2

设 200 米近似等于 135 复步。

用 1 厘米作为比例尺的基本单位, 在每一分划的下面注上对应的复步数, 这样就得到步长比例尺。

(2) 但是 135、270 等数不便于计算, 因此应当取复步的整百数, 例如 100 复步、200 或者 500 复步等作为比例尺的值。如果我们取 100 复步这个数, 它并不等于 200 米, 所以和基本单位 1 厘米不对应, 我们应当求比例尺的新的基本单位, 并且作出另一个比例尺。这个问题的解法如下:

(1) 如果 135 复步等于 200 米, 计算 100 复步等于多少米。

解

$$135 \text{——} 200$$

$$100 \text{——} x$$

$$x = \frac{200 \times 100}{135} \approx 148, x \approx 148 \text{ 米。}$$

所以, 100 复步对应于 148 米。

(2) 当数字比例尺是 1:10000 时, 求图上表示 148 米的线段。

解 $148 \div 10000 = \frac{14800}{10000} \approx 1.48$ (厘米)。

取 1.48 厘米长的綫段, 作为比例尺的新基本单位。

(3) 作一个步长比例尺, 用 1.48 厘米长的綫段作为基本单位, 100 复步作为比例尺的值。

解 把一条直綫按 1.48 厘米分成等分。在第一条綫段的右端写上 0, 接着写上 100、200 等复步 (只在最后一个数的后面写上名数单位)。把 0 点左边的第一条綫段分成 5 等分或者 10 等分。如果分成 5 等分, 每一最小分划就对应于 20 复步 ($100 \div 5 = 20$), 如果分成 10 等分, 每一最小分划就对应于 10 复步。按照这样的比例尺, 在平面图上截取用复步所量出的距离, 这样就得到比例尺 1:10000 的距离。

和步长比例尺一样, 通常也可以制作米制直綫比例尺。有时在同一条綫上, 上面的数和米制比例尺对应, 而下面的数和步长比例尺对应。

22. 如果 (1) 200 米 = 130 复步, (2) 200 米 = 122 复步, 用 100 复步作为比例尺的值, 求测图 (比例尺 1:20000) 的步长比例尺的基本单位。

解 (1) $130 \text{ 复步} \text{---} 200 \text{ 米}$
 $100 \text{ 复步} \text{---} x$
 $x \approx 154 \text{ 米}.$

$154 \text{ 米} \div 20000 = 15400 \text{ 厘米} \div 20000 \approx 0.77 \text{ 厘米}.$

答: (1) 0.77 厘米, (2) 0.82 厘米。

23. 技术員 (地形測量員) 計算一公里平均有 450 个三步。求测图 (比例尺 1:50000) 的步长比例尺的基本单位。

解 用 500 个三步作为比例尺的值; 求跟 500 个三步相对应的米数是多少。

450 个三步——1000 米

500 个三步—— x

$x = 1111$ 米。

再求跟数字比例尺 1:50000 相对应的比例尺的新基本单位。

$$1111 \div 50000 = 2.22 (\text{厘米}).$$

答: 2.2 厘米。

注 必須記住, 在第 20、21、22 三題里用复步測量距离时, 所指的是硬地、沒有障碍物并且地面近似于水平綫。在同样条件下, 通常也能求出平均一步的大小(S), 經驗証明, 在砂地行走时, 平均一步的大小要减少 11%; 在草地行走时, 要减少 3—7%。此外, 平均一步的大小(S)和所測直綫对于地平綫的傾斜角(α)有关。表里第一橫行是傾斜角的大小, 第二橫行是平均一步減小的值(ΔS)跟平均一步大小(S)的比 $\frac{\Delta S}{S}$ 。

α (度)	5°	10°	20°	30°	5°—10°	15°	20°	30°
	上 坡 路				下 坡 路			
$\frac{\Delta S}{S}$	10%	20%	35%	50%	5%	10%	15%	35%

在求一步的大小时, 也可以利用經驗公式, 根据这个公式, 測量員能够按照他的身長(H)求出一步的大小。

$$\text{一步的大小 } (S) = \frac{H}{4} + 37 (\text{用厘米表示}).$$

上面的数据可以应用于百分比和制作步长比例尺。

二 平面图的概念

实习作业。研究有关方向照准綫、直綫定綫、利用直角器引垂綫以及方位角(或者象限角)的問題, 可以作綜合的实习作业,

为此应当预先绘出下列平面图(参看图3):

- (1) 定出线段 AB ;
- (2) 测量距离 AB ;
- (3) 求出方向线 AB 的象限角;

(4) 在方向线 AB 上, 求 A 点到地物(桥、标杆)的距离;

(5) 在线段 AB 上求一点 D , 使从这点看地物 E (树) 的视线和 AB 成直角;

(6) 测量 CD 以及 CD 到地物 E 的距离 DE ;

(7) 在 F 树立标杆, 或者在 B 、 E 两点的方向照准线上选定一个地物;

(8) 测量距离 BF 。

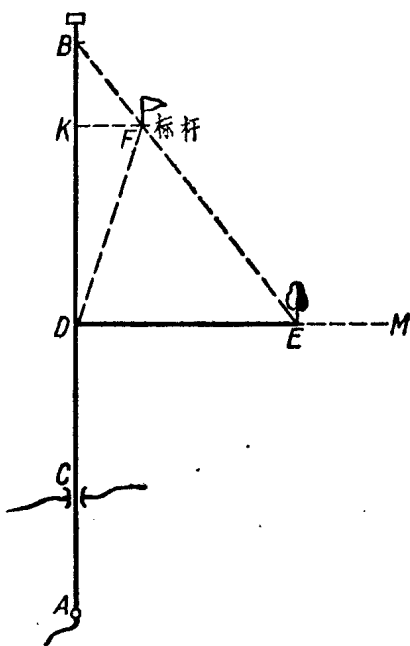


图 3

注 用卷尺、测绳或者复步进行测量。

课堂作业:

- (1) 在图上画出方向线 AB ;
- (2) 按比例尺 1:1000 画出线段 AB ;
- (3) 在图上标出 C 和 D 两点;
- (4) 画出方向线 DE , 并且标出 E 点;
- (5) 在图上标出 F 点(在 B 、 E 两点的方向照准线上求 F 点, 就是在直线 BE 上求 F 点);
- (6) 在平面图上作 $F_1K_1 \perp A_1B_1$, 并且比较 FK 和 AB 在