S. S. S.

重編平面幾何學

Schultze, Sevenoak, & Stone
原　著
薛德炯　薛鴻陸
合　譯

中國科學圖書儀器公司
發　行

S. S. S.

重編平面幾何學

Arthur Schultze 原著

Frank L. Sevenoak
Limond C. Stone 重編

薛德炯 薛鴻陸 合譯

中國科學圖書儀器公司

發行

S. S. S.

重編平面幾何學

中華民國卅六年八月初版

原著者 Schultze, Sevenoak, & Stone

譯者 薛德炯 薛鴻陸

發行者 楊孝述

發行所 中國科學圖書儀器公司
上海中正中路五三七號

印刷所 中國科學圖書儀器公司
上海中正中路五三七號

分公司 中國科學圖書儀器公司
南京 廣州 重慶 北平 漢口

I 19 基價 470 10/10——0.10

譯者贅言

Schultze, Sevenoak, Schuyler 三氏所編平面幾何學，我國有好幾種譯本。譯者與吳載耀君及長子鴻達亦曾於戰時合譯一通，交由開明書店印行。當時譯者與吳君均在陪都，譯完之後，本曾贅附所以不惜重譯的緣起，乃以倉卒寄滬排印而脫落，未及印入。勝利後還鄉，得見原本已經 Stone 氏於 1935 年加以重編；我國又已有譯本，譯者認為未盡合編印幾何學教科書的理想，仍有重行譯印的必要。因命次子鴻陸先行試譯，作為初稿，然後再行修整付印。顏曰'重編平面幾何學'，以別於舊本。茲以發行有期，用再贅述數語如下：

1. 幾何學教本不能離圖。圖與文應載於一處，不可任意隔離，分載於上下頁，致累讀者反復翻閱。歐美一般幾何學教本，類多將命題逐頁各自起訖。其內容短者，加附簡單習題以補滿一頁的篇幅；內容長者，則編排於頁碼雙單數的兩面，以便讀者仍得圖文並讀，無勞翻轉；內容過長者，或礙難避免分離者，則寧將一圖兩載，兩面都有，以貫徹圖文不離的精神。我國所印幾何書籍，顧及此點者不多。譯者深感從事編譯者忽於注意小節，甚至諉過於手民，手民無乃太冤！

2. 幾何學以理則（邏輯）為基本，故行文首忌模棱兩可，似是而非。譬如'畫圓的兩條割線'，與'畫圓的割線兩條'二語，粗看似乎相同，細辨實有分別。譯者於此等處所，頗三致意，有人謂我好咬文嚼字，其實文字不可不加咬嚼，尤其是讀幾何學者，咬嚼得細，纔有至味。

再舉幾個例來說，譬如：

(a) '一切的線'，不可略作'一切線'，以免與'一條切線'相混。

(b) '其餘的角'，不可略作'其餘角'，以免與'它的餘角'相混。

(c) 'and'不可譯'和'，以免與'sum'譯為'和'相混。

(d) 'pair'不可譯'對'，以免如互補角的兩角並不一定成對而硬派成對。

(e) 'student'不可譯'學者'，以免尚未成'學者'而強作學者。

(f) '定理之逆'不盡合理，未經證明其合理，不可硬認為定理。

• •

(3)書中所編節次，重在便於引注，故命題相同者，初見時編定了節次，重見時仍用原編節次，如第 239 頁的'292'節重見於第 288 頁時仍編為'292'節是。讀者慎勿以為錯誤。

(4)原本中所用單位均係英美制，本書除必要者悉照原文外，其他認為祇屬假設不妨變更者，有時稍行變更，如'英寸'，'英尺'等簡譯作'尺'，'寸'是。

(5)本書所用名詞，悉照部頒數學名詞，惟於'等腰三角形'，'等腰梯形'的'等腰'二字，則仍採通用的'二等邊'以代之，藉求醒豁，以免不致誤解'腰'字有曲線性。

(6)原本有欠謹嚴處，如'circumference'一詞，不見定義而下文突然使用之類，譯者已隨加補充，括以方括號(〔 〕)以示非原文。

(7)原本間有錯誤及前後欠呼應處，凡有所發見，已代修正。

(8)本書抽閒譯成，雖經幾度校讎，有待斟酌之處，仍屬難免，悉心修訂，惟有俟諸來日。

薛德炯

符　號

$\cong$	全等.
$\neq$	不等於.
$>$	大於.
$<$	小於.
$\therefore$	故,所以.
$\perp$	垂線,垂直於.
$\parallel$	平行,平行於.
$\sim$	相似,相似於.
$\angle$	角.
$\triangle$	三角形.
$\square$	平行四邊形.
$\odot$	圓.
$\circeq$	數量上等於.

告初學者

初學幾何時，須悉心參考，不可輕易放過一字．若有忽略，至後應用，卽有扞格不通之病．

學幾何須看其論理着手處，方能得入門之徑．

學幾何須時時用心，此心須深入題內，得其竅竅；又須高踞題巔，求其綱領．

學幾何出話須有程式，須語語有據，而句句就範．不得下一朦朧語，亦不得作一武斷語．至若妄下命令詞或縱所欲言，皆在禁例．

證理長者，前後皆有線索可尋，初學者須探其草蛇灰線之跡，庶能得立言之法．

已學得之公理，定理等務須時時省憶，不可遺忘．

記憶定理時，務須在證法上，圖形關係上，會通上着意，不必在字句上死憶．若徒事背誦，以後用時仍難驅遣，卽落下乘．

學定理須力求清徹，稍有含糊處卽宜詢問，至完全了解後，宜更推求何故如此證法，試自掩卷尋思，別求他道，至必不能得而後止．

證題如認路，身自摸索，雖或誤入歧途空費時力；然一再循行，路之熟者孔多，以後卽能頭頭是道．故初學者證題須力自思索，苟非萬不得已，不宜輕易詢人．

初學證題時，第一，就題中所有名詞體會其義；第二，就與假設結論有關之圖形性質盡數臚列．由是淘沙取金，闡發其間關係，再行整理，卽得之矣．

證題前繪圖，圖宜精確；證題時寫式，式宜清晰．圖不精則將陷於謬誤，且不易見出病源；式不清則將紊亂思路而艱於收束．

記號一定則少淆亂，且可略去無謂之申明，故記號不宜妄改．

初學者不宜輕視易作之題，蓋易者卽爲難者之基，輕之不加熟習，則後此皆荆棘矣．

初學者更不宜畏視難作之題，吾人睿智，用而始出．不有磨練，則思致不靈．且凡所謂難，不過在着手之初不能一索卽獲耳．若一再得手，卽能力進而路徑多，非特難將自退，且有左右逢源之樂．若一存畏避之念，難更將日出而不窮．何況教科書中初無絕對之難題乎．

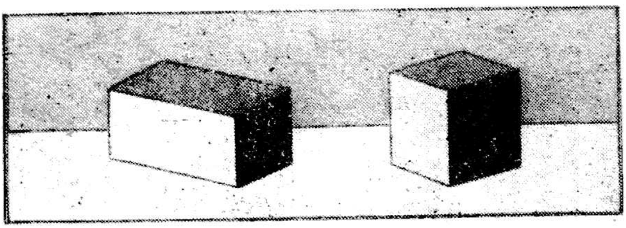
初學者每學得一法，宜求善用之道；或於已解之諸題中，求其合此之例，再考察能用此法者恆屬何類之題，則嗣後應用，庶能確有把握．

節錄吳在淵先生語

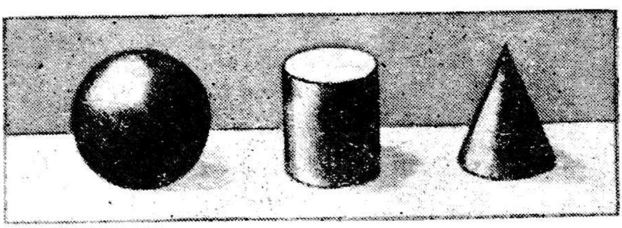
目　次

導　　言

凡實體(實物)都占有空間. 實體若有數個平的表面,如木箱所有者時,則有三維(亦稱度),稱做長(即長短),濶(即濶狹),厚(即厚薄,或高(即高低),這是吾人所熟知的事.



實體若有曲的表面,如球所有者時,則其各維雖均用其半徑來表示,亦占有'三維'空間.



平面幾何學祇論究平的表面上所作的圖形. 圖形若是用直線構成者,則祇可有二維. 若是用曲線構成者,則其二維均用半徑表示.

幾何學所論究的事項及圖形,大多是日常生活上所常見者. 讀者當能答出下列諸題.

1. 角是什麼?
2. 平行線是什麼?
3. 三角形是什麼? 正方形呢?
4. 直線改變過它的方向嗎?
5. 直線可以延引到多遠?
6. 二條直線可以相交幾次?
7. 從甲點到乙點可作幾條直線?

讀者對於上述1,2,3題的答案,或許會是不合科學的. 因為一種科學沒有精確的定義,即不能合乎理則(邏輯)地發展,所以對於上舉各圖形以及快要玩索的其他圖形,必須嚴格地予以科學的定義.

對於4,5,6,7諸題的答案,必須確立方式,俾得用作基本,以備深造.

故初步的作業,先要習得若干精確的定義,若干謹嚴的假定,以及作出精確的圖形.

陳述確當,證明公允,均是學習幾何學時恆常的目標.陳述浮泛,理解膚淺,在任何科學上均難立足,而尤以在幾何學上為最.

I. 線的定義

1. 線祇有一維——長.

例如,作為兩個省分分界的"省界線",祇有長而無闊.

2. 點無維——祇有位置.

例如，船舶在海面上的地位是藉其經緯度所表示的一點。線上的點無長，亦無闊。

3. **直線，是在其任何各點上不變其方向的線。**

由此定義易於推知：

(a) 直線是兩點間最短的距離，

(b) 兩直線祇能相交於一點，

(c) 兩點決定一直線；即過兩點祇可作一直線。

4. **折線是由二條以上不同向的直線聯接而成。**

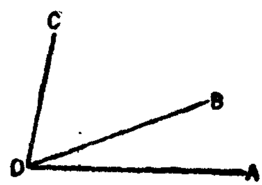
5. **曲線是在其每一點上改變其方向的線。**

平面幾何學上所用的曲線祇有圓或圓弧。

II. 角的定義

6. **角由兩直線遇於一點而成，此點稱做頂點。**

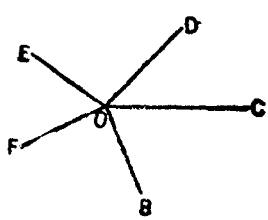
名舉角的方法，必須學習。如圖，含有同一點（或頂點）O 的角共有三個，而其邊均不同。故此三個角須用其邊來名舉。例如，最小的角稱做 AOB，最大的角稱做 AOC，第三個角稱做 BOC。注意着中間的字母表示其頂點。此圖亦顯示最大的角，是其他二角所組成，且等於其和。



$$\angle AOC=\angle AOB+\angle BOC.$$

故又 $$\angle AOC-\angle BOC=\angle AOB.$$

因而，吾人習得：各角可加可減。



習題 1. $\angle BOD$ 等於那幾個角的和？

習題 2. $\angle BOE$ 等於那幾個角的和？

習題 3. $\angle BOE-\angle EOC$ 等於何角？

所有關於一點的諸角之和，稱做關於一點的總角量，計等於 360 度，亦即 360°。

7. **平角**是兩邊在同一直線上，其頂點循相反方向延長的角；例如，$\angle AOB$.

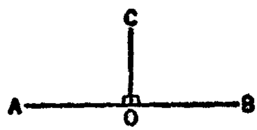
平角等於 180°。

凡平角均相等。

鐘的兩針何時形成平角?

平角是關於一點的總角量中的若何部分?

8. **直角**是平角一半〔的角〕。例如，$\angle COB$ 及 $\angle COA$ 都是直角。



直角有幾度?

凡直角均相等。

鐘的兩針何時形成直角?

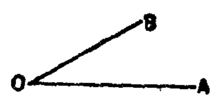
直角是關於一點的總角量中的若何部分?

9. **垂線**是形成直角的線。$CO \perp AB$，而 $AB \perp CO$。

此直角的的兩邊稱做互爲垂線。

習題. 設 $\angle AOC = \angle COB$，則 $CO \perp AB$，何故?

10. **銳角**是小於直角的角。



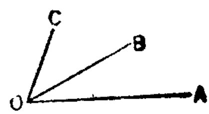
11. **鈍角**是大於直角而小於平角的角。

12. 所有的角,除直角及平角外,統稱做斜角. 例如,銳角及鈍角都是斜角.

III. 兩兩並論的角之定義

13. 隣角是有公頂點,並有公邊介乎其間的兩角.

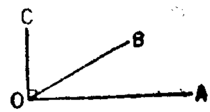
$\angle AOB$ 與 $\angle BOC$ 是鄰角.



習題 1. 何角等於 $\angle AOB + \angle BOC$?

習題 2. 何角等於 $\angle AOC - \angle BOC$?

習題 3. 何角等於 $\angle AOC - \angle AOB$?

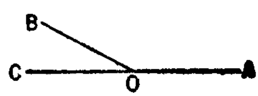


14. 兩角的和等於一直角時,則此兩角稱做互餘角. 各角稱做他一角的餘角.

$\angle AOB$ 與 $\angle BOC$ 是互餘角.

$\angle AOB$ 是 $\angle BOC$ 的餘角, $\angle BOC$ 是 $\angle AOB$ 的餘角.

[注]各餘角等於從直角減去他一角. 互餘角的兩角若相等,則兩角各有幾度?



15. 兩角的和等於一平角時,則此兩角稱做互補角. 各角稱做他一角的補角.

$\angle AOB$ 與 $\angle BOC$ 是互補角.

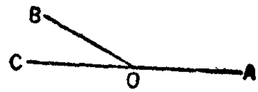
$\angle AOB$ 是 $\angle BOC$ 的補角, $\angle BOC$ 是 $\angle AOB$ 的補角.

互補角的兩角若相等,則兩角各有幾度?

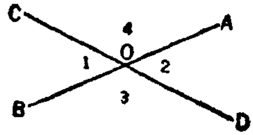
兩個直角成互補角否?

通常兩角各若成互補角時,則一爲銳角,一爲鈍角.

下列要言，由互補角的定義得易導出：



凡互補角的半角都成互餘角。(平角的半角是直角。)



凡互餘角的二倍角都成互補角。(直角的二倍角是平角。)

16. 兩角互相對向，並由兩相交直線形成者，稱做對頂角。

直線 AB 與直線 CD 相交於點 O，形成四個角。

習題 1. 試舉"鄰角"四對.

習題 2. 試舉"對頂角"兩對.

習題 3. 試舉"互補角"四對.

習題 4. 試分舉 $\angle AOC$ 的，$\angle DOA$ 的，$\angle BOC$ 的，$\angle BOD$ 的兩個補角.

IV. 角 度

17. 角度的單位是度，一度等於直角的 $\frac{1}{90}$。

一度分爲 60 等分，各稱做分；即 $1^\circ=60'$。

一分分爲 60 等分，各稱做秒；即 $1'=60''$。

18. 角度表：

$60''=1'$

$60'=1^\circ$

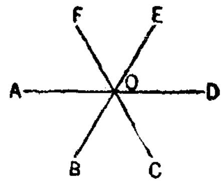
$90^\circ=1$ 直角。

$180^\circ=1$ 平角。

$360^\circ=$ 關於一點的總角量。

習題 1. 試加：

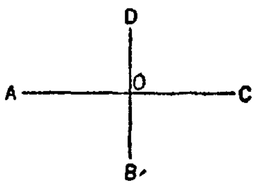
$$\begin{array}{r} 23^\circ \quad 47' \\ \underline{37^\circ \quad 34'} \end{array}$$



習題 2. 試減：

$$\begin{array}{r} 40^\circ \quad 23' \\ \underline{17^\circ \quad 35'} \end{array}$$

習題 3. 設關於一點有六個等角，則各角有幾度？ $\angle FOC$ 是平角否？ $\angle AOD$ 是平角否？

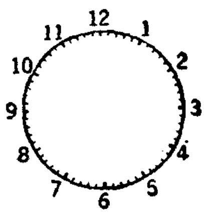


習題 4. 設關於一點有四個等角，則各角有幾度？各角稱做什麼角？ AOC 是直線嗎？ DOB 呢？ DB 與 AC互相垂直否？何故？

習題 5. 試從 45°45′ 的角，直角，以及平角，分別減去 30°30′ 的角.

習題 6. 試加直角之半於平角的三分之二.

習題 7. 鐘面上每一小時間占有幾度？每一分間呢？



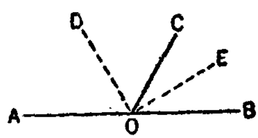
習題 8. 鐘的兩針間，在 3 點鐘時是什麼角？在 6 點鐘呢？在 9 點鐘呢？在 10 點鐘呢？在 6:30 時呢？在 5:30 時呢？

習題 9. 用代數符號記出：

(a)　x° 角的餘角.

(b)　x° 角的補角.

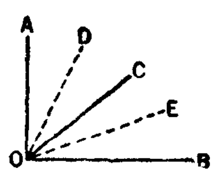
(c)　x° 角的餘角增大 40°.



習題 10. 設 $\angle AOC = 120^\circ$，$\angle COB = 60^\circ$，則此兩角的二等分線所成 $\angle DOE$ 中有幾度？

習題 11. 設 AOB 為一直線，$\angle AOC = x^\circ$，則 $\angle AOC$，$\angle COB$ 的平分線所成的 $\angle DOE$ 中有幾度？（提示：先將 $\angle COB$ 表出.）

習題 12 任何兩個互補的鄰角，其平分線所成的角若何？



習題 13. 設 $\angle AOC = 50^\circ$，$\angle COB = 40^\circ$，則其平分線 DO 及 OE 所成的角若何？

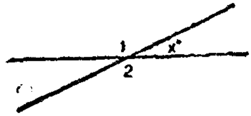
習題 14. 任何兩個互餘的鄰角，其平分線所成的角若何？

關於餘角,補角的數值題

1. 求 $45°, 47°11', 51°41'27''$, $x°$ 各角的餘角.
2. 求 $75°, 77°9', 121°51'24''$, $x°$ 各角的餘角.
3. 某角的餘角較其大 $20°$, 求某角的度數.
4. 某角的補角較其大 $100°$, 求某角的度數.
5. 某角的餘角較其半角大 $30°$, 求某角的度數.
6. 某角的補角較其半角大 $120°$, 求某角的度數.
7. 何種的角等於其補角?
8. 一角的補角較其餘角大若干?
9. 兩個互餘角,其一 4 倍於他一,求各有幾度.
10. $89°59'60''$ 的角是何種角?
11. 餘角為 $47°$ 的角有幾度? $80°$ 的呢?
12. 求 $150°, 140°$ 的補角之餘角各有幾度.
13. 求 $75°, 19°, 86°, 78°$ 的餘角之補角各有幾度.
14. 餘角為 $54°$ 的角,其補角有幾度?
15. 補角為 $130°$ 的角,其餘角若何?
16. 某角的餘角與其補角之比為 $4:13$, 求某角.
17. 某角的餘角與其補角之和,較其餘角的 4 倍小 $25°$, 求某角.
18. 設某角的餘角與其補角之和為 $120°$, 則某角若何?
19. 某角的餘角與其補角之比為 $2:7$, 求某角有幾度.
20. 某角的補角較其餘角的 5 倍大 $10°$, 求某角.
21. 某角的補角 7 倍於其餘角,求某角.
22. 一角增大時,其餘角怎樣變更? 其補角呢? 一角減小時,其餘角,補角各怎樣變更?
23. 何種的角無餘角? 它可以有補角嗎? 何種的角無補角?

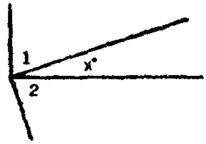
19. **凡同角或等角的補角相等.**

因爲都等於 $180° - x°$ 故.



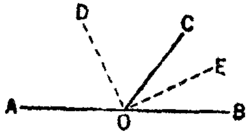
20. **凡同角或等角的餘角相等.**

因爲都等於 $90° - x°$ 故.



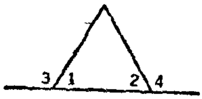
關於補角,餘角的習題

1. 設 DO 平分 $\angle AOC$, EO 平分 $\angle COB$,試證 $\angle DOE = 90°$ (提示: $\angle AOC + \angle COB = 180°$).



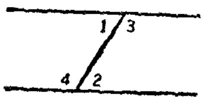
2. 設 $\angle 1 = \angle 2$, 試證 $\angle 3 = \angle 4$.

3. 在同圖中,設 $\angle 3 = \angle 4$,試證 $\angle 1 = \angle 2$.



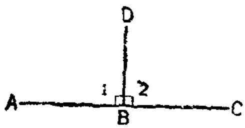
4. 設 $\angle 1 = \angle 2$, 試證 $\angle 3 = \angle 4$.

5. 在同圖中,設 $\angle 1 = \angle 2$,試證 (a) $\angle 1$ 與 $\angle 4$ 成互補角; (b) $\angle 3$ 與 $\angle 2$ 成互補角.



6. 在同圖中,設 $\angle 1$ 是 $\angle 4$ 的補角,試證 (a) $\angle 1 = \angle 2$; (b) $\angle 3 = \angle 4$.

7. 設 $\angle 1$, $\angle 2$ 均爲直角,試證 ABC 爲一直線.



8. 設 $OA \perp AB$, $OC \perp BC$, $\angle 3 = \angle 4$, 試證 $\angle 1 = \angle 2$.