



教育部高职高专规划教材
Jiaoyubu Gaozhi Gaozhuan Guihua Jiaocai

自动控制原理 及其应用

黄 坚 主编



高等教育出版社

教育部高职高专规划教材

自动控制原理及其应用

黄 坚 主编

高等教育出版社

内 容 提 要

本书是教育部高职高专规划教材。

全书介绍了经典控制理论的基本概念,基本理论和基本分析方法。主要内容有:控制系统的数学模型、时域分析法、频率特性法、控制系统的校正与设计、采样控制系统分析等。各章除有小结和习题外,大多配有实例。

全书强调理论的工程应用。将电力拖动自动控制系统的工程设计和分析方法作为自控原理的自然延伸,使二者有机地结合起来。全书力求突出物理概念,尽量减少繁琐的数学推导,叙述深入浅出,通俗易懂,具有一定的特色。

本书适用于高职、高专、成人高校以及本科院校举办的二级职业技术学院电气、自动化及机电类专业,也可供有关专业的师生和从事自动化工作的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理及其应用/黄坚主编. —北京:高等教育出版社,2001(2003 重印)

教育部高职高专规划教材

ISBN 7-04-009823-7

I. 自… II. 黄… III. 自动控制理论—高等学校:技术学校—教材 IV. TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 01246 号

自动控制原理及其应用

黄坚 主编

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市东城区沙滩后街 55 号
邮政编码 100009
传 真 010-64014048

购书热线 010-64054588
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>

经 销 新华书店北京发行所
排 版 高等教育出版社照排中心
印 刷 北京印刷二厂

开 本 787×1092 1/16
印 张 12.25
字 数 280 000

版 次 2001 年 7 月第 1 版
印 次 2003 年 4 月第 3 次印刷
定 价 14.50 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

出版说明

教材建设工作是整个高职高专教育教学工作中的重要组成部分。改革开放以来,在各级教育行政部门、学校和有关出版社的共同努力下,各地已出版了一批高职高专教育教材。但从整体上看,具有高职高专教育特色的教材极其匮乏,不少院校尚在借用本科或中专教材,教材建设仍落后于高职高专教育的发展需要。为此,1999年教育部组织制定了《高职高专教育基础课程教学基本要求》(以下简称《基本要求》)和《高职高专教育专业人才培养目标及规格》(以下简称《培养规格》),通过推荐、招标及遴选,组织了一批学术水平高、教学经验丰富、实践能力强的教师,成立了“教育部高职高专规划教材”编写队伍,并在有关出版社的积极配合下,推出一批“教育部高职高专规划教材”。

“教育部高职高专规划教材”计划出版500种,用5年左右时间完成。出版后的教材将覆盖高职高专教育的基础课程和主干专业课程。计划先用2~3年的时间,在继承原有高职、高专和成人高等学校教材建设成果的基础上,充分汲取近几年来各类学校在探索培养技术应用型专门人才方面取得的成功经验,解决好新形势下高职高专教育教材的有无问题;然后再用2~3年的时间,在《新世纪高职高专教育人才培养模式和教学内容体系改革与建设项目计划》立项研究的基础上,通过研究、改革和建设,推出一大批教育部高职高专教育教材,从而形成优化配套的高职高专教育教材体系。

“教育部高职高专规划教材”是按照《基本要求》和《培养规格》的要求,充分汲取高职、高专和成人高等学校在探索培养技术应用型专门人才方面取得的成功经验和教学成果编写而成的,适用于高等职业学校、高等专科学校、成人高校及本科院校举办的二级职业技术学院和民办高校使用。

教育部高等教育司

2000年4月3日

前言

随着科学技术的迅猛发展,自动控制技术的应用领域日益广阔。它不仅大量应用于空间科技、冶金、轻工、机电工程以及交通管理、环境保护等领域,而且正不断向生物、人类社会等其他领域渗透。自动控制技术的广泛应用,不但使得生产设备或生产过程实现自动化,大大提高了劳动生产率和产品质量,改善了劳动条件;同时,在人类征服大自然,改善居住、生活条件等方面也发挥了非常重要的作用。

自动控制技术是一门理论性较强的科学技术,其研究对象为自动控制系统。分析和设计自动控制系统的理论基础就是自动控制原理。自动控制原理大致可分为经典控制理论和现代控制理论。基于后续课程和工程实际的需要,本书主要介绍经典控制理论的基本概念、基本原理和工程中应用最广的两种基本方法:时域分析法和频率特性法。同时,结合工程实际,介绍了自动控制系统的校正和设计方法以及采样控制系统的分析方法。

本书的主要特点是:紧密结合后续“自动控制系统”课程,举出工程实例,使读者明了怎样运用所学理论于工程实际;着重物理概念的阐述,尽量避免冗长繁琐的数学推导,力求深入浅出,方便自学;由于课时有限,在内容的安排上不求全面,只求符合工程实际需要。

本书由南京工程学院黄坚任主编,并编写了绝大部分章节,宋丽蓉任副主编。本书由浙江大学邹伯敏教授主审。无锡江南学院燕庆明教授,上海冶金高等专科学校钱平副教授对本书的编写提出了非常宝贵的意见。特别要感谢的是邹伯敏教授,他花费了许多宝贵的时间,对本书作了极为仔细的审阅,提出了许多指导性的意见。另外,也要感谢本书的编辑韩颖同志,她为本书的出版花费了不少心血。在此,向所有为本书的出版给予帮助的同志致以深切的谢意。

由于编者的水平有限,时间较紧,书中不妥与错误之处在所难免,恳请广大读者和专家批评指正。

目 录

第一章 概述	1	的关系	101
第一节 自动控制与自动控制系统	1	第五节 闭环频率特性与时域指标的	
第二节 自动控制系统的分类	4	关系	107
第三节 对控制系统性能的要求	5	第六节 用频率特性法分析系统性能	
第四节 自动控制理论发展简述	6	举例	109
小结	7	小结	111
习题	7	习题	112
第二章 自动控制系统的数学模型	9	第五章 控制系统的校正与设计	116
第一节 控制系统的微分方程	9	第一节 系统校正的一般方法	116
第二节 传递函数	12	第二节 控制系统的工程设计方法	132
第三节 动态结构图	21	第三节 控制系统的设计举例	141
第四节 反馈控制系统的传递函数	31	小结	147
第五节 控制系统数学模型的建立与化		习题	147
简举例	32	第六章 采样控制系统分析	150
小结	35	第一节 采样控制系统的基本概念	150
习题	36	第二节 采样控制系统的数学基础	154
第三章 时域分析法	39	第三节 采样控制系统的脉冲传递函	
第一节 系统性能指标及动态性能分析	39	数	163
第二节 控制系统的稳定性分析	54	第四节 采样控制系统的动态性能分	
第三节 控制系统的稳态误差分析	59	析	169
第四节 用时域法分析系统性能举例	65	第五节 采样控制系统的稳定性分析	174
小结	70	第六节 采样控制系统的稳态误差分	
习题	71	析	177
第四章 频率特性法	75	小结	180
第一节 频率特性的基本概念	75	习题	181
第二节 典型环节与系统的频率特性	78	附录 常用函数的拉氏变换与 z 变换	
第三节 用频率特性法分析系统稳定性	92	对照表	184
第四节 开环频率特性与闭环系统性能		参考文献	187

第一章 概 述

本章将简要介绍有关自动控制的一般概念、自动控制系统的组成和分类、对控制系统的基本要求以及有关自动控制理论的基本情况。

第一节 自动控制与自动控制系统

一、自动控制的基本概念

在现代科学技术的许多领域中,自动控制技术得到了广泛的应用。所谓自动控制,是指在无人直接参与的情况下,利用控制装置操纵受控对象,使被控量等于给定值或按输入信号的变化规律去变化,如图 1-1 所示。图中,由控制器与检测元件所组成的控制装置以及受控对象为物理装置,而给定值和被控量均为一定形式的物理量。下面举例加以说明。

例 1-1 水温控制系统见图 1-2。这里受控对象为水箱,具体地说,是水箱中的水。控制装置包括热敏元件(用于测量水温)、控制器(它的输入为给定值与测量值之差,输出为阀门开度的控制量)和阀门(作用为执行控制器发出的控制命令)。被控量为水温,它是表征受控对象物理特征的物理量。而给定值为要求达到的水温值,它可以是与该水温值对应的不同形式的物理量。

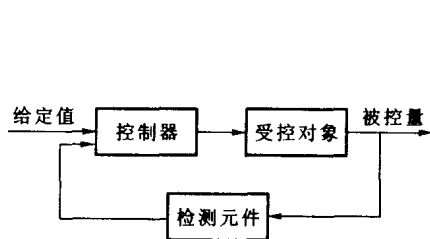


图 1-1 自动控制示意图

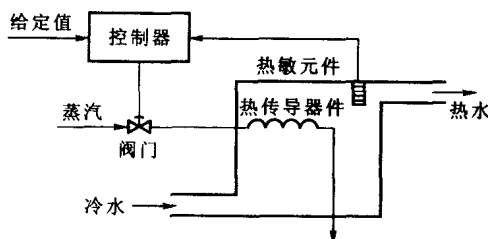


图 1-2 水温控制系统

该控制系统的工作原理为:水箱中流入冷水,热蒸汽经阀门并流经热传导器件,通过热传导作用将冷水加热,加热后的水流出水箱。若由于某种原因,水箱中的水温低于给定值所要求的水温,则热敏元件将检测到的水温值转换成与给定值相同的物理量,并馈送给控制器,控制器将给定值和检测值比较之后,发出控制信号,将阀门的开度增加,使更多的蒸汽流入,直至实际水温与给定值相符为止。反之,当水温偏高时,同样亦可进行相应的调节。这样,就实现了没有人直接参与情况下的自动水温控制。

二、自动控制系统的基本构成及控制方式

自动控制系统一般有两种基本结构,对应着两种基本控制方式。

1. 开环控制

控制装置与受控对象之间只有顺向作用而无反向联系时,称为开环控制,见图 1-3。

例 1-2 简单的电动机转速控制系统,如图 1-4 所示。

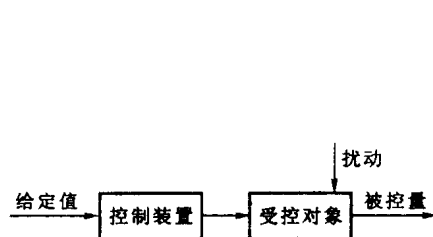


图 1-3 开环控制系统

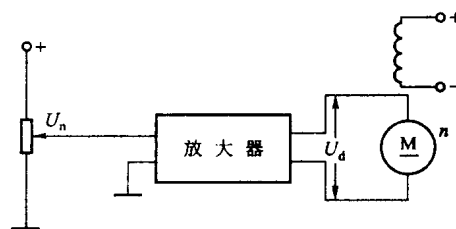


图 1-4 开环控制的调速系统

本例中,受控对象为电动机,控制装置为电位器、放大器。当改变给定电压 U_n 时,经放大器放大后的电压 U_d 随之变化,作为被控量的电动机转速 n 亦随之变化。就是说,系统正常工作时,应由 U_n 来确定 n 。

若由于电网电压的波动,或负载的改变等扰动量的影响使得转速 n 发生变化,而这种变化未能被反馈至控制装置并影响控制过程,则系统无法克服由此产生的偏差。

开环控制的特点是,系统结构和控制过程均很简单,但由于这类系统无抗扰能力,因而其控制精度较低,大大限制了它的应用范围。开环控制一般只能用于对控制性能要求不高的场合。

如果扰动能被测出来,则可以采用按扰动补偿的控制方式,见图 1-5。其基本原理是,将扰动测量出来,送入控制器,以形成与扰动作用相反的控制量,该控制量与扰动共同作用的结果,使被控量基本不受扰动的影响。由图 1-5 可知,在这种控制方式中,由于被控量对控制过程不产生任何影响,故它也属于开环控制。

2. 闭环控制

控制装置与受控对象之间,不但有顺向作用,而且还有反向联系,即有被控量对控制过程的影响,这种控制称为闭环控制,相应的控制系统称为闭环控制系统,见图 1-6。

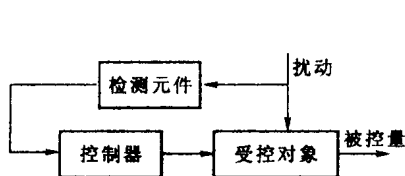


图 1-5 按扰动补偿的控制方式

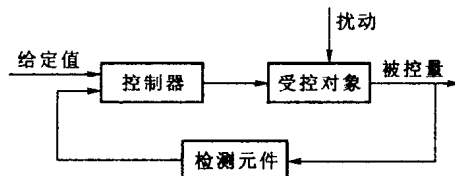


图 1-6 闭环控制系统

闭环控制又常称为反馈控制或按偏差控制。

例 1-3 图 1-7 是一个位置随动系统,其原理如图 1-8 所示。该系统用一对电位器作为位置检测元件,并形成比较电路。两个电位器分别将系统的输入和输出位置信号转换成与之成比例的电压信号,并作出比较。当发送电位器的转角 θ_r 和接受电位器的转角 θ_c 相等时,对应的电压亦相等,即 $U_r = U_c$,故 $U_e = U_r - U_c = 0$,因而 $U_d = 0$,电动机处于静止状态。若使发送电位器的转角逆时针方向增加一个角度 $\Delta\theta_r$,则由于 U_r 大于 U_c 而产生一个相应极性的偏差电压 U_e ,经放大器放大后得到 U_d ,供给直流电动机,使其带动负载和接收电位器的动臂一起逆时针旋转,直至 $\theta_r = \theta_c$ 为止。

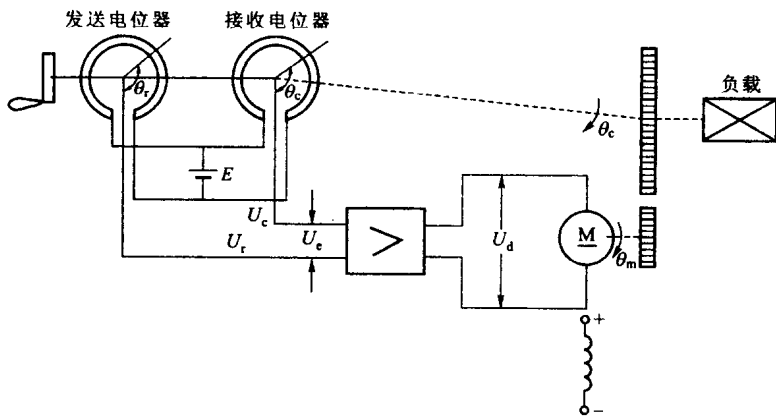


图 1-7 直流随动系统

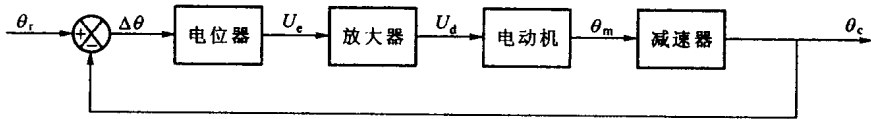


图 1-8 直流随动系统原理框图

例 1-4 采用转速负反馈的直流电动机调速系统,见图 1-9。此系统与上述开环控制系统不同的是,增加了作为测量装置的测速发电机以及分压电位器。电动机的转速 n 被其转换成反馈电压 U_f ,并反馈至输入端,形成闭合回路。加在放大器输入端的电压 e 为给定电压 U_n 与 U_f 的差值,即

$$e = U_n - U_f$$

此闭环控制系统中,输出转速 n 取决于给定电压 U_n 。而对于由电网电压波动,负载变化以及除测量装置之外的其他部分的参数变化所引起的转速变化,都可以通过自动调整加以抑制。例如,如果由于以上原因使得转速下降($n \downarrow$),将通过以下的调节过程使 n 基本维持恒定。

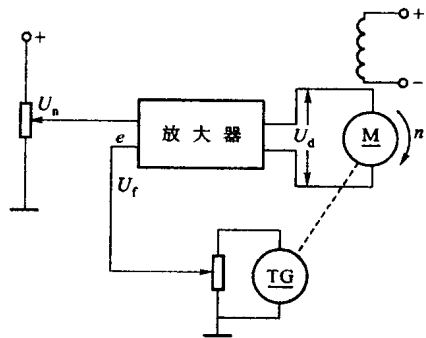


图 1-9 闭环控制的调速系统

$$n \downarrow \rightarrow U_i \downarrow \rightarrow e \uparrow \rightarrow U_d \uparrow \rightarrow n \uparrow$$

由上述例子可知,闭环控制系统具有如下的特点:

(1) 由于系统的控制作用是通过给定值与反馈量的差值进行的,故这种控制常称为按偏差控制,又称反馈控制。

(2) 这类系统具有两种传输信号的通道:由给定值至被控量的通道称为前向通道;由被控量至系统输入端的通道叫反馈通道。

(3) 不论取什么物理量进行反馈,作用在反馈环内前向通道上的扰动所引起的被控量的偏差值,都会得到减小或消除,使得系统的被控量基本不受该扰动的影响。正是由于这种特性,使得闭环控制系统在控制工程中得到了广泛的应用。

自动控制原理中所讨论的系统主要是闭环控制系统。

另外,也可将闭环控制与补偿控制相结合,形成复合控制。

第二节 自动控制系统的分类

自动控制系统的分类方法较多,常见的有以下几种。

一、线性系统和非线性系统

若一个元件的输入与输出的关系曲线为直线,则称该元件为线性元件,否则称为非线性元件。若一个系统中所有的元器件均为线性元器件,则该系统称为线性系统;若系统中有一个非线性元器件,则该系统称为非线性系统。线性系统的数学模型为线性微分方程或差分方程。

二、定常系统和时变系统

从系统的数学模型来看,若微分方程的系数不是时间变量的函数则称此类系统为定常系统,否则称为时变系统。

若系统微分方程的系数为常数,则称之为线性定常系统。此类系统为本书主要讨论对象。

三、连续系统和离散系统

从系统中的信号来看,若系统各部分的信号都是时间 t 的连续函数即模拟量,则称此系统为连续系统。若系统中有一处或多处信号为时间 t 的离散函数,如脉冲或数码信号,则称之为离散系统。若离散系统中既有离散信号又有模拟量,亦称之为采样系统。

四、恒值系统、随动系统和程序控制系统

若系统的给定值为一定值,而控制任务就是克服扰动,使被控量保持恒值,此类系统称为恒值系统。例如,电机速度控制、恒温、恒压、水位控制等。若系统给定值按照事先不知道的时间函数变化,并要求被控量跟随给定值变化,则此类系统称为随动系统。如火炮自动跟踪系统、轮船位置控制系统等。

若系统的给定值按照一定的时间函数变化,并要求被控量随之变化,则此类系统称为程序控制系统。例如数控伺服系统以及一些自动化生产线等。

此外,根据系统元部件的类型,还可分为机电控制系统、液压控制系统、气动系统以及生物系统等。根据系统的被控物理量,可分为位置控制系统、速度控制系统、温度控制系统等。

第三节 对控制系统性能的要求

在控制过程中,一个理想的控制系统,始终应使其被控量(输出)等于给定值(输入)。但是,由于机械部分质量、惯量的存在,电路中储能元件的存在以及能源功率的限制,使得运动部件的加速度受到限制,其速度和位置难以瞬时变化。所以,当给定值变化时,被控量不可能立即等于给定值,而需要经过一个过渡过程,即动态过程。所谓动态过程就是指系统受到外加信号(给定值或扰动)作用后,被控量随时间变化的全过程。

由动态过程可以反映系统内在性能的好坏,而常见的评价系统优劣的性能指标也是从动态过程中定义出来的。对系统性能的基本要求有三个方面的。

一、稳定性

稳定性是这样来表述的:系统受到外作用后,其动态过程的振荡倾向和系统恢复平衡的能力。如果系统受外作用力后,经过一段时间,其被控量可以达到某一稳定状态,则称系统是稳定的,见图 1-10。否则称为不稳定的,见图 1-11。其中,图 1-11

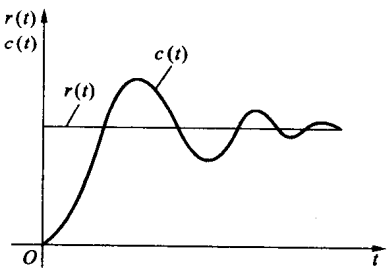


图 1-10 稳定系统的动态过程

(a)为在给定信号作用下,被控量振荡发散的情况;图 1-11(b)为受扰动 $d(t)$ 作用后,被控量不能恢复平衡的情况。另外,若系统出现等幅振荡,即处于临界稳定的状态,这种情况也视为不稳定。

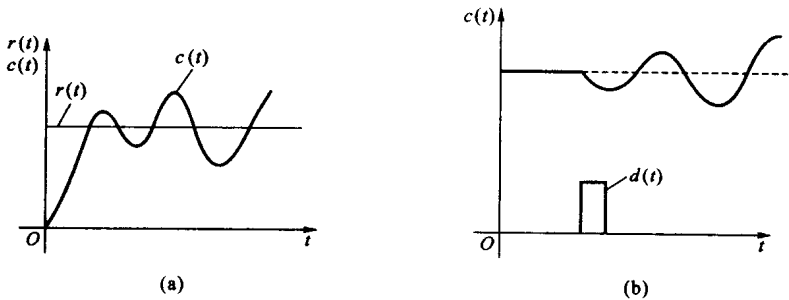


图 1-11 不稳定系统的动态过程

显然,不稳定的系统是无法正常工作的。一个能在生产实际中应用的系统,不仅应该是稳定的,而且在动态过程中的振荡也不能太大,否则不能满足生产实际的需要,甚至会导致系统部件的松动和被破坏。

二、快速性

快速性是通过动态过程时间长短来表征的,见图 1-12。过渡过程时间越短,表明快速性越好,反之亦然。快速性表明了系统输出 $c(t)$ 对输入 $r(t)$ 响应的快慢程度。系统响应越快,说明

系统的输出复现输入信号的能力越强。

三、准确性

准确性是由输入给定值与输出响应的终值之间的差值 e_{ss} 来表征的,见图 1-13。它反映了系统的稳态精度。若系统的最终误差为零,则称为无差系统,否则称为有差系统。

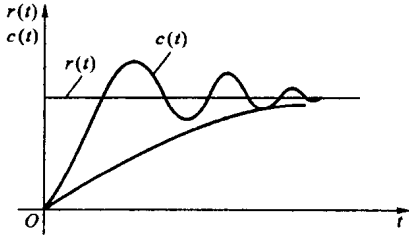


图 1-12 控制系统的快速性

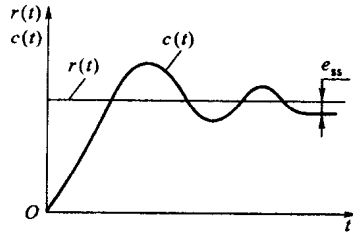


图 1-13 控制系统的稳态精度

稳定性、快速性和准确性往往是互相制约的。在设计与调试过程中,若过分强调系统的稳定性,则可能会造成系统响应迟缓和控制精度较低的后果;反之,若过分强调系统响应的快速性,则又会使系统的振荡加剧,甚至引起不稳定。

怎样根据工作任务的不同,分析和设计自动控制系统,使其对三方面的性能有所侧重,并兼顾其他,以全面满足要求,这正是本课程所要研究的内容。

第四节 自动控制理论发展简述

自动控制理论研究的是如何按受控对象和环境特征,通过能动地采集和运用信息,施加控制作用,使系统在变化或不确定的条件下正常运行并具有预定功能。它是研究自动控制共同规律的技术科学,其主要内容涉及受控对象、环境特征、控制目标和控制手段以及它们之间的相互作用。

具有“自动”功能的装置自古有之,瓦特发明的蒸汽机上的离心调速器是比较自觉地运用反馈原理进行设计并取得成功的首例。麦克斯韦对它的稳定性进行分析,于 1868 年发表的论文当属最早的理论工作。从 20 世纪 20 年代到 40 年代形成了以时域法、频率法和根轨迹法为主要内容的“古典”控制理论。60 年代以来,随着计算机技术的发展和航天等高科技的推动,又产生了基于状态空间模型的所谓“现代”控制理论。

随着自动化技术的发展,人们力求使设计的控制系统达到最优的性能指标,为了使系统在一定的约束条件下,其某项性能指标达到最优而实行的控制称为最优控制。

当对象或环境特性变化时,为了使系统能自行调节,以跟踪这种变化并保持良好的品质,又出现了自适应控制。

虽然现代控制理论的内容很丰富,与古典控制理论相比较,它能解决更多更复杂的控制问题,但对于单输入、单输出线性定常系统而言,用古典控制理论来分析和设计,仍是最实用最方便的。

真正优良的设计必须允许模型的结构和参数不精确并可能在一定范围内变化,即具有鲁棒性。这是当前的重要前沿课题之一。另外,使理论实用化的一个重要途径就是数学模拟(仿真)

和计算机辅助设计(CAD)。

前面谈到的主要是针对线性系统的线性理论。近年来,在非线性系统理论、离散事件系统、大系统和复杂系统理论等方面均有不同程度的发展。智能控制在实用方面也得到了很快的发展,它主要包括专家系统、模糊控制和人工神经网络等内容。

总之,自动控制理论正随着技术和生产的发展而不断发展,而它反过来又成为高新技术发展的重要理论根据。本书所介绍的内容是该理论中最基本的也是最重要的内容,即古典控制理论部分。它在工程实践中用得最多,也是进一步学习自动控制理论的基础。

小 结

(1) 自动控制就是在没有人直接参与的情况下,利用控制装置操纵受控对象,使被控量等于给定值。

(2) 自动控制的基本方式有开环控制和闭环控制两种。开环控制实行起来简单,但抗扰动能力较差,控制精度也不高。自动控制原理中主要讨论闭环控制方式,其主要特点是抗扰动能力强,控制精度高,但存在能否正常工作,即稳定与否的问题。

(3) 可根据需要,将自动控制系统按照不同的分类方法进行归类。

(4) 一般地,可从稳(能否正常工作)、快(快速响应能力)、准(控制精度)等几方面的性能来评价自动控制系统。而这几方面的性能往往是相互制约的,因而需根据不同的工作任务来分析和设计自控系统,使其在满足主要性能要求的同时,兼顾其他性能。

(5) 自动控制理论是分析和设计自动控制系统的理论基础,大致可分为古典控制理论和现代控制理论两大部分,本书主要介绍古典控制理论。随着生产技术的不断更新和发展,自控理论也在不断发展,了解这方面的情况,对于学习和掌握自动控制技术也是十分必要的。

习 题

1-1 试阐述下列术语的意义并举例说明:

自动控制;控制装置与受控对象;给定值与被控量;开环控制与闭环控制;线性系统与非线性系统;连续系统与采样系统;恒值系统与随动系统;稳定性、快速性和准确性。

1-2 试列举开环控制和闭环控制的例子,并说明其工作原理。

1-3 直流发电机电压控制系统如图 1-14 所示,(a)为开环控制;(b)为闭环控制。发电机电动势与原动机转速成正比,同时与励磁电流成正比。当负载变化时,由于发电机电枢内阻上电压降的变化,会引起输出电压的波动。

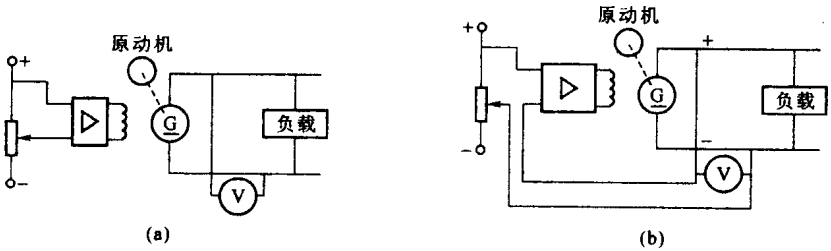


图 1-14 题 1-3 图

- (1) 试说明开环控制的工作原理,并分析原动机转速的波动和负载的变化对发电机输出电压的影响。
- (2) 试分析闭环控制的控制过程,并与开环控制进行比较,说明负反馈的作用。

第二章 自动控制系统的数学模型

自动控制理论的研究对象是自动控制系统。研究的内容是自动控制系统稳、准、快三方面的性能。当控制系统的输入发生变化时,其输出往往要经过一个动态过程才能跟上输入的变化。对系统性能的分析,就是通过对动态过程的分析来实现的。为了掌握其规律,就必须将系统的动态过程用一个反映其运动状态的数学表达式表示出来。这种描述系统动态过程中各变量之间相互关系的数学表达式称为系统的数学模型。在分析系统性能之前,必须先建立系统的数学模型。

建立系统数学模型的方法主要有两种。解析法:根据系统所遵循的一些基本规律,经过数学推导,求出数学模型。实验法:在系统的输入端加上测试信号,测试出系统输出信号,并形成输出响应曲线,然后用数学模型去逼近该曲线。本章只介绍用解析法建立数学模型的方法。

系统的数学模型有多种,常用的有:微分方程、传递函数、动态结构图、频率特性等。

本章主要介绍数学模型建立的一般方法以及几种数学模型之间的相互转换。

第一节 控制系统的微分方程

一、建立系统微分方程的一般步骤

一个系统通常是由一些环节连接而成的,将系统中的每个环节的微分方程求出来,然后将这些微分方程联立,消除中间变量,便可求出整个系统的微分方程。

列写微分方程的一般步骤:

(1) 确定系统的输入变量和输出变量。

(2) 建立初始微分方程组。即根据各环节所遵循的基本物理规律,分别列写出相应的微分方程,并构成微分方程组。

(3) 消除中间变量,将式子标准化。将与输入量有关的项写在方程式等号的右边,与输出量有关的项写在等号的左边。

二、常见环节和系统的微分方程的建立

1. RC 电路

RC 电路如图 2-1 所示。

(1) 确定输入、输出量

输入量为电压 u_r , 输出量为电压 u_c 。

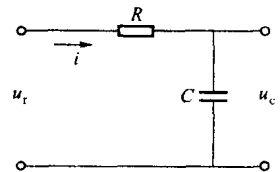


图 2-1 RC 电路

(2) 建立初始微分方程组

根据基尔霍夫定律得

$$u_r = Ri + u_c \quad (2-1)$$

$$i = C \frac{du_c}{dt} \quad (2-2)$$

式中 i 为回路电流,它是一个中间变量。

(3) 消除中间变量,使式子标准化

将式(2-2)代入式(2-1),消除中间变量 i ,微分方程中只留下输入、输出量。将与输出量有关的各项放在方程式等号的左边,与输入量有关的各项放在等号的右边。于是得

$$RC \frac{du_c}{dt} + u_c = u_r \quad (2-3)$$

可见, RC 电路的数学模型是一个一阶常系数线性微分方程。

2. 机械位移系统

图 2-2 所示是一个由弹簧、质量物体和阻尼器所组成的机械系统。

其中: k 为弹性系数, m 为物体的质量, f 为阻尼系数。

(1) 确定输入、输出量

设外作用力 $F(t)$ 为输入量,质量物体的位移 $y(t)$ 为输出量。

(2) 建立初始微分方程组

根据牛顿第二定律 $F = ma$ 可得

$$F(t) - F_B(t) - F_K(t) = ma \quad (2-4)$$

其中: $F_B(t)$ 为阻尼器的粘性阻力,它与物体运动的速度成正比,即

$$F_B(t) = f \frac{dy(t)}{dt} \quad (2-5)$$

$F_K(t)$ 为弹簧的弹性力,它与物体的位移成正比,即

$$F_K(t) = ky(t) \quad (2-6)$$

a 为物体的加速度,即

$$a = \frac{d^2 y(t)}{dt^2} \quad (2-7)$$

(3) 消除中间变量,将式子标准化

将式(2-5),(2-6),(2-7)代入式(2-4),整理得

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + f \frac{dy(t)}{dt} + ky(t) = F(t) \quad (2-8)$$

可见,机械位移系统是一个二阶常系数线性微分方程。

3. 他激直流电动机

图 2-3 为他激直流电动机的原理图。其等效电路如图 2-4 所示,其中 u_d 、 i_d 、 R_d 、 L_d 、 e_d 分别为电枢电压、电流、电阻、电感和反电势。 T_e 为电磁转矩, T_L 为负载转矩, T_f 为摩擦转矩。

(1) 确定输入、输出量

电枢电压 u_d 为输入量,它控制电动机的转速; T_L 为负载转矩,作为电动机的一个扰动

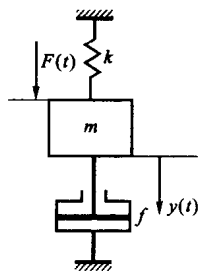


图 2-2 机械位移系统

量;电动机的转速 n 为输出量。

(2) 列写初始微分方程组

根据基尔霍夫定律和电机工作原理,得

$$u_d = R_d i_d + L_d \frac{di_d}{dt} + e_d \quad (2-9)$$

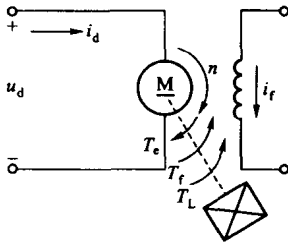


图 2-3 他激直流电动机原理图

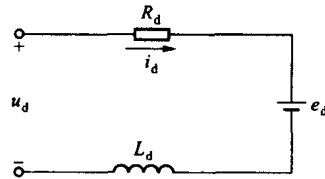


图 2-4 电路等效图

$$e_d = C_e n \quad (2-10)$$

式中 C_e 为反电势系数,当磁通 Φ 为恒定时, C_e 为常数。

电机的动力学方程式

$$T_e - T_L - T_f = \frac{GD^2}{375} \cdot \frac{dn}{dt} \quad (2-11)$$

$$T_e = C_m \cdot i_d \quad (2-12)$$

式中: GD^2 为电机的飞轮惯量, C_m 为转矩系数。

(3) 消除中间变量,将式子标准化

对于理想的情况,当 $T_L = T_f = 0$ 时,将式(2-12)代入式(2-11)得

$$i_d = \frac{GD^2}{375 C_m} \cdot \frac{dn}{dt} \quad (2-13)$$

再将式(2-13)和式(2-10)代入式(2-9),并整理得

$$\frac{L_d GD^2}{R_d 375 C_m C_e} \frac{d^2 n}{dt^2} + \frac{GD^2 R_d}{375 C_m C_e} \frac{dn}{dt} + n = \frac{u_d}{C_e}$$

令:电动机的电磁时间常数 $T_d = \frac{L_d}{R_d}$

电动机的机电时间常数 $T_m = \frac{GD^2 R_d}{375 C_m C_e}$

T_d 和 T_m 的单位均为秒(s)。

则电动机的微分方程式可写为

$$T_m T_d \frac{d^2 n}{dt^2} + T_m \frac{dn}{dt} + n = \frac{u_d}{C_e} \quad (2-14)$$

这是一个二阶常系数线性微分方程。

通过以上几例微分方程式的建立,可知系统的微分方程是由输出量的各阶导数和输入量的