

# 统计分析技术 在ISO 9000中的应用

第二版

杨懋暹 编著

ISO 9000

中国计量出版社

# 统计分析技术在 ISO 9000 中的应用

(第二版)

杨懋暹 编著

中国计量出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

统计分析技术在 ISO 9000 中的应用/杨懋暹编著. 2 版. —北京:中国计量出版社, 2003  
ISBN 7-5026-1723-X

I. 统… II. 杨… III. 统计分析—应用—质量管理体系—国际标准, ISO 9000 IV. F273.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 109616 号

### 内 容 提 要

本书是贯彻 ISO 9000 的基础读物。它包括实验设计/析因分析, 方差分析/回归分析, 安全性评价/风险分析, 显著性检验, 质量控制图, 统计抽样检验等内容。掌握这些统计技术是强化质量管理和质量保证体系的需要, 也是从事现代生产技术和管理人员必须具备的基本功。本书通过大量的实例, 深入浅出地对这些统计技术的原理、使用范围、应用条件以及计算方法进行了详细的讲解。因此, 具有一般数学基础的人都能看懂、学会这些统计技术。

本书可供计量管理工作、企业的领导、总工程师和工程技术人员阅读, 同时亦可作为科研人员 and 高等院校师生的参考书籍。

中国计量出版社出版

北京和平里西街甲 2 号

邮政编码 100013

电话(010)64275360

E-mail jlfbx@263.net.cn

北京市迪鑫印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

版权所有 不得翻印

\*

787mm×1092mm 16 开本 印张 22 字数 532 千字

2003 年 2 月第 2 版 2003 年 2 月第 4 次印刷

\*

印数 8 501—13 500 定价:50.00 元

# 前 言

统计技术这门学科自从和质量管理结合起来后,随着质量管理的普及与推广已越来越显示出巨大的生命力。特别是在 ISO 9000 中,把它作为基础性要素写进去,可以看出,随着这套国际标准的贯彻执行,它将会产生更大的经济与社会效益。本书的素材虽然早在 70 年代已开始收集积累,但充实成书却是适应当前推广质量管理的实际需要而完成的。

本书初版于 1996 年。自本书初版以来,因其简明易懂、紧密联系实际而深受广大读者欢迎。此次修订再版,除把原 32 开本改为 16 开本外,还对原书中陈旧及不当内容进行了修改。

当前要求学习这门学科的人在职者多,而在职人员的数学基础不一,学习条件差。然而,他们有丰富的实践经验,因此,本书在写作中,尽量考虑这些特点。讲解的方式力图先从实际提出问题,再讲解决问题的方法与理论,最后再讲解决问题的实际效果。这种从实际到理论再到实际的讲解方式似乎更容易被在职人员理解与接受。例如,开始讲解统计量的分布时,本来这是一个难理解的问题,本书从一个大样本的抽样讲起,把许多抽象的概念在这个例题中深入浅出地讲解出来,就使人容易理解了。对其他理论或公式的讲解也尽量减少公式符号的演绎,而尽可能地用通俗的语言加以说明与解释,但对公式的应用范围及有关条件则尽可能交待清楚,再通过一些实例加以说明以加深理解。每章的例题最好都要阅读,因为许多道理寄寓于例题中。另一方面,举例也注意到科学性与系统性,使人学后能举一反三,运用自如。

本书的章节安排是:第一章到第五章为基础理论部分,希望读者先读这部分。如果读这部分感到枯燥或有困难,也可以先学后面的章节,通过实际应用,有了一些实践基础再反过来阅读前五章。第六章、第七章、第八章主要是介绍质量管理方面的统计分析方法,ISO 9000 涉及的统计技术,如工序控制、质量控制图、抽样方案、显著性检验等均在这部分有详细的介绍。第九章到第十四章介绍了方差分析、试验设计和回归分析等,重点讨论的是科学试验的设计与分析。无疑,这也是质量管理中的主要内容,但它涉及到工农业生产和科学研究中的诸多方面,层次也较深,因此占用篇幅的分量较重。第十五章为可靠性分析和安全评价,这既是 ISO 9000 的要求,也是现代工业生产中十分引人关注的问题,本书作了简明扼要的讲解和介绍。对有兴趣深入学习的读者,还推荐了一些专门著作供参考。本书的重点章节具有相对的独立性,既可按全书的顺序读下去,也可根据需要,有选择地阅读其中某些章节。

本书的例题多数以造纸工业的特点举例,但其原理方法具有普遍的意义,并加以说明,一般生产、科研、教学部门均适用。这些例题一部分来自附录中列举的参考文献;另一部分来自本人所作,一些原始资料来自本人工作中接触的试验报告与资料。此处就不一一列出出处。

本书在论及质量管理问题中,为了与 ISO 9000 的名词统一起来,使用了统计技术这一名词,但在论及一般问题中多使用习惯名词——数理统计,实际这两者是一样的,希望读者鉴谅。

由于本人水平所限,不妥之处,在所难免。有幸在成书的过程中得到中国科学院系统科学研究所研究员、应用统计研究室主任冯士雍先生的支持与指导,不仅逐章审阅提出修改意见,更在理论的讲解中给予了较多的帮助,谨此致以衷心的感谢。

编著者

2003 年 1 月

# 目 录

<b>第一章 绪论</b> .....	( 1 )
§ 1.1 质量管理和质量保证的由来与发展 .....	( 1 )
§ 1.2 统计技术在 ISO 9000:2000 中的应用 .....	( 2 )
§ 1.3 统计技术的创立与发展 .....	( 3 )
§ 1.4 统计技术的特点与作用 .....	( 4 )
§ 1.5 如何学好统计技术 .....	( 6 )
<b>第二章 排列、组合与概率初步</b> .....	( 8 )
§ 2.1 排列 .....	( 8 )
§ 2.2 组合 .....	( 8 )
§ 2.3 概率的定义 .....	( 9 )
§ 2.4 概率的性质 .....	( 10 )
<b>第三章 随机变量及其分布</b> .....	( 14 )
§ 3.1 什么是随机变量 .....	( 14 )
§ 3.2 分布的概念——频率直方图和累积频率直方图 .....	( 14 )
§ 3.3 连续型随机变量的分布 .....	( 16 )
§ 3.4 离散型随机变量的分布 .....	( 18 )
§ 3.5 表示随机变量分布中心位置的特征数 .....	( 19 )
§ 3.6 表示随机变量分布离散程度的特征数 .....	( 20 )
<b>第四章 几种常用的概率分布</b> .....	( 23 )
§ 4.1 引言 .....	( 23 )
§ 4.2 二项分布 .....	( 23 )
§ 4.3 泊松(Poisson)分布 .....	( 27 )
§ 4.4 正态分布 .....	( 30 )
§ 4.5 正态分布的标准化 .....	( 32 )
<b>第五章 统计量的分布</b> .....	( 35 )
§ 5.1 大数定律 .....	( 35 )
§ 5.2 正态总体的抽样试验 .....	( 37 )
§ 5.3 样本平均数 $\bar{x}$ 的分布 .....	( 39 )
§ 5.4 统计量 $t$ 的分布 .....	( 42 )
§ 5.5 统计量 $\chi^2$ 的分布 .....	( 43 )
§ 5.6 统计量 $F$ 的分布 .....	( 45 )
<b>第六章 从样本估计总体的特征数</b> .....	( 47 )

§ 6.1	大样本估计总体均值的方法	( 47 )
§ 6.2	大样本估计总体方差或标准差的方法	( 51 )
§ 6.3	小样本估计总体均值的方法	( 52 )
§ 6.4	小样本估计总体方差的方法	( 55 )
§ 6.5	总体变异系数与相对误差限	( 56 )
§ 6.6	服从二项分布的总体特征数的估计	( 57 )
§ 6.7	服从泊松分布的总体特征量的估计	( 60 )
<b>第七章</b>	<b>常用的统计检验方法</b>	<b>( 64 )</b>
§ 7.1	引 言	( 64 )
§ 7.2	统计检验的基本概念	( 64 )
§ 7.3	一个正态总体均值与方差的检验	( 66 )
§ 7.4	单侧假设检验	( 68 )
§ 7.5	两个正态总体均值的检验	( 71 )
§ 7.6	两个正态总体方差的检验	( 77 )
§ 7.7	二项分布参数的统计检验	( 81 )
§ 7.8	泊松分布参数的统计检验	( 85 )
§ 7.9	属性统计推断	( 88 )
§ 7.10	$2 \times 2$ 列联表	( 91 )
§ 7.11	$a \times b$ 列联表	( 92 )
<b>第八章</b>	<b>生产过程中质量管理与抽样检查</b>	<b>( 94 )</b>
§ 8.1	主次图和因果图	( 94 )
§ 8.2	工序控制能力的分析	( 95 )
§ 8.3	PDCA 循环	( 101 )
§ 8.4	质量控制图	( 102 )
§ 8.5	计量数据的质量控制图	( 105 )
§ 8.6	实际制作计量数据控制图的步骤与方法	( 110 )
§ 8.7	计量数据质量控制图的应用	( 111 )
§ 8.8	计数数据的质量控制图	( 113 )
§ 8.9	服从二项分布的计数质量控制图	( 114 )
§ 8.10	抽样方案引言	( 116 )
§ 8.11	计量抽样方案及两种错误	( 116 )
§ 8.12	标准型计数抽样方案	( 119 )
§ 8.13	评价抽样方案严宽特性的 <i>OC</i> 曲线	( 121 )
§ 8.14	二次计数抽样方案	( 124 )
§ 8.15	调整型计数抽样方案	( 125 )
§ 8.16	GB 2828—1987 逐批检查计数抽样程序及抽样表的若干说明	( 135 )
§ 8.17	GB 2829—1987 简介	( 137 )

<b>第九章 方差分析</b> .....	(139)
§ 9.1 引言 .....	(139)
§ 9.2 单因素试验的方差分析 .....	(141)
§ 9.3 没有交互作用的两因素试验的方差分析 .....	(146)
§ 9.4 有交互作用的两因素试验的方差分析 .....	(149)
§ 9.5 三因素试验的方差分析 .....	(156)
<b>第十章 试验设计</b> .....	(159)
§ 10.1 引言 .....	(159)
§ 10.2 单因素序贯优选法 .....	(159)
§ 10.3 拉丁方试验与正交拉丁方试验 .....	(161)
§ 10.4 正交试验设计 .....	(166)
§ 10.5 有交互作用的正交试验设计 .....	(169)
§ 10.6 正交试验设计的方差分析 .....	(171)
§ 10.7 多指标的试验设计 .....	(174)
§ 10.8 小结 .....	(181)
<b>第十一章 一元回归与相关分析</b> .....	(183)
§ 11.1 回归与相关 .....	(183)
§ 11.2 直线方程的确定 .....	(184)
§ 11.3 相关系数 .....	(187)
§ 11.4 相关系数的显著性检验 .....	(190)
§ 11.5 平方和的划分及残余方差 .....	(193)
§ 11.6 总体回归系数 $\beta$ 的估计 .....	(195)
§ 11.7 两个回归系数的比较 .....	(198)
§ 11.8 回归分析中对因变量的估计 .....	(202)
<b>第十二章 化曲线为直线的回归</b> .....	(206)
§ 12.1 曲线化为直线的方法 .....	(206)
§ 12.2 对数变换的曲线回归示例 .....	(207)
§ 12.3 半对数变换的曲线回归示例 .....	(212)
§ 12.4 非对数变换的曲线回归示例 .....	(217)
§ 12.5 曲线回归的显著性检验 .....	(222)
<b>第十三章 多元回归分析</b> .....	(225)
§ 13.1 多元回归分析的意义 .....	(225)
§ 13.2 二元线性回归平面方程的求法 .....	(225)
§ 13.3 抛物线回归 .....	(228)
§ 13.4 正交多项式回归 .....	(231)
§ 13.5 多元线性回归的分析 .....	(242)
§ 13.6 解正规方程组的具体方法 .....	(242)

§ 13.7	多元线性回归的方差分析	(249)
§ 13.8	标准回归系数	(250)
§ 13.9	不显著偏回归变量的删除	(251)
§ 13.10	多元回归的高斯解法	(255)
§ 13.11	多元回归对因变量的估计	(262)
§ 13.12	多元相关分析	(263)
§ 13.13	复相关系数及其显著性检验	(265)
§ 13.14	偏相关系数及其显著性检验	(269)
§ 13.15	复相关系数及偏相关系数另一种算法及其显著性检验	(271)
§ 13.16	多元相关分析中注意的问题	(273)
<b>第十四章</b>	<b>回归正交试验设计</b>	(274)
§ 14.1	引言	(274)
§ 14.2	一次回归的正交试验设计	(275)
§ 14.3	二次回归的正交试验设计	(281)
<b>第十五章</b>	<b>可靠性分析与安全风险分析</b>	(286)
§ 15.1	表征可靠性的特征量	(286)
§ 15.2	可靠性特征量的分布	(289)
§ 15.3	串联并联系统的可靠度	(292)
§ 15.4	可靠性的评估	(294)
§ 15.5	风险分析	(295)
§ 15.6	事故树分析及事故概率计算	(298)
§ 15.7	安全评价	(300)
<b>附表</b>		(301)
1.	泊松数值表	(301)
2.	泊松累积概率表	(302)
3.	标准正态分布函数表	(303)
4.	$t$ 分布数值表	(304)
5.	$\chi^2$ 分布数值表	(305)
6.	$F$ 分布数值表	(306)
7.	二项分布用的上下限( $\alpha = 0.05$ )	(310)
8.	泊松分布用的上下置信界限	(311)
9.	$\bar{X}, R, X, \bar{X}$ 控制图系数表	(311)
10.	$y = \sin^{-1} \sqrt{x}$ 变换表	(312)
11.	$r$ 与 $z$ 的换算表	(315)
12.	相关系数 $r$ 的显著性水准表	(316)
13.	正交多项式表	(316)
14.	多元相关系数的显著性水准表	(321)

---

15. 正交拉丁方表 .....	(323)
16. 正交表 .....	(325)
17. 回归正交设计表 .....	(337)
18. $\Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right)$ 数值表 .....	(339)
参考文献 .....	(341)

# 第一章 绪 论

## § 1.1 质量管理和质量保证的由来与发展

管理作为一门科学是随着工业化大生产而产生和发展起来的。它的主要任务是将劳动者、劳动手段和劳动对象有机地科学地组织起来,使之发挥最大的作用,产生最大的经济效益。

质量管理是管理科学中一个重要组成部分。没有产品质量,便没有产品存在的必要。如果没有一定的数量去满足社会的需要,产品质量也就没有社会意义了。因此质量与产量是一个事物的两个方面,是矛盾的统一体。质量管理的科学就是在这种矛盾的运动中产生和发展起来的。

在手工业作坊时代,检验产品质量的方法很简单,只凭老师傅看看摸摸就可作出判断。用户购买也没有成文的质量标准,同样是看看摸摸就可作出是否购买的决定。

以后随着手工业生产向大工业生产过渡。那种手工业时代的质量检验方法已不能适应生产力的发展。从历史发展的过程看,质量管理大致经历了如下五个阶段。

第一阶段:20世纪初到40年代,由于生产大大地发展起来了,产品的检验就从生产过程中分离出来成为独立的检验部门。产品的优劣也有一些简单的质量标准来表现,企业既有专职的检验人员也有专门的检验机构来负担此项工作。这就是质量检验阶段,不过这种检验只能做到事后检验,不能将质量事故消灭于生产过程中。

第二阶段:20世纪40年代到50年代。“事后检验”的方法已不能满足社会生产的需要,这时就提出了如何从一批产品中抽取部分产品送去检验,从部分产品的检验结果来对整批产品的质量加以判断。这就是统计质量管理阶段,其特点是采用了数理统计的科学方法于质量管理中。

第三阶段:从60年代到70年代。第二次世界大战后,由于生产和技术的大发展,促进了管理科学出现了许多学派。在这些众多的学派中影响较大的学派为决策理论派。这派的中心思想为企业的生产和发展取决于企业领导决策的正确与否。在这种理论的推动下,企业的管理在数理统计方法的基础上又运用了系统工程学、运筹学、电子计算机技术等成果综合形成了全面质量管理科学。质量的概念也发生了变化,已不单纯是产品质量管理。这一管理科学的突破,又反过来大大促进了工业生产的发展。

什么是全面质量管理?我们可以理解为四全一科学的质量管理。四全就是:全过程的质量管理,即一个新产品,从调研→设计→试制→生产→销售→使用→售后服务等全过程,每一阶段都要有自己的质量管理;全企业的质量管理,从纵的方面说,从原料的入厂到生产的各工序,到销售的各环节都要进行质量管理,从横的方面说,从生产车间到企业各管理职能部门如生产计划科、工艺技术科、成品检验科、劳动人事科、财务科、供销科、行政科、教育科……都要参与质量管理;全体员工的质量管理,即企业的领导、中层干部、技术人员、生产工人、服务人员都要参与质量管理;全指标的质量管理,即除了产品的质量指标外,还有各部门、各项工作的质

量。一科学就是以数理统计方法为中心的一套科学的方法。

第四阶段 ISO9000 的产生:全面质量管理在战后日本工业生产大发展中获得广泛的应用,同时也在实践中更加丰富地发展起来。我国在 70 年代初,在工业生产中也大力推广了这套管理方法。与此同时,或稍晚一些,大约 70 年代末开始,欧洲蕴育着另一套质量管理方法,名为质量管理与质量保证体系,即 ISO 9000。ISO 9000 在国际上从 1987 年颁布后,至今已有一百多个国家采用。在欧洲各企业争取获得 ISO 9000 的认证的热潮已经席卷到各个行业。因为没有获得 ISO 9000 认证企业的产品,不仅不能获得国防军工部门或大批量的订货,同时也在动摇企业与企业之间的传统供货关系,甚至还可成为国与国之间贸易壁垒的手段。因为有的国家或地区表示,获得 ISO 9000 注册企业的产品通过海关时,可以取得诸多方例。

第五个阶段:ISO 9000 一公布各国企业纷纷抢先认证,一时就迅速形成了一股席卷全球的高潮,成效十分突出。认证的企业数如下表。

年份	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001-06-30
全世界	46521	70364	127389	162626	223301	271847	343643	>400000	
中国	15	111	507	1627	4002	9606	15123	25657	30871

各国之间认证存在着差异。一个国家通过了的认证企业,其产品要销往多个国家,就需要向多个国家反复申请多个国家的认证,带来了诸多麻烦,造成人力、财力和时间的浪费。客观上就产生了要求全球国家相互承认各自的认证。1991 年成立了“国际认可论坛”。1998 年“国际认可论坛在中国广州召开了一次国际会议,出席会议的 17 个国家、16 个认证机构,签署了一个国际多边承认协议。到 2000 年相互承认的国家已多达 25 个。这样就增加了 ISO 9000 的国际性,促进了国际贸易的发展,使企业更加重视 ISO 9000 的认证。

与此同时,ISO 9000 如火如荼地展开,大量的实践使人们认识到 ISO 9000 的不足。1994 年,国际标准化组织对 ISO 9000 进行了修改,发布了 ISO 9000:1994 年版。经过了若干年的实践后又对 ISO 9000 进行了再次修改,发布了 ISO 9000 2000 版,丰富,强化了 ISO 9000 的内容,提高了 ISO 9000 的适应性。这次修改普遍受到各国的欢迎,出版了许多书籍对它进行讲解和贯彻,我国也颁布了与之等同采用的标准:

GB/T 19000—2000 idt ISO 9000:2000; GB/T 19001—2000 idt ISO 9001:2000; GB/T 19004—2000 idt ISO 9004:2000。

美国著名的质量管理专家指出:“本世纪(指 20 世纪)是生产效率的世纪,下世纪将是质量的世纪”。不难预计 21 世纪,质量管理将会出现更加蓬勃的发展局面,而且会带有明显的国际化倾向,同时质量管理方法也将会与电脑更好地结合起来,成为更加有效的控制手段。

## § 1.2 统计技术在 ISO 9000:2000 中的应用

ISO 9000 包括三个标准,即:ISO 9000:2000; ISO 9001:2000; ISO 9004:2000。

在这三个标准中都有关于统计技术的论述,现摘录 ISO 9000:2000 关于统计技术的论述如下:

### “2.10 统计技术的作用

应用统计技术可帮助组织了解变异,从而有助于组织解决问题并提高有效性和效率。这

些技术也有助于更好地利用可获得的数据进行决策。

在许多活动的状态和结果中,甚至在明显的稳定条件下,均可观察到变异。这种变异可通过产品和过程可测量的特性观察到,并且在产品的整个寿命周期(从市场调研到顾客服务和最终处置)的各个阶段,均可看即其存在。

统计技术有助于对这类变异进行测量、描述、分析、解释和建立模型,甚至在数据相对有限的情况下也可实现。这种数据的统计分析能对更好地理解变异的性质、程度和原因提供帮助。从而有助于解决、甚至防止由变异引起的问题,并促进持续改进。

ISO/TR 10017 给出了统计技术在质量管理体系中的指南。

在上述一大段文字中,主要强调了三点:

1. 为什么要用统计技术?就是要提高工作的有效性和效率。
2. 怎样提高有效性和效率?就是要在千变万化的客观事物中分辨出系统误差和随机误差,因为这两种误差存在于整个寿命周期。
3. 辨别出系统误差和随机误差的目的就是要持续地改进。系统误差是人们可以左右的。随机误差是随时会出现的,是人们不能左右的。数理统计的精髓之处就是在系统误差如随机误差中辨别出系统误差(误差即 ISO 9000 中所说的变异)面后加以处理。这个过程可以包括在质量管理的全过程中。

具体来说在质量管理的全过程中,那些地方应用到统计技术呢?例如:

- a) 在市场分析中要用到回归分析,分析产品的销售趋势与预测。
- b) 在产品设计中要进行科学试验,就要用到试验设计及其他统计技术。
- c) 在生产过程中要使用工序控制,工序能力以及 PDCA 循环技术来改进工艺。
- d) 在商品贸易过程中要使用到抽样方案等技术。
- e) 在科学试验中要使用试验设计、回归分析、方差分析等技术。
- f) 在研究表征某一事物的特征时要使用大样本、小样本估计总体特征数的技术。
- g) 在研究产品的使用寿命和安全事故时要使用可靠性分析和安全风险分等。

从以上列举的这些事例中可以看出:所有的统计技术都可应用在 ISO 9000 的全过程中。

### § 1.3 统计技术的创立与发展

客观世界是十分复杂的。事物是互相联系互相依存的。同时也是不断变化,不断运动,不断革新,不断发展的。人们在认识和改造世界中,必须研究事物的数量关系,做到胸中有数。有时量变表现为质变,百分之一与百分之九十九不仅是不同的数量,同时也可能体现为不同的性质。对数量关系的研究,开始人们只知道数量的四则运算和其他简单的代数运算,这是常量间的数量关系。后来创立了微积分,人们就可研究变量的数量关系,如位移对时间的变化率为速度,速度对时间的变化率为加速度等。在变量的数学关系中,人们建立了许多依存关系的方程式,举个简单的例子,在直线运动中:

$$s = v_0 t + at^2$$

只要知道初始速度  $v_0$  和加速度  $a$ , 就可算出任何时间内发生的位移  $s$ 。这种自变量与因变量的完全确定的关系称之为函数关系。函数关系一经建立,自变量的一个值,必然对应于因变量的一个确定的值。故函数关系也可称之为确定性的数量关系。在客观世界中还有一类数量关

系、变量之间虽然也存在依存关系,但不完全确定。例如人的身高与体重之间的关系。一般来说,身材高的人,体重也重,但不是同样身高的人就一定有同样的体重,它们之间只存在某种大致的数量关系。这就是相关关系。客观世界中,具有这种相关关系的事物是很多的,如降雨量与作物的收获量,人的年龄与血压等等。实际上,许多存在函数关系的变量,由于试验或测定的误差,即使对同一自变量的值,其因变量也常常呈现微小的波动。这是因为有许多偶然的微小的因素在起作用。有时,微小的偶然因素还能给人以假象。人们为了正确地认识世界,必然要从偶然的因素中辨认出主要的系统因素。这就是统计技术所要解决的问题。反过来说,统计技术也是人们在长期不断的从偶然现象中揭示客观规律时所逐渐形成的。

统计技术的创立与发展是与数学的另一分支——概率论密切联系在一起的。最初提出的概率论的有关问题是在赌博或机会游戏中提出来的。这些问题引起数学家的兴趣。在研究这些问题的过程中,数学家预见这些问题的研究,将会有很大的社会意义和科学意义。以后的实践证明,概率论的真正价值是在自然科学发展到一定的高度,生产进入到机械化大生产时代。大量技术问题的需要,推动了早期概率论的发展,使它逐步成为一门独立的数学分支。在概率论的发展过程中,18世纪的贝努利是一位作出重大贡献的数学家。他提出了大数定律,为概率论奠定了理论基础。后来的拉普拉斯等人进一步提出中心极限定理,这一定理是数理统计大样本推断理论的柱石。19世纪科学技术获得飞跃的发展,大样本理论满足不了客观需要,这时黑尔默德和卡尔·皮尔逊又提出了 $\chi$ 分布。到了20世纪初,又相继引出了 $t$ 分布与 $F$ 分布,这就使小样本推断理论更趋于完善。20世纪30年代以来,工业生产高速化、自动化,特别是二次世界大战中,军事工业的迫切需要,更加促进了作为概率论的应用科学——数理统计迅速的发展。其中突出的成就有:质量控制的理论与方法;抽样检验的理论与方法;回归与相关分析的理论与方法等。另一方面,科学试验在这时期也成为人们认识世界的重要手段,与以往从属于生产做些简单的试验不同,人们很自然就要求提高试验效率,用较少的试验次数,获得较多的试验信息。这样,就发展了试验设计的理论与方法。目前,数理统计已得到各方面的广泛应用。随着ISO 9000标准的贯彻,由于政府力量的推动,会使统计技术必然在质量管理方面产生更大的社会经济利益,也必然会使统计技术更加丰富发展起来。但是作为数理统计它仍然还是一门生命力很强的科学。摆在它面前的仍然还有许许多多要求解决的问题。在自然科学方面,许多随机过程出现的问题;在工农业生产方面,生产技术和自动控制出现的问题;在社会经济方面,竞争形势要求管理科学的高效化也出现了诸如预测和决策等等问题。无疑这些问题都是促进数理统计进一步发展的强大推动力。另一方面,电子计算机的普及,解决了数理统计中许多繁重的计算又为它的发展提供了良好的条件。可以预见,数理统计的理论与方法必将继续丰富与发展。为解决某一方面问题的数理统计方法必将在它的基础上孕育成为一门新的独立分枝。

## § 1.4 统计技术的特点与作用

上面介绍了统计技术的发展及其在ISO 9000中的应用。下面我们将其在应用中体现出来的某些特点与作用作些说明,以引起读者学习的兴趣。

### 1. 对总体平均数进行估计

现实中人们常用一些数据来表示某事物的性质。相同的平均数可能有不同的分散度。为

了弥补这个不足,人们常用一个范围来表示,即最大值多少?最小值多少?例如某造纸厂测得100根落叶松纤维长度:平均数为3.42mm,最长的5.5mm,最短的1.5mm。如果说这个范围的确切意义,那只能说这100根纤维中最长的一根为5.5mm,最短的一根为1.5mm,还不能给人们以全面的印象。实际上,我们研究的对象是落叶松这个树种全部纤维的长度,所测定的100根纤维,只不过是其中的很少一部分。我们对前者称为总体,后者称为样本。总体是客观存在的,但是人们不可能一一地全部加以测定,人们能做到的只能测定总体中的一部分,即样本。数理统计就是告诉人们如何通过样本对总体进行推断。估计是推断的一种。例如为估计上述落叶松的纤维长度的总体平均数,根据100根纤维长度的测定,得出以95%的置信度,估计总体平均数在区间[3.26mm~3.58mm]之内。所谓95%的置信度,就是说有95%的把握总体平均数(落叶松纤维的平均数)确实落在该区间中;反过来说还有5%的可能判断错误,即总体平均数不在上述区间中。如果还想提高置信度(例如99%)是否可以?回答是可以的,只是上述的区间纤维长度更长和更短一些,也即范围更大一些。这就是通过样本估计总体的一个简单例子,通过这个例子读者就可大致知道估计总体的科学含义是什么。

## 2. 比较两个数量之间的真正差异

人们常需要对不同的量进行比较。例如比较北方人与南方人的身高;按某种工艺生产出来的产品的质量与按另一种工艺生产出来的产品的质量等等。人们为作这种比较需要取若干样品进行测定。如前所述,我们真正需要比较的是两者的总体的性质。例如所有北方人的平均身高和所有南方人的平均身高。对总体平均数作比较才有科学的意义。由于我们不可能对所有的南方人和北方人的身高进行测量,也就是说两个总体的平均数都是不可知的。我们能做到的只是对一部分北方人和一部分南方人的身高进行测量。如何通过这两个样本的数据进行比较以获得正确的结论?数理统计的假设检验(也可称为统计检验)就能回答这个问题,这就可以使人们获得正确结论而不犯片面的错误,不会因个别的现象,个别数据作出有关总体的错误结论。

## 3. 预测生产过程中出现的苗头

在生产过程中要出次品或等外品是有预兆的。有经验的技术人员或老师傅,有敏捷的观察力,能发现生产过程中的微小变化,从微小的变化中可以预见事故的发生而采取适当的措施。如何能使大家都能洞察事故的苗头?数理统计可以提供一套科学的办法。就是从生产过程中取一定大小的样本进行观测分析,通过计算画出质量控制图,也叫评估图。图中有二种控制线:一种是上下警戒线;一种是上下限定线。将这种质量控制图贴在车间里,再将日常生产检验数据点在图上。如果点子靠近警戒线,操作人员就要去找找是什么原因产生这种异常;如果点子靠近上下限定线就告诉人们快出次品或等外品了,必须立即采取措施克服这种不良苗头。这种质量控制图贴在车间里,人人看得见,不仅使人一看就明白,而且便于班组比较,起到评比促进作用。现在这种质量控制图已广泛地使用在生产第一线,是保证生产处于受控状态,保证产品质量的有力工具。

## 4. 产品的验收方法——抽样方案

车间生产出来的产品,检验部门要验收入库,商业部门或使用部门购进一批货物也要验收入库,因此产品的验收是社会经济十分普遍的现象。对于一批产品验收,一般做法是从产品中抽取一定数量的样品进行检验,根据检验的结果及规定的标准,就可确定接受还是拒收这批产品。对于一些昂贵的、非破坏性检验的产品也可逐一的进行检验,即所谓全数检验,但这种情

况终究少数。大多数情况还是抽取少量样品进行检验,通过样本对总体进行推断,也即从局部来推断整体。既是推断就有推断的误差。一个简单的抽样验收方案,包括一个确定的样本大小(所需抽取样品进行检验的数量)和一个接受界限。这种抽样方案既可尽量减少合格批的产品因推断误差而拒收,也可减少不合格批的产品因推断误差而接收。前者将使生产方蒙受损失,后者将使使用方蒙受损失。一般这种风险由上级部门给定,或者由生产方与使用方双方协商确定。

### 5. 分析影响事物变量的因素

客观事物既是互相联系又是不断变化的。影响事物某个变量的因素是众多的,这些因素分为二类,一类是系统因素,另一类是偶然因素。人们要知道的是系统因素是否存在以及它的作用大小,但由于偶然因素的干扰,往往分不清什么是系统因素,什么是偶然因素。轧钢工业是一个连续性比较强的工业,最后产品的质量受到前面工序许多因素的影响。数理统计的方差分析能告诉我们,如何找出影响显著的系统因素以及影响不显著的偶然因素,并估计它们作用的大小。

### 6. 研究事物中二个变量或多个变量之间是否存在相关关系

前面已经提到的,在客观事物错综复杂的许多变量的关系中,有些变量是相关的,有些变量是不相关的或称为彼此独立的。在相关的性质中还有相关程度大小的差别。例如人的身高、胸围与肺活量均相关,但其中胸围与肺活量的相关程度比身高与肺活量的相关程度更密切。其中哪些因素最为重要?数理统计可通过一套科学的推断方法,先算出它们之间的相关系数。而后加以检验,以确定它们之间是否真有相关关系。这样就提高了人们对客观事物的认识程度。

### 7. 建立因变量与自变量之间的回归关系

在事物的许多相关变量中。一类变量是人们可以调整和控制的,与之相关的另一变量则随之而变,而且还受随机因素的影响而有微小的波动。在统计中,一个变量随着一个或多个自变量的变化的定量关系称为回归关系。例如某化工产品的合成条件,提高合成温度,就能提高产品的合成得率;又如某种子的浸种条件,提高浸种温度就能提高种子的出芽率;又如煤炉的燃烧条件提高进风的温度就能提高燃烧效率,降低烟气温度就可以提高热效率。诸如此类的相关关系,数理统计可以提供一套完整的定量分析方法。这种方法称之为回归分析法。回归分析法的首要步骤,也是最重要的一步,就是建立因变量对自变量的定量关系式,即回归方程。有了这种回归方程,可以用来对因变量的预报或控制。而且可以知道这种预报所能达到的精度,例如给出预报值的波动范围等。这是自动控制和预报科学十分重要的内容。

### 8. 试验设计

进行科学试验是任何工业求得技术进步的不可缺少的手段。采用合理的试验设计可用较少的试验代价获得较多的试验信息。同时因为有了比较科学的试验设计,还可寻求各因素最优的组合以获得最佳的工艺结果,结合方差分析还找出各因素之间的相互作用。

## § 1.5 如何学好统计技术

数理统计是一门应用数学。既是应用数学就具有鲜明的实践性,因此要学好这门科学必须带着问题学。这样:一则学习的目的性明确,不是为学习而学习,而是为了解决实际问题而

学习,学习起来的劲头足;二则因学习目的性明确,见效快,解决实际问题,更能坚定学习信心,提高学习效果。这点对于在职人员的学习尤为重要。在校学生,在老师的讲解下,先学概率论,再学数理统计,循序渐进,一般不存在多大问题。如果是短期学习班培训或者在职人员自学,往往由于一些理论或概念不清而失去学习信心。

其次,数理统计还是一门发展中的科学。第一,我们要认真地学,认真地用;第二,在学好用好的基础上,对于新问题,我们就要进一步地研究,不要轻易放过。我国技术界在推广全面质量管理、优选法、正交试验设计,发展了许多通俗易懂的方法,使一些高深的数学普及到群众中去。同时在实践中也发展和丰富了数学理论与方法。

再次,学习运用数理统计,一定量的计算是不可避免的。数理统计的计算已经有许多表格化了,大家一定要按照已经定型的表格进行计算。另外,每计算完了一步,就要进行核算,以便及时发现错误。

## 第二章 排列、组合与概率初步

### § 2.1 排 列

设某幼儿园的老师给小孩排座次。如果这班幼儿只有一个孩子,当然只有一种排法;如有两个孩子,一个穿红衣服,一个穿绿衣服,则有两种排法,即红左绿右和绿左红右两种;如果有三个孩子,各穿红绿白三种颜色的衣服,则座次的排法就有以下六种:

红绿白	红白绿	绿白红
绿红白	白红绿	白绿红

依此类推,用数学公式来表示,即  $n$  个不同物体,全部不同的排法有:

$$P_n = n! \quad (2-1)$$

式中  $P_n$  表示不同的排列数,而  $n! = n(n-1)\cdots 2\cdot 1$  表示  $n$  的阶乘。

上述三个穿红绿白衣服的孩子共有 6 种不同排坐法,  $P_3 = 3 \times 2 \times 1 = 6$

如果有四个穿不同颜色衣服的孩子,全部不同的排坐法即有  $P_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  种不同排坐法,公式(2-1)称为全排列公式。

如果在  $n$  个不同事物中只取  $r$  个进行排列, ( $r < n$ ), 则称之为选排列。例如在黑、白、红、黄四只棋子中取两只排列,则全部的排列法共有以下 12 种。

黑白	白黑	黑红	红黑	黑黄	黄黑
白红	红白	白黄	黄白	红黄	黄红

用数学公式表示这种选排列数为

$$A_n^r = \frac{n!}{(n-r)!} \quad (2-2)$$

以上二种情况都是指本身不可重复的排列法。如允许有重复,则其全部排列有:

$$n^r \text{ 种} \quad (2-3)$$

如上述四种不同颜色的棋子,每种棋子允许重复出现,则其全部排列法为  $4^2 = 16$  种。即

黑黑	黑白	黑红	黑黄	白白	白黑
白红	白黄	红红	红黑	红白	红黄
黄黄	黄黑	黄白	黄红		

### § 2.2 组 合

组合与排列不同。组合不管组成的顺序,如前述四种不同颜色的棋子,取两只不允许重复排列的全排列法共有 12 种,如果不管排列的顺序,黑白与白黑一样是同一个组合。同理,黑红与红黑,黑黄与黄黑……都只是一种组合,而全部 12 种排列就只有 6 种组合了。从  $n$  个不同的物体中,取出  $r$  个组合数记为  $C_n^r$ ,它的数值等于: