

S
U
P
E
R



$$\pi \times 15^2 \times \frac{144}{360} = 90\pi(\text{cm}^2)$$



无
敌
®

B

40°

无敌升学应考系列

无敌高三数学

S

3

mathematics

新

全国首批示范学校资深教师根据最新高中教材编写



至此防伪标志皆为盗版



568

图书在版编目(CIP)数据

新无敌高三数学/金宝铮等编著. —北京:海豚出版社, 2003. 1(无敌系列丛书)

ISBN 7-80138-300-1

I. 新... II. 金... III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 103843 号

新无敌高三数学

3

2003 年 6 月第 1 版

- 创意设计: 台湾 'SUPER' 创意工作室
- 制作总监: 王华荣
- 撰 文: 柯珊 李家智 闻岩 李梁 耿旭龙 张绍武
- 总 审 订: 金宝铮
- 总 编 辑: 吴锴鋈
- 行政主辑: 陈文玮
- 责任编辑: 储宁 齐海光
- 文字编辑: 周海蓉 王冬军 王占景
- 封面设计: 康玫玫 周尚文

-
- ◆ 编 者: 海豚出版社编辑部
 - ◆ 出 版 者: 海豚出版社
北京市西城区百万庄路 24 号 邮编: 100037
 - ◆ 行销策划: 北京光海文化用品有限公司 邮编: 100027
北京市东城区东中街 29 号东环广场
写字楼 B 座 4 层 B-D 室
 - ◆ 服务电话: (010)64185989

-
- ◆ 发 行 者: 新华书店经销
 - ◆ 印 刷: 北京国彩印刷有限公司
 - ◆ 印 次: 2003 年 8 月第 1 版第 2 次印刷
 - ◆ 开 本: 889 × 1194mm 1/32 8.5 印张
 - ◆ 定 价: 26.00 元
 - ◆ ISBN 7-80138-300-1/G · 533
 - ◆ 法律顾问: 沈恒德律师、符霜叶律师
 - ◆ 版权所有 侵权必究

倘有印刷不清、破损、装订错误, 烦请致电本公司联络调换事宜。

无敌升学系列

01 领先一步——集诸名师累累硕果，再度翔实殷殷奉献

●《新无敌高一数学》(根据最新教材编写)

依照教育部颁布最新通用教材，编写崭新篇章，明晰列举出学习要素和各种题型，令你不会再面对试卷时感到茫然陌生。

撰稿：柯珊、李家智、邱岚、于海飞

开本：大 32 开

定价：25 元

02 与时俱进——接承原有精华，再写华彩新篇

●《新无敌高二数学》(根据最新教材编写)

依从公式、定理到题型解析，再到应试实战对策，全面翔实，专业精到，为你的学习胜利打下坚实基础。

撰稿：闻岩、高雪松、胡芳、金宝铮

开本：大 32 开

定价：28 元

03 笑傲考场——有了你我共同努力，自然“谈笑间，檣櫓灰飞烟灭”

●《无敌高三数学》

详列不同题型和解法，指导应试的技巧和心理，帮助学生从知识和状态两方面同时为高考的胜利作最后一跃。

撰稿：柯珊

开本：大 32 开

定价：30 元

04 兼容并蓄——一书在手，任他风高浪急，更似闲庭信步

●《新无敌高三数学》(根据最新教材编写)

全书宗旨是立足于高三，望眼于高考，针对最新教材，鼎力铸就，经典附录更全面总结高中知识，指导高三总复习。

撰稿：柯珊、李家智、闻岩、李梁、耿旭龙、张绍武

开本：大 32 开

定价：26 元

订购方式

- 书店：请至邻近各大新华书店选购。
- 邮购：通过邮局汇款直接与我们订购，全部产品可享 9 折优惠。
汇款地址：北京市东城区东中街 29 号东环广场写字楼 B 座 4 层 B-D 室
北京光海文化用品有限公司 邮编：100027
个人汇款请在“汇款单”中注明：姓名、邮编、地址、所购书籍书名、数量。
单位汇款请注明：单位名称、姓名、邮编、地址、所购书籍书名、数量。
请您用正楷详细填写以保证我们寄出的书能顺利送至您手中。
我们将在收到您汇款的 3 日内寄出。
◎ 汇款书价计算如下：书价(打 9 折) + 邮资费(请参考右页出版品邮资一览表)。
- 服务咨询热线：(010)64185989

学习有《无敌》，考试当“无敌”

无敌升学系列

19 说时尚英语——生活会多彩

●《时尚女说英语》

社交人气、时尚消费、文化美容、户外活动、文化美容、情感生活，配合时尚女孩的完全精彩日程，本书以完全时尚精神为你编辑了完全时尚英语！

撰稿：胡凯琳、苏毓淇

开本：大 32 开

定价：34 元（附录音带）

20 说漂亮英语——上班生涯一帆风顺

●《上班族说英语》

应征工作、开始上班、通讯事务、外地出差、工作 EQ……，现代上班族一定会遇到的文体，就是本书所涵盖的内容：让旁人无法忽视你杰出的表现！

撰稿：孙维祺

开本：大 32 开

定价：32 元（附录音带）

21 说实用英语——游学生活胸有成竹

●《轻松游学说英语》

行前准备、出发抵达、办理手续、学校生活、住宿通讯、社交活动……，只要把这书放入行囊，它会帮你克服语言的障碍，伴你轻松游学在天涯！

撰稿：黄惠政

开本：大 32 开

定价：28 元（书）；38 元（书附录音带）

22 满口流利的英文并不表示你说对了

●《你的英文又错了?!》

本书专为英语中上程度的学生和读者备考、学习而策划，也是英语老师不可或缺的参考书。全书丰富的内容，独特的例句，搭建起一座直译东西方文化的桥梁。

撰稿：Dennis Le Boeuf & 景黎明

开本：大 32 开

定价：35 元

23 多少楼台烟雨中——《上海·水乡》写意江南温柔倩影

●《上海·水乡》

上海繁影，苏州名园，杭州山水，扬州月夜，金陵古都，细细品味江南岸千年的温柔倩影，独独领略这一方的水乡情怀。

撰稿：黄郁苓

开本：大 32 开

定价：27 元

24 春城无处不飞花——《云南三城》流连西南异域风情

●《云南三城》

春城无处不飞花的昆明，风花雪月缠绵的大理，古乐回绕古城的丽江，深入高原内陆，一访少数民族的百样风俗。

撰稿：王文珊

开本：大 32 开

定价：31 元

学习有《无敌》，考试当“无敌”

无敌升学系列

13 辛勤经营——知识、基础、能量，全面储备

●《无敌高一英语》

延续六大单元设置，特别在“词汇”单元增加单词的英文注释，力求做到中英文双解。并在全书的讲解过程中特别注意对比分析，帮助读者更好掌握知识。

撰稿：胡小静

开本：大 32 开

定价：30 元

14 开阔视野——广度、深度、难度，全面提升

●《无敌高二英语》

延续六大单元设置，加深内容难度，扩展知识的广度，从各个角度大幅扩大学生的视野，真正提高英文能力。

撰稿：王辰、胡小静

开本：大 32 开

定价：32 元

15 全力以赴——技巧、能力、信心，全面强化

●《无敌高三英语》

延续六大单元设置，全面总结整理高三知识内容，并加附中学阶段语言点综合复习，帮助学生提前一步备战高考。

撰稿：王辰、李国红

开本：大 32 开

定价：32 元

16 你想自由自在写好英语作文吗？

●《无敌英语写作》

全方位指导初、高中英语写作，从单词到词组再到句子立体总结写作资料；日记、书信、便条……横向讲解各种文体写作要点；并特别针对各类应考加强说明。

撰稿：华克键

开本：大 32 开

定价：26 元

17 阳光语法——透彻的解析，用阳光融化语法的艰涩

●《无敌英语语法》全范围版

全书共 16 章，460 000 字，640 页，全范围选取语法知识，归纳总结；并附丰富附录，帮助读者初级自学、中级活用、高级进阶。

撰稿：孟宪珍、王渊喆

开本：大 32 开

定价：52 元

18 说地道英语——购物也开心

●《逛街购物说英语》

在超市、在百货店、在电器店、在家具店、在书店，只要是你想得到的购物场景，本书就有所不在的提示，陪你开口说英语，开心去购物！

撰稿：李洁

开本：大 32 开

定价：34 元（附录音带）

学习有《无敌》，考试当“无敌”

试读结束，需要全本PDF请购头 www.crfongbook.com

无敌升学系列

⑦更上层楼——英文词组，学子征程上的坚实后盾

●《无敌英语词组》高中版

根据高考要求，精选 450 余个关键词，详尽的解说，丰富的内容，重点的提示都为你彻底攻克高考的词组难关而配备。

撰稿：郑天生

开本：大 48 开

定价：30 元

⑧开卷有益——一篇篇精彩，篇篇好心情

●《无敌英语阅读》高中版

精选 40 篇英文短文，内容涉及广泛，包括符合中学生水平的故事、传说、新闻、广告……，并附自测题目及相关注解，切实提高你的阅读水平。

撰稿：华克健

开本：大 32 开

定价：18 元

⑨一字一金——含金量十足的字典，必是学习路上有力助手

●《图解英汉辞典》

配合最新初中教材收录重要及日常用词 5000 余个，加配生动插图补充说明，令读者对单词的印象更深刻。丰富而实用的附录是不可多得的参考资料。

撰稿：光复书局编辑部

开本：64 开

定价：30 元

⑩快乐启航——好基础，好内容，好方法，帮你快乐学英语

●《无敌初一英语》

设置“单词、词组、句型、语法”四大单元，配合最新初中一年级的英文教材讲解知识，并详细提示“音标”的基本用法。

撰稿：李国红

开本：大 32 开

定价：21 元

⑪步步耕耘——学知识，学技巧，学经验，耕耘就会有收获

●《无敌初二英语》

“单词、词组、句型、语法、阅读、写作”六大单元，与初二教学完全同步。并进一步加强版面的精致编排，细化规整知识结构。

撰稿：李国红

开本：大 32 开

定价：23 元

⑫深深积淀——会总结，会积累，会分析，全面加大知识厚度

●《无敌初三英语》

延续六大单元设置，并着重扩充“阅读、写作”两部分内容的讲解。全书特别加强与中考应试的结合，强调知识的高度与难度。

撰稿：郑天生

开本：大 32 开

定价：21 元

学习有《无敌》，考试当“无敌”

无敌升学系列

①横空出世——无敌系列的最初，基础语法的经典

●《无敌英语语法》初中版

聘请资深英语教师根据最新初中英语教材编写，内容完全适用于初中升学应试。同时强调全彩色的崭新编排，开创经典“无敌英语系列”。

撰稿：华克健

开本：大 32 开

定价：45 元

②字字珠玑——最为简明，最是基础，最关键

●《无敌初中英语关键词》

按照中考应试要求锁定 750 余个初中必考关键词，每一词都加附中文解说、精选例句、相关知识，层层深入分析，帮助记忆理解。

撰稿：华克健

开本：大 48 开

定价：23 元

③书山有路——初涉英文词海，打造最坚实的航船

●《无敌初中英语词组》

按照中考要求辑录分析 250 余个重要词组，多种角度深入分析。同时附双向式记忆卡，供读者自行检测学习成果。

撰稿：郑天生

开本：大 48 开

定价：23 元

④曲径通幽——随身的精致小书，造就流利的英语

●《无敌初中英语生活会话》

根据中考要求及日常需要编辑 1000 余条实用英语口语，每一组对话都有情景、每一个句子都有趣味，并配制标准美音磁带，帮你轻松攻克口语关。

撰稿：郑天生

开本：大 48 开

定价：36 元（附录音带）

⑤高屋建瓴——无敌系列又一经典，高考路上殷殷相伴

●《无敌英语语法》高中版

内容完全符合最新高中英语课程的设置，针对高中语法的繁复，高考实战的需求，利用条理化、彩色化的设计帮助学生重新整理知识，归纳重点。

撰稿：华克健

开本：大 32 开

定价：45 元

⑥学之有道——大学要考，单词要背，背单词要精选

●《无敌英语关键词》高中版

根据高考的考试要求深入讲解 900 余个关键词，通过增加例句、语法讲解及相关近义词，全面提升学生决战高考的词汇能力。

撰稿：邵紫

开本：大 48 开

定价：30 元

学习有《无敌》，考试当“无敌”

SUPER



无敌高三数学

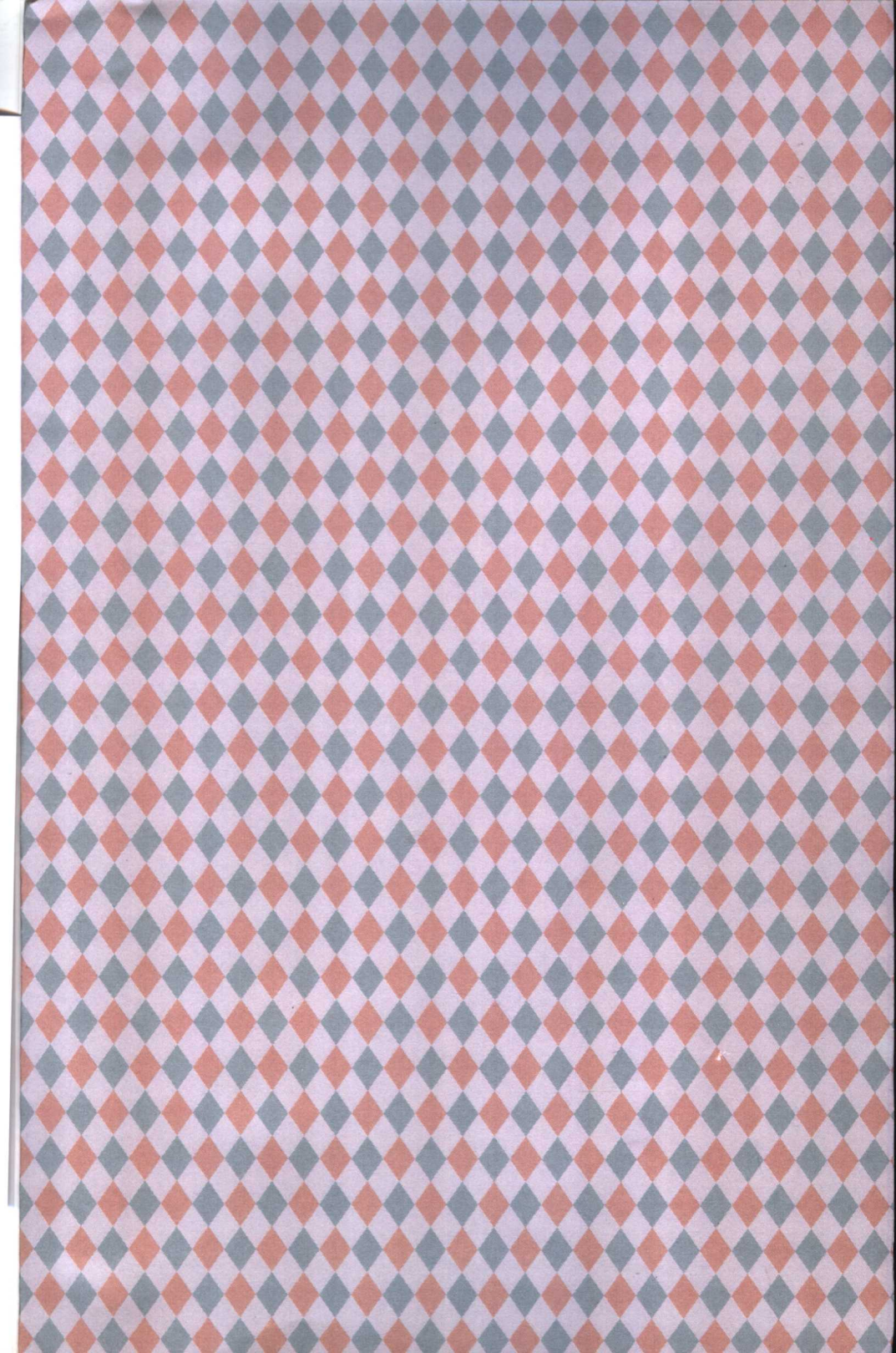
mathematics 3

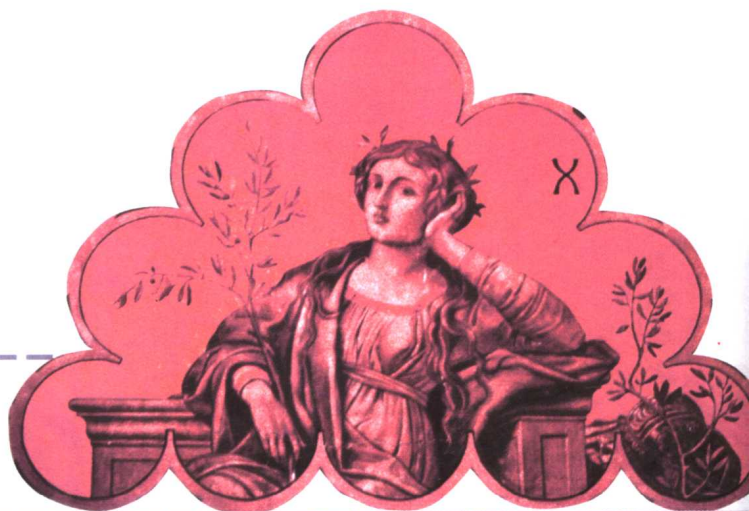
新

全国首批示范学校资深教师根据最新高中教材编写



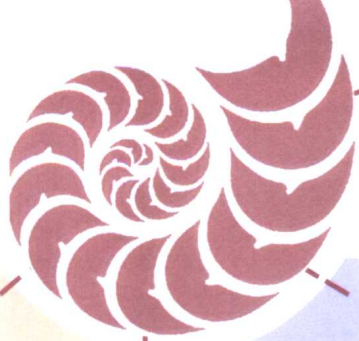
海豚出版社





郑重声明

- 本书内容编辑著作权由台湾“SUPER”创意工作室享有。
- 本书封面、版权设计之著作权由北京光海文化用品有限公司享有。
- 本书出版权由海豚出版社享有。
- “无敌”商标专用权经国家工商行政管理局核准由北京光海文化用品有限公司享有。
- 未经同意擅自盗用、模仿、抄袭、改作、翻印或以其他方式侵权者，著作权人当依法追究其民刑事法律责任。



学数学原本并不难

在期待中，辛劳中，喜悦中，责任中，我们同读者一起收获了高中数学。从孕育到生产完成的过程中有无数读者给予了鼓励与鞭策。在《无敌初中数学》的基础上，我们再邀名师，吸取经验，提炼精华，倾力编写，完成此书，期望“百尺竿头，更进一步”。

数学在中小学课程设置有相当重要，特别是在高考中常是拉分的关键，但长期以来，它一直扮演着“拦路虎”的角色，学生深知其重要，却又畏惧。我们本着“兴趣是最好的老师”，致力于激发同学们对学习的兴趣及热忱，消除其畏惧心理，设计上先以彩色面目引人，而后以精湛详实内容灌输，做到“华而且实”，如名师在旁，娓娓叙述，既弥补学生课上未及消化的部分，又起到加深巩固的作用。我们的目的是“请君入瓮”，一旦进入必会发现别有洞天，一有收获，自会激起兴趣，增加信心，便会觉得“学数学，原本并不难！”

根据不同年级的特点，我们做了不同的划分。高一数学立足于思路引导、方法指引，并配以详尽的解说，使其“入门有道”；高二数学重于理论与实践的结合，在实际演练中，将思路拓宽；高三数学则紧跟高考，除了历次高考涉及的各种题型、各种解法的详尽指示，尚有针对各层次学生的应试技巧辅导，精彩题库任你遨游。

学习不是死记硬背，不是搞题海战术，而是应掌握良好的思维习惯。基于此，本套三册书均重于典型题的思路分析，题后的概括总结也起到举一反三的作用。“良好的开始，是成功的一半。”高一时播下的良好的种子，经历高二的辛劳耕耘，必会在高三结出累累硕果。

我们在此预祝我们新书的出世能给莘莘学子带来更大的帮助，同时它也期待着与更多新老朋友结识，共创明天的坦途。

2001年7月30日

原
版
序



新大纲、新教材、新无敌

无敌系列自 1996 年问世以来,受到广大师生的热切关注,至今销售已达 700 万册。

1996 年原国家教委提出修改基础教育教学大纲,1999 年教学计划、教学大纲、教材全面修订。2002 年教育部通知全国使用新大纲。

为使“无敌数学”也能与时俱进,我们的作者依据教育部新大纲、新教材重新编写新版无敌数学。

新大纲中将思维能力的培养从第二位上升到第一位。明确提出:思维能力是指会观察、比较、分析、综合、抽象和概括;会用归纳、演绎和类比进行推理;会合乎逻辑地、准确地阐述自己的思想和观点;能运用数学概念、思想和方法,辨明数学关系,形成良好的思维品质。在能力要求上,新大纲增加了创新意识的培养,并对解决实际问题的能力提出更高的要求。

新教材从教学内容上,增加了以下知识点:逻辑关系词;四种命题;函数的应用举例;向量的加法与减法,平面向量的坐标表示,平面向量的数量积;用二元一次不等式表示平面区域;简单线性规划问题;圆的参数方程;椭圆的参数方程;正多面体;空间向量加法及减法与数乘,空间向量的坐标表示,空间向量的数量积,直线的方向向量,平面的法向量,向量在平面内的射影;随机事件的概率,相互独立事件同时发生的概率,独立重复实验;互斥事件有一发生的概率;研究性课题和实习作业。

新大纲、新教材,实行新的教学探索,我们的无敌数学与教学的改革紧密配合,必将成为同学们学习的好帮手。真诚地祝愿通过无敌数学使我们成为好朋友。也借此向本书作者柯珊、李家智、闻岩、李梁、耿旭龙、张绍武诸位老师的辛勤工作,致上最高的谢意!

总审订:金 宝 铮

2003 年 5 月于北京

新版序

Contents

目录

第一章 概率与统计

撰文：耿旭龙

第一节	离散型随机变量的分布列	7
第二节	离散型随机变量的期望与方差	15
第三节	抽样方法	23
第四节	总体分布的估计	29
第五节	正态分布	35
第六节	线性回归	39

第二章 极限

撰文：李梁

第一节	数列的极限	43
第二节	数列极限的四则运算	45
第三节	函数的极限	52
第四节	函数极限的四则运算	59
第五节	两个重要的极限	66
第六节	函数的连续性	72

第三章 导数与微分

撰文：柯珊

第一节	导数与微分	79
第二节	导数的应用	90

第四章 积分

撰文：柯珊

第一节	不定积分	99
第二节	定积分及其应用	111

第五章 复数

撰文：李家智

第一节	复数的概念	123
第二节	复数的向量表示	126
第三节	复数的加法与减法	133
第四节	复数的乘法与除法	138
第五节	复数的三角形式	144
第六节	复数的三角形式的运算	149

实力测验·答案

156

附录一	高中重点知识总结	撰文：张绍武	219
附录二	破解数学高分神话——写给考生的话	撰文：闻岩	235



第一章 概率与统计

内容提示

- ① 理解用数学工具对随机变量的研究.
- ② 会研究概率分布, 求期望与方差及其分布列.
- ③ 会描绘概率密度曲线.
- ④ 掌握抽样方法及其运用.
- ⑤ 会画频率分布条形图及其对有关数据的分析.
- ⑥ 运用样本平均数、方差求估计值 s^2 , s^{*2} 等.

第一节 离散型随机变量的分布列

学习经纬

- ① 随机变量、离散型随机变量、连续型随机变量的意义.
- ② 离散型随机变量的分布列的性质.

KEY POINT

- ① 用随机变量描述随机现象是近代概率中最重要的方法, 随机取值的变量称为随机变量, 一般用 ξ , η , $\cdots$ 表示, 有时也用 X , Y , $\cdots$ 表示.
- ② 当随机变量 ξ 只能是有限个值 $\{x_1, \cdots, x_n\}$ 或可列个值 $\{x_1, x_2, \cdots\}$ 时, 称 ξ 为离散型随机变量.
- ③ 当随机变量 ξ 可以取某一区间内的一切值时, 这样的随机变量为连续型随机变量.
- ④ 任一离散型随机变量的分布列都具有下述两个性质:
(1) $p_i \geq 0$, $i = 1, 2, 3, \cdots$;
(2) $\sum_{i=1}^{\infty} p_i = 1$.
- ⑤ 独立重复试验发生的次数 ξ 的分布列服从二项分布 $\xi \sim B(n, p)$, 其中 n, p 为参数, 分布列中的每一项 $b(k; n, p) = C_n^k p^k q^{n-k}$ (且 $q = 1 - p$).

解题秘招

举例·1 投掷均匀硬币一次, 随机变量为 ()

- (A) 出现正面的次数.
- (B) 出现正面或反面的次数.
- (C) 掷硬币的次数.
- (D) 出现正反面次数之和.

解法与解答

选(A).

掷一枚硬币, 可能出现的结果是正面向上或反面向上. 以一个标准如正面向上次数来描述这一随机试验, 那么正面向上的次数就是随机变量 ξ , ξ 的取值是 0, 1, 故

选(A). 而(B)中标准模糊不清, (C)中掷硬币次数就是1, 不是随机变量, (D)中出现正面和反面次数和必是1, 对应的是必然事件, 试验前便知是必然出现的结果, 也不是随机变量.



随机变量的取值实质是试验结果对应的数. 但这个数是预先知道所有可能的值, 而不知道究竟是哪一个值, 这便是随机的本源.

举例·2 从1, 2, 3, ..., 10中一次取出4个数, 并由小到大排列, 以 ξ 表示这4个数中第二个, 求 ξ 的分布列.

解法与解答

ξ 的可能取值为2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,

$$P(\xi = k) = \frac{C_{k-1}^1 C_{10-k}^3}{C_{10}^4}, k=2, 3, 4, \dots, 8.$$

所以, 分布列为:

ξ	2	3	...	k	...	8
P	$\frac{C_1^1 C_8^3}{C_{10}^4}$	$\frac{C_2^1 C_7^3}{C_{10}^4}$	...	$\frac{C_{k-1}^1 C_{10-k}^3}{C_{10}^4}$	...	$\frac{C_7^1 C_2^3}{C_{10}^4}$



照顾了第1个数的较小, 而忽略了后两个数必须是较大的数, 是常见的错误.

举例·3 一批零件中有9个合格品与3个废品, 安装机器时, 从这批零件中随机抽取, 取出废品则不放回. 求在第一次取到合格品之前已取出的废品数的分布列.

解法与解答

设在第一次取到合格品之前已取出的废品

数为 ξ , 则 ξ 的可能取值为0, 1, 2, 3.

$$P(\xi = 0) = \frac{C_9^1}{C_{12}^1} = \frac{3}{4},$$

$$P(\xi = 1) = \frac{C_3^1}{C_{12}^1} \cdot \frac{C_9^1}{C_{11}^1} = \frac{9}{44},$$

$$P(\xi = 2) = \frac{C_3^1}{C_{12}^1} \cdot \frac{C_2^1}{C_{11}^1} \cdot \frac{C_9^1}{C_{10}^1} = \frac{9}{220},$$

$$P(\xi = 3) = \frac{C_3^1}{C_{12}^1} \cdot \frac{C_2^1}{C_{11}^1} \cdot \frac{C_1^1}{C_{10}^1} = \frac{1}{220}.$$

所以, 分布列为:

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{44}$	$\frac{9}{220}$	$\frac{1}{220}$



一般分布列的求法分三步: ①首先要确定随机变量 ξ 的取值有哪些, 此题因为一旦取到合格品即停止 ξ 的试验过程, 故而 ξ 的可能取值只能是0, 1, 2, 3; ②求出每种取值下的随机事件概率值; ③列表对应, 即为分布列.

举例·4 已知随机变量 ξ 的分布列:

ξ	-2	-1	0	1	2	3
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{7}{30}$

求随机变量:

(1) $\eta = 2\xi + 1$; (2) $\zeta = \xi^2$ 的分布列.

解法与解答

(1) $\eta = 2\xi + 1$, 由于 ξ 的值域为 $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$,

$\therefore \eta$ 的值域为 $\{-3, -1, 1, 3, 5, 7\}$,

$$\text{又 } P(\eta = a) = P(\xi = \frac{a-1}{2}),$$

$\therefore \eta$ 的分布列为:

η	-3	-1	1	3	5	7
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{7}{30}$

$$(2) \because \zeta = \xi^2,$$

$\therefore \zeta$ 的值域为 $\{0, 1, 4, 9\}$.

$$\text{又 } P(\zeta=0) = P(\xi^2=0) = P(\xi=0) = \frac{1}{5},$$

$$P(\zeta=1) = P(\xi^2=1) = P(\xi=1 \text{ 或 } \xi=-1)$$

$$= P(\xi=1) + P(\xi=-1) = \frac{1}{15} + \frac{1}{6} = \frac{7}{30},$$

$$P(\zeta=4) = P(\xi^2=4) = P(\xi=2 \text{ 或 } \xi=-2)$$

$$= P(\xi=2) + P(\xi=-2) = \frac{2}{15} + \frac{1}{5} = \frac{1}{3},$$

$$P(\zeta=9) = P(\xi^2=9) = P(\xi=-3 \text{ 或 } \xi=3)$$

$$= P(\xi=3) = \frac{7}{30}.$$

$\therefore \zeta$ 的分布列是:

ζ	0	1	4	9
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{30}$

point

指导

由随机变量分布列的概念可知, 欲求 η 和 ζ 的分布列, 就必须求出 η 和 ζ 的取值, 以及取各个值时相应的概率. 而 η 和 ζ 的取值由 ξ 确定, η 和 ζ 的概率可由 ξ 的概率求得.

举例·5 一批产品中, 有 20% 的次品, 进行重复抽样检查, 共取 5 件样品, 计算这 5 件样品恰好有 3 件次品, 至多有 3 件次品的概率.

解法与解答

设 A_0, A_1, A_2, A_3 依次为 5 件样品中恰好有 0 件、1 件、2 件、3 件次品的事件.

这里, 重复抽样检查是五重贝努利试验, $n=5, p=0.2, q=1-p=1-0.2=0.8$, 由二项概率公式得

$$P(A_3) = C_5^3 \cdot (0.2)^3 \cdot (0.8)^2 = 0.0512.$$

$P\{\text{至多有 3 件次品}\}$

$$= P(A_0 + A_1 + A_2 + A_3)$$

$$= P(A_0) + P(A_1) + P(A_2) + P(A_3)$$

$$= (0.8)^5 + 5 \times 0.2 \times (0.8)^4 + \frac{5 \times 4}{2} \times (0.2)^2 \times (0.8)^3$$

$$\times (0.8)^3 + \frac{5 \times 4 \times 3}{2 \times 3} \times (0.2)^3 \times (0.8)^2$$

$$= 0.3277 + 0.4096 + 0.2048 + 0.0512$$

$$= 0.9933.$$

point

指导

二项概率公式是 $P(\xi=k) = C_n^k p^k$

$\cdot q^{n-k}$. 其中 $k=0, 1, 2, \dots,$

$n; q=1-p$, 它表示在一次试验中某事件发生的概率是 p , 那么在 n 次独立重复试验中这个事件恰好发生 k 次的概率.

STEP BY STEP

例题·1 下面表中列出的是某随机变量的分布列的有()

(1)

ξ	1	3	5
P	0.5	0.3	0.2

(2)

ξ	1	2	3	4	5
P	0.7	0.1	0.1	0.2	-0.1

(3)

ξ	0	1	2	...	n	...
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}(\frac{1}{3})^1$	$\frac{1}{2}(\frac{1}{3})^2$	...	$\frac{1}{2}(\frac{1}{3})^n$	...

(4)

ξ	1	2	3	...	n
P	$\frac{1}{2}$	$(\frac{1}{2})^2$	$(\frac{1}{2})^3$	...	$(\frac{1}{2})^n$

(A)1个. (B)2个. (C)3个. (D)4个.

❶ 答 (B).

❷ 解 离散型随机变量的分布列要满足两个性质: (1) $p_i \geq 0$, (2) $\sum p_i = 1$, 用这个标准去衡量即可得到下面的结果:

(1)和(4)是某随机变量的分布列; (2)不是. 因为 $P(\xi=5) = -0.1$ 不满足性质(1);

(3)不是. 因 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^n \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^n$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{4} \neq 1$, 不满足性质(2),

故选(B).

❸ 例2 一盒中有9个正品和3个次品零件, 每次取一个零件, 如果取出的次品不再放回, 求在取得正品前已取出的次品数 ξ 的概率分布.

❹ 解 ξ 可能取的值为0, 1, 2, 3四个数, 而 $\xi = k$ ($k=0, 1, 2, 3$)表示: 取 $k+1$ 次零件, 前 k 次取得都是次品, 第 $k+1$ 次才取得正品.

$$P(\xi=0) = \frac{C_3^0}{C_{12}^1} = \frac{3}{4},$$

$$P(\xi=1) = \frac{C_3^1}{C_{12}^2} \cdot \frac{C_9^1}{C_{11}^1} = \frac{9}{44},$$

$$P(\xi=2) = \frac{C_3^2}{C_{12}^3} \cdot \frac{C_2^1}{C_{11}^2} \cdot \frac{C_9^1}{C_{10}^1} = \frac{9}{220},$$

$$P(\xi=3) = \frac{C_3^3}{C_{12}^4} \cdot \frac{C_2^2}{C_{11}^3} \cdot \frac{C_1^1}{C_{10}^4} = \frac{1}{220}.$$

故 ξ 的分布列为:

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{44}$	$\frac{9}{220}$	$\frac{1}{220}$

point

指导

求离散型随机变量的分布列, 应按下述三个步骤进行: ①明确随机变量的所有可能取值, 以及取每个值所表示的意义; ②利用概率的有关知识, 求出随机变量每个取值的概率; ③按规范形式写出分布列, 并用分布列的性质验证.

❺ 例3 设某项试验成功率是失败率的2倍, 用随机变量 ξ 描述一次试验的成功次数, 则 $P(\xi=0)$ 等于()

(A)0. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\frac{1}{3}$. (D) $\frac{2}{3}$.

❻ 答 (C).

❼ 解 根据题意可知, “ $\xi=0$ ”表示试验失败, “ $\xi=1$ ”表示试验成功, 又知试验的成功率是失败率的2倍, 从而有 $P(\xi=1) = 2P(\xi=0)$, 又由概率分布的性质可得 $P(\xi=0) + P(\xi=1) = 1$,

$$\therefore 3P(\xi=0) = 1. \therefore P(\xi=0) = \frac{1}{3}.$$

故选(C).



由于 ξ 的取值只有两种情况: 成功与失败. 且知概率关系, 所以可由概率分布的性质求结果.

❽ 例4 命题 p : 离散型随机变量只能取有限个值; 命题 q : 只能取有限个值的随机变量是离散型随机变量; 命题 r : 连续型随机变量可以取某一区间内的一切值; 命题 s : 可以取某一区间内的一切值的随机变