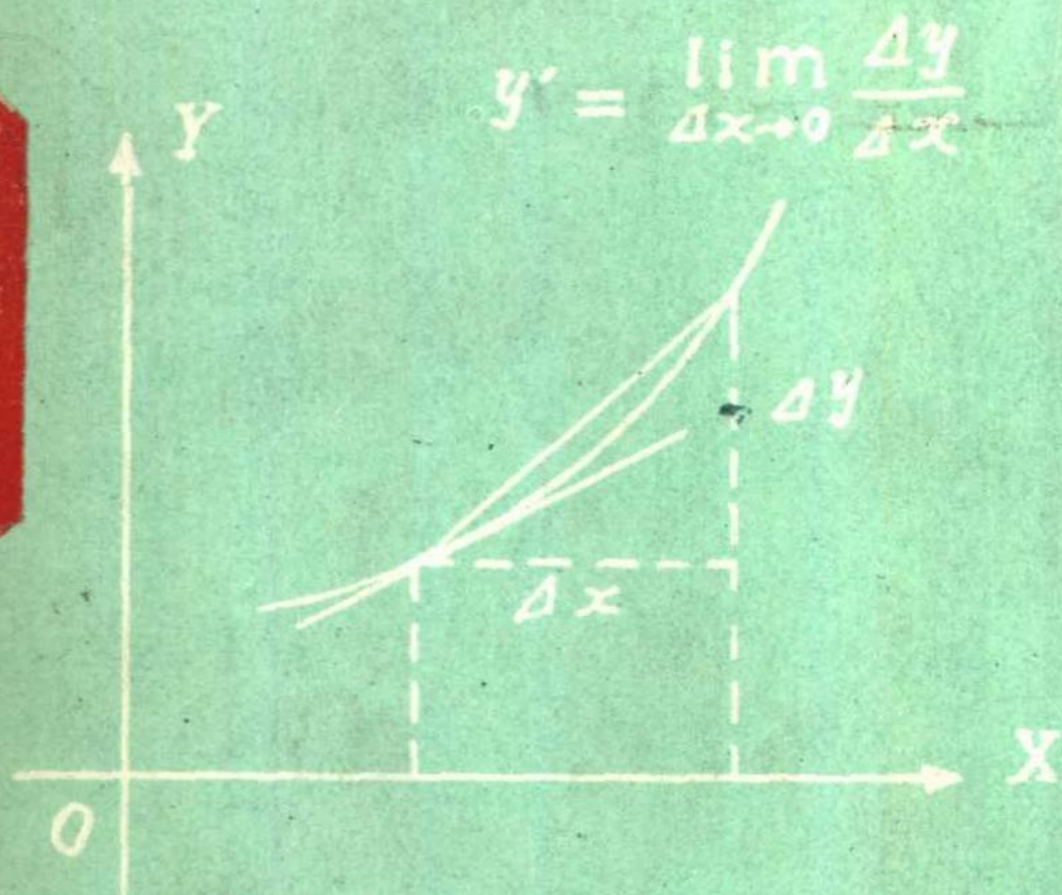


13.13-113.2

中学数学手册



福建人民出版社

中学数学手册

福州市数学会
福州市中学校际教研组

福建人民出版社

中学数学手册

福州市数学学会

福州市中学数学校际教研组

*

福建人民出版社出版

福建省新华书店发行

福建新华印刷厂印刷

787×1092 1/64 3 11/16印张 74千字

1978年5月第1版

1979年10月第4次印刷

印数：1,451,001—1,751,000册

统一书号：7173·314 定价：0.27元

前 言

数学是研究现实世界空间形式和数量关系的科学，是一门指导推理、演算的学问。数学的应用非常广泛，是现代科学技术必不可少的基础知识，对于在本世纪内把我国建设成为农业、工业、国防和科学技术现代化的社会主义强国，具有十分重要的作用。

数学是中学的一门重要课程。中学生在中学阶段，必须切实学好数学基础知识，以便进一步学习科学技术和生产知识，以适应实现四个现代化的需要。

这本手册是按照教育部制订的《中学数学教学大纲》(试行草案)的精神，从中学

数学内容中，精选对于参加社会主义革命和建设，和学习现代科学技术所必需的主要概念、定理、公式、法则等知识和现代数学的某些基本概念编成；并附有一部分基本练习题，供中学生和知识青年参阅、练习，以利于巩固所学过的数学基础知识，培养正确迅速的运算能力、一定的逻辑思维能力 and 一定的空间想象能力。

这本手册的初稿曾邀请本市部分数学教师讨论、研究，最近由池伯鼎、周志文、林振铨、倪木森等同志整理编成。

由于我们水平有限，编写时间仓促，其中难免有缺点、错误，望读者批评指正。

福州市数学会
福州市中学数学校际教研组
一九七八年三月

目 录

一、代数.....	(1)
乘法公式与因式分解.....	(1)
比例.....	(2)
分式.....	(3)
根式.....	(5)
指数.....	(6)
对数.....	(7)
函数.....	(9)
方程.....	(14)
不等式.....	(25)
数列.....	(31)
极限.....	(32)
排列、组合、概率.....	(34)
数学归纳法.....	(37)

二项式定理.....	(38)
复数.....	(39)
集合.....	(44)
行列式.....	(48)
二进制.....	(52)
逻辑代数初步.....	(54)
二、三角.....	(59)
三角函数定义.....	(59)
单位圆函数线.....	(60)
同角三角函数关系.....	(61)
诱导公式与特殊角函数值.....	(62)
三角函数的图象与周期.....	(63)
和、差、倍、半角的三角函数.....	(65)
三角函数的和差化积与 积化和差.....	(67)
三角形解法.....	(69)
反三角函数.....	(75)

三角方程.....	(77)
三、平面几何.....	(80)
直线与射线.....	(80)
多边形.....	(82)
圆.....	(91)
四命题与基本轨迹.....	(97)
四、立体几何.....	(100)
直线与平面.....	(100)
几何体.....	(107)
视图.....	(112)
五、平面解析几何.....	(113)
直角坐标系.....	(113)
直线.....	(116)
圆锥曲线.....	(120)
坐标变换.....	(129)

极坐标.....	(131)
参数方程.....	(133)
轨迹与方程.....	(135)
六、微积分初步.....	(138)
函数的导数.....	(138)
函数的微分.....	(140)
导数及微分公式.....	(141)
导数及微分的应用.....	(144)
不定积分.....	(148)
定积分.....	(152)
定积分的应用.....	(153)
附录一 基本练习题.....	(156)
附录二 常用单位换算表.....	(225)
附录三 近似计算.....	(227)

一、代 数

乘法公式与因式分解

1. 乘法公式

$$(1) (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(2) (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(3) (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$(4) (a+b+c)^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

$$(5) a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$(6) a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$(7) a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab$$

$$- ac - bc)$$

2. 多项式因式分解的基本方法

- (1) 提取公因式法；
- (2) 分组分解法（调项分组，拆项分组，添减项分组）；
- (3) 应用乘法公式分解法；
- (4) 利用余数定理及综合除法分解法。

比 例

1. 若 $a : b = c : d$ ，或 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ，则：

(1) $ad = bc$ (内项积等于外项积)

(2) $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ (反比定理)

(3) $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ ， $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$

(更比定理)

(4) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ (合比定理)

(5) $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ (分比定理)

$$(6) \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \quad (\text{合分比定理})$$

2. 若 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots$, 则

$$\frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots$$

(等比定理)

3. (1) 若 y 与 x 成正比例 ($y \propto x$), 则

$$y = kx \quad (k \text{ 为比例常数, } k \neq 0).$$

(2) 若 y 与 x 成反比例 ($y \propto \frac{1}{x}$), 则

$$xy = k \quad (k \text{ 为比例常数, } k \neq 0).$$

分 式

1. 基本性质

$$\frac{a}{b} = \frac{am}{bm} \quad (m \neq 0)$$

2. 分式运算

$$(1) \text{ 加减法: } \frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$$

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

$$(2) \text{ 乘法: } \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$(3) \text{ 除法: } \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

$$(4) \text{ 乘方: } \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$(5) \text{ 开方: } \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

3. 部分分式

下面等式左边为已知真分式, $F(x)$ 为多项式, 右边 A_1, A_2, \dots, A_n 为待定系数。

$$(1) \frac{F(x)}{(x-a_1)(x-a_2)\cdots(x-a_n)} \\ = \frac{A_1}{x-a_1} + \frac{A_2}{x-a_2} + \cdots + \frac{A_n}{x-a_n}$$

$$(2) \frac{F(x)}{(x-a)^n} \\ = \frac{A_1}{x-a} + \frac{A_2}{(x-a)^2} + \cdots + \frac{A_n}{(x-a)^n}$$

根 式

1. 实数绝对值与算术根

(1) 绝对值: $|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$

(2) 算术根: 正数的平方根叫做算术根。即

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

2. 最简根式的条件

(1) 被开方数的指数和根指数是互质数;

(2) 被开方数的每一个因式的指数都小于根指数;

(3) 被开方数不含分母。

3. 运算

(1) 加减: 先化为最简根式, 再合并同类根式。

(2) 乘除: 先化为算术根, 再化为同

次根式进行乘除。

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

(3) 乘方与开方:

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y},$$

$$\text{其中 } \begin{cases} x + y = a \\ xy = b \end{cases} \quad (x > y)$$

指 数

1. 定义

$$a^n = \overbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}^{n \uparrow}$$

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad (a \geq 0)$$

2. 运算法则

$$(1) \quad a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$(2) \quad (ab)^m = a^m b^m$$

$$(3) \quad (a^m)^n = a^{mn}$$

对 数

1. 定义

如果 1 以外的正数 a 的幂等于 N ($a^x = N$), 那么幂指数就叫做以 a 为底 N 的对数, 表示为:

$$\log_a N = x$$

当 $a = 10$ 时, 称为常用对数, 记作 $\lg N$;

当 $a = e$ 时, 称为自然对数, 记作 $\ln N$.

从定义可以得出:

$$a^{\log_a N} = N$$

2. 性质

- (1) 负数和零没有对数;
- (2) 1 的对数等于 0 ($\log_a 1 = 0$);
- (3) 底的对数等于 1 ($\log_a a = 1$);
- (4) 当底大于 1 时, 较大的真数, 它的对数也较大; 当底是小于 1 的正数时, 较大的真数, 它的对数反而较小。

3. 常用对数首数求法(尾数查对数表)。

(1) 大于 1 的真数, 对数的首数为正或零, 其值比整数的位数少 1。

(2) 小于 1 的真数, 对数的首数为负, 它的绝对值等于真数里第一个有效数字前面的零的个数 (包括整数位的一个零)。

4. 基本公式

$$(1) \log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$$

$$(2) \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$(3) \log_a(M^n) = n \log_a M$$