

国家理科基地教材

数学核心教程系列 / 柴俊 主编

数学专业 **50**
学时课程

数学实验教程

万福永 戴浩晖 编著

 科学出版社
www.sciencep.com

国家理科基地教材
数学核心教程系列/柴俊主编

数学实验教程

万福永 戴浩晖 编著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书系统全面地介绍了几种常用数学软件及其在数学实验中的应用. 全书共分为软件篇、实验篇和附录篇三部分, 软件篇详细介绍了当前使用最广泛的数学软件 Mathematica 3.0 的使用方法; 实验篇介绍了 10 个典型的数学实验; 附录篇介绍了 MathCAD 7.0、Maple 4.0 等数学软件的基本用法. 本书将数学实验内容与数学软件紧密结合, 使读者在理解数学问题的基础上结合上机实验, 达到理论和实践的统一.

本书可作为高等院校数学系各专业本科生教材或教师参考用书, 亦可供从事相关数学计算专业的工程技术人员研究参考.

图书在版编目(CIP)数据

数学实验教程/万福永, 戴浩晖编著. —北京: 科学出版社, 2003
国家理科基地教材·数学核心教程系列/柴俊主编
ISBN 7-03-011766-2

I. 数… II. ①万… ②戴… III. 数学-实验-高等学校-教材
IV. O245

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 056044 号

策划编辑: 杨 波 吕 虹/文案编辑: 邱 璐 贾瑞娜/责任校对: 刘小梅
排版制作: 科学出版社编务公司/责任印制: 安春生/封面设计: 黄华斌

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2003年10月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2003年10月第一次印刷 印张: 16 1/2

印数: 1~2 500 字数: 312 000

定价: 22 .00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈环伟〉)

序 言

自 20 世纪 90 年代后期开始,我国的高等教育改革步伐日益加快.在实行 5 天工作制,教学总时数减少,而新的专业课程却不断出现.在这样的情况下,对传统的专业课程应该如何处置,这样一个不能回避的问题就摆在了我们的面前.而这时,教育部师范司启动了面向 21 世纪教学改革计划.在我们进行“数学专业培养方案”项目的研究中,这个问题有两种方案可以选择:一是简单化的做法,或者削减必修课的数量,将一些传统的数学课程从必修课的名单中去掉,变为选修课,或者少讲内容减少课时;二是对每门课程的教学内容进行优化、整合,建立一些理论平台,减少一些繁琐的论证和计算,以达到削减课时,同时又能保证基本教学内容的目的.我们选择了第二种方案.

当我们真正进入实质性操作时,才感到这样做的困难并不少.首先,是教师对数学的认识需要改变.理论“平台”该不该建?在人们的印象中,似乎数学课程中不应该有不加证明而承认的定理,这样做有悖于数学的“严密性”.其实这种“平台”早已有之,中学数学中的实数就是例子.第二个困难是哪些内容属于整合对象,优化从何处下手.我们希望每门课程的内容要精练,尽可能地反映这门课程的基本思想和方法,重视数学能力和数学意识的培养,让学生体会数学知识产生和发展的过程以及应用价值,而不去过分地追求逻辑体系的严密性.

教材从 1998 年开始编写,历时 5 年,经反复试用,几易其稿.在这期间,我们又经历了一些大事.1999 年高校开始大幅度扩大招生规模,学生情况的变化,提示我们教材的编写要适应教育形势的变化,迎接“大众教育”的到来.2001 年,针对教育发展的新形势,高教司启动了 21 世纪初高等理工科教育教学改革项目,在项目“数学专业分层次教学改革实践”的研究过程中,我们对“大众教育”的学生状况有了更具体、更直接的了解.在经历大规模扩招后,在校学生的差距不断增大,我们应该根据学生的具体情况,实行分层次、多形式的培养模式,每个培养模式应该有各自不同的教学和学习要求.此外,教材的内容还应该为教师提供多一些的选择,给学生有自我学习的空间,要反映学科的新进展和新应用,使所有学生都能学到课程的基本内容和思想方法,使部分优秀学生有进一步提高的空间.这个指导思想贯穿了本套教材的最后修改稿.

在建立“理论平台”与打好数学基础之间如何进行平衡,也是本套教材编写中重点考虑的问题.其实任何基础都是随着时代的进步而变化的,面对科学技术的进步,对基础的看法也要“与时俱进”.新的知识充实进来,一部分老的知识就要被简化、整合,甚至抛弃.并且基础应该以创新为目标,并不是什么都是越深越好、越厚越好.在现实条件下,建立一些“课程平台”或“理论平台”是解决课时偏少的有

效手段,也可以使数学教学的内容加快走向现代化. 不然的话, 100 年以后, 我们的数学基础大概一辈子也学不完了.

本套教材的主要内容适合每周 3 学时, 总共 50 学时左右的教学要求. 同时, 教材留有适量的选学内容, 可以作为优秀学生的课外或课堂学习材料, 教师可以根据学生情况决定.

教材的编写和出版得益于国家理科基地的建设和教育部师范司、高教司教改项目的支持. 我们还要对在本套教材出版过程中提供过帮助的单位和个人表示衷心的感谢. 首先要感谢华东师范大学数学系的广大师生自始至终对教材编写工作的支持, 感谢华东师范大学教务处领导对教材建设的关心. 最后, 感谢张奠宙教授作为教育部两个项目的负责人对本套教材提出的极为珍贵的意见和建议.

尽管我们的教材经过了多次试用, 但其中仍难免有疏漏之处, 恳请广大读者批评指正. 另外, 如对书中内容的处理有不同看法, 欢迎探讨. 真诚希望大家共同努力将我国的高等教育事业推向一个新阶段.

柴 俊

2003 年 6 月

于华东师范大学

前 言

数学软件是许多数学工作者经常提到的话题之一，人们将它用于科学计算和数学实验。目前既有多种专门介绍数学软件的书籍，更有若干专门介绍数学实验的教材。这些书籍或教材的一个共同的特点就在于它们都非常的专业化，一般读者看起来十分吃力。还有一点就是用于数学实验的数学软件五花八门，读者往往花费许多时间仍然不得要领。能否有一本相对集中的教材将两者结合起来呢？应该说这是有一定难度的。本教材的编写目的之一就是作这方面的尝试。本教材在软件篇和附录篇里主要介绍了数学软件，而在实验篇则侧重介绍了几个典型的数学实验。

众所周知，到目前为止，数学软件大概有如下几类：

- (1) 公共的基础软件：BASIC, FORTRAN, Turbo C, Turbo Pascal 等；
- (2) 矩阵实验室系统：MATLAB 等；
- (3) 计算机代数系统：Mathematica, Maple 等；
- (4) 交互式数学系统：MathCAD, Calcwin 等。

在本教材的软件篇里介绍的 Mathematica 3.0 软件以及在附录篇里介绍的 MathCAD 7.0、Maple 4 等软件有许多共性。在一定意义下，它们是一致的。比如：

- (1) 都可以完成数学专业领域中数值运算和解析(符号)运算。数值运算的含义不言而喻；符号运算的意义是：用户只要在计算机上输入相关的公式、符号和等式等，就能很容易地算出代数、积分、三角以及很多科技领域中复杂表达式的值；
- (2) 显示数学表格和图形，使用户通过对图形结果的分析加深对有关问题的理解。

当然不能因此而否定它们各自的重要性。事实上，它们各有千秋，各有各的侧重点。比如：Mathematica 的数值运算和解析(符号)运算可以非常地精确；MathCAD 7.0 专业版是可视化数学运算工具，用户输入的公式看上去就和黑板上或在参考书上所见到的一模一样；Matlab 主要用于数值计算，计算速度十分快捷；Maple 与 Mathematica 十分类似，可能在符号运算方面更有力一些。

由于编者时间及水平所限，本教材的编写还不够全面，以后我们将进一步加以改进。在此需要说明的是：附录篇中 Maple 部分的内容由陈志杰教授提供；上海交通大学的彭勃老师也提供了若干素材，在此一并表示感谢。

在本教材的编写过程中，得到了华东师范大学大学生科研基金“数学实验的设计与实现”项目的支持，该科研小组的陈怡、张齐、吴栋、岳文权、张力蔚五位同学为本教材提供了若干数学实验的案例，并进行了若干程序的设计、实现与调试，在此对他们的工作表示感谢。另外范黎斌、赵喆同学也分别提供了一个数

学实验案例，赵喆同学还在一些程序的完善方面提出了良好的建议并提供了积极的帮助，在此对他们的支持也表示感谢。

考虑到在数学实验中如何使用数学软件的问题，本教材在每个实验的开始均列出了相关的 **Mathematica** 函数，并给出了简要的说明，这可能与软件篇中的内容有少量重复，但对于理解和实现实验中的程序是非常有益的，特此说明。

作者联系用电子邮箱：

万福永 fyuan@math.ecnu.edu.cn

戴浩晖 hhdai@math.ecnu.edu.cn

相关资料下载网址：

<http://math.ecnu.edu.cn/download/sxsyecnu.zip>

编 者

2002 年 12 月

目 录

软 件 篇

Mathematica 用法简介	3
绪论	3
1 Mathematica 基本使用方法	3
2 变量及矩阵运算	19
3 基本微积分	26
4 拟合、自定义函数与图形	36
5 综合应用示例与练习	63

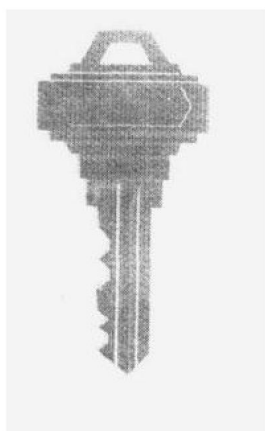
实 验 篇

综述	73
实验一 特殊函数与图形	75
实验二 定积分的近似计算	86
实验三 求代数方程的近似根(解)	94
实验四 古典密码与破译	104
实验五 数字填图问题	118
实验六 求微分方程(组)的解	131
实验七 概率与频率	139
实验八 迭代与分形	146
实验九 迭代与混沌	154
实验十 吴消元法与几何定理的机器证明	164

附 录 篇

附录一 MathCAD 用法简介	179
绪论	179
1 Mathcad 的功能及特点	179
2 Mathcad 操作界面及基础	184
3 Mathcad 使用基础	193
4 Mathcad 的应用	199
5 Mathcad 的解析计算(符号运算)	204

6 Mathcad 的动画设计	207
附录二 Maple 用法简介	209
绪论	209
1 Maple 的基本概念、命令与函数	209
2 Maple 的线性代数	235
3 Maple 的编程语言	240
4 Maple 作图	247
附录三 数学实验报告	252



软件篇

Mathematica 用法简介

绪 论

Mathematica 是美国 Wolfram Research 公司开发的数学软件. 它的主要使用者是从事理论研究的数学及其他科学工作者, 从事实际工作的工程技术人员, 学校里的学生和教师. Mathematica 可以用于解决各种领域的涉及复杂的符号计算和数值计算的问题. 它可以完成许多复杂的工作, 如求不定积分、做多项式的因式分解等等. 它代替了许多以前仅仅只能靠纸和笔解决的工作, 这种思维和解题工具的革新可能对各种研究领域和工程领域产生深远的影响.

Mathematica 可以做许多符号演算工作: 它能做多项式的计算、因式分解、展开等, 做各种有理式计算, 求多项式、有理式方程和超越方程的精确解和近似解, 做数值的或一般代数式的向量、矩阵的各种计算, 求极限、导数、积分, 做幂级数展开, 求解某些微分方程等. Mathematica 还可以做任意位数的整数或分子分母为任意大整数的有理数的精确计算, 做具有任意位精度的数值(实、复数值)的计算. 所有 Mathematica 系统内部定义的整函数、实(复)函数也具有这样的性质. 使用 Mathematica 可以很方便地画出用各种方式表示的一元和二元函数的图形. 通过这样的图形, 我们常可以立即形象地把握住函数的某些特性, 而这些特征一般很难从函数的符号表达式中看清楚.

Mathematica 的能力不仅仅在于上面说的这些功能, 更重要的在于它把这些功能有机地结合在一个系统里. 在使用这个系统时, 人们可以根据自己的需要, 一会儿从符号演算转去画图形, 一会又转去做数值计算. 这种灵活性能带来极大的方便, 常使一些看起来非常复杂的问题变得易如反掌. 在学习和使用 Mathematica 的过程中读者会逐步体会这些. Mathematica 还是一个很容易扩充和修改的系统, 它提供了一套描述方法, 相当于一个编程语言, 用这个语言可以编写程序, 解决各种特殊问题.

1 Mathematica 基本使用方法

1.1 Mathematica 的使用方法

Mathematica 系统已经被移植到许多不同的计算机和运行环境上. 在微型机上

可以用的有 MS-DOS386 版本(不要求 387 协处理器)和 MS-DOS386 / 387 版本(要求 387 协处理器)。它们都可以在常见的 386、486 机器上运行,在 4 兆内存的机器上可以很好地工作,有更大的内存工作速度还会提高。另外还有在 Windows 上运行的版本,用户界面大大改善,但对系统的要求相对较高。在苹果公司的 Macintosh 机器以及许多工作站和大型机上也有可用的 Mathematica 版本。Mathematica 系统的开发者(美国 Wolfram 研究公司)于 1989 年推出系统的 1.2 版,于 1991 年推出 2.0 版。2.0 版比 1.2 版在功能上有了不小的扩充(增加了一大批函数等),但基本结构变化不大。2.0 版对计算机的要求也有所提高。

Mathematica 是个交互式的系统。它的用户界面依版本不同有两种:一种是行文形式的,一种是图形形式的。后一种使用起来方便些,看起来也漂亮些,但要求更大的内存,速度会有所降低,但它使用方便,而且可以很方便的与 Windows 下其他软件如 Word 等交换信息,图形处理更方便。在有较好的微机的情况下,选择 Windows 版本是更好的选择。这里介绍的是目前使用较多的 Mathematica 3.0 版,目前最新的是 Mathematica 4.0 版。

1.2 启动与退出

在 Windows 下,启动和结束 Mathematica 的方式和其他 Windows 应用程序没有什么两样,只需找到 Mathematica 图标,双击它即可。此时会出现 Mathematica 初始屏,显示版本信息和用户信息。等待约一秒即可进入 Mathematica 主窗口,并出现第一个 notebook 窗口(Untitled-1.nb),可以开始在此窗口中输入命令进行计算工作(见图 1.2.1)。若有声卡,还可听到 Mathematica 优美的开始音乐。

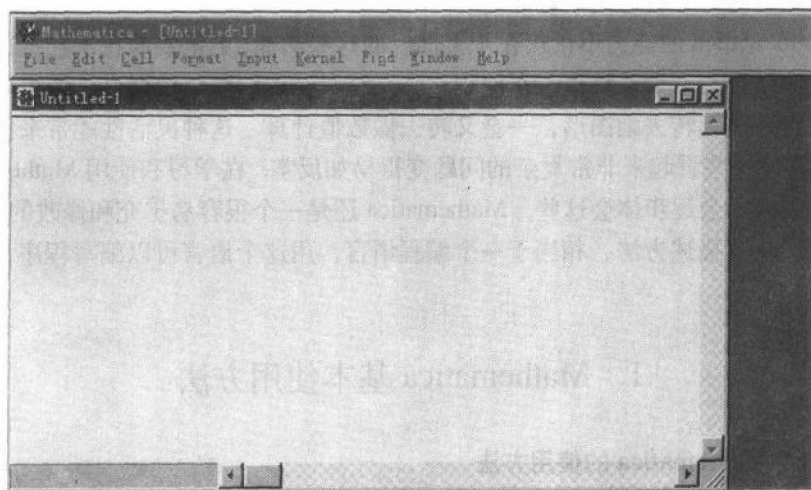


图 1.2.1

特别需要注意的是图形方式下的 Mathematica 的命令并不是以回车符(Enter)结束的,也就是说,您可以一次输入多行的命令,回车并不会使系统执行命令. 执行命令的方式是按 Shift+Enter(回车)键或数字键盘的 Enter(回车)键或者按一下执行的快捷按钮.

本简介后面列举了许多实例. 为了方便,今后我们在举例中有时并不写出系统的提示符,而只写出应当输入的表达式.

与一般应用软件一样,退出 Mathematica 通常也有两种基本的方法:①单击右上方中的按钮;②选“File”菜单,再选“Exit”菜单项.

Mathematica 的变量、常量以及函数等都是原版英文,无论书写和记忆都有十分高的要求.“如何提高速度、减少差错”一直是大家非常关心的事. 这里推荐几个有效的途径,相信你会喜欢它们.

(1) 使用系统提供的 Help 菜单. 选“Help”菜单,再选“Help...”菜单项(见图 1.2.4).

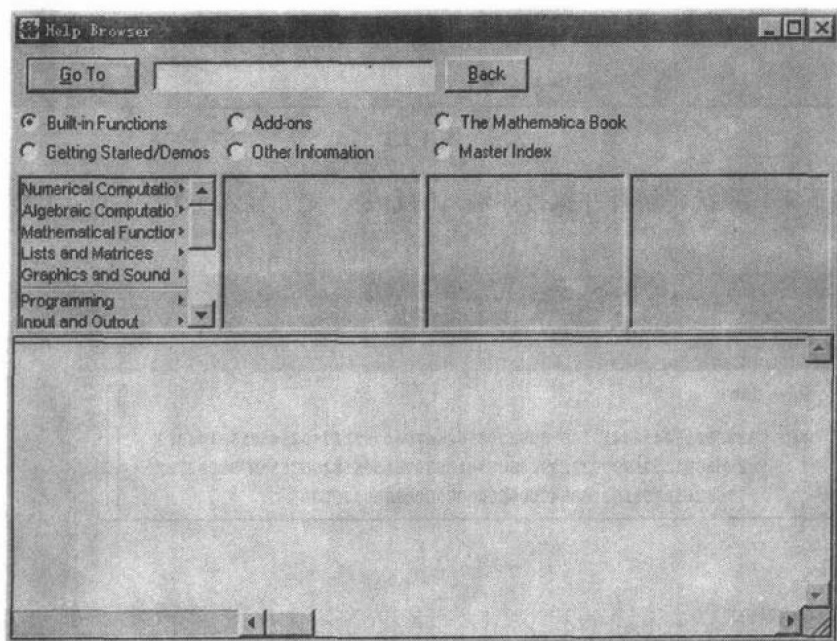


图 1.2.4

当我们要查找关于“NestList”的用途与用法,可在上方后面的白色区域输入: NestList, 并单击按钮,出现如图 1.2.5 的画面:

从中我们可以得到关于“NestList”的语法说明、基本例子、可参考的内容,以及进一步的较全面的例子. 你可以修改例子中的一些参数,并可当场执行看到结果. 这是学习 Mathematica 的较为有效的方法.

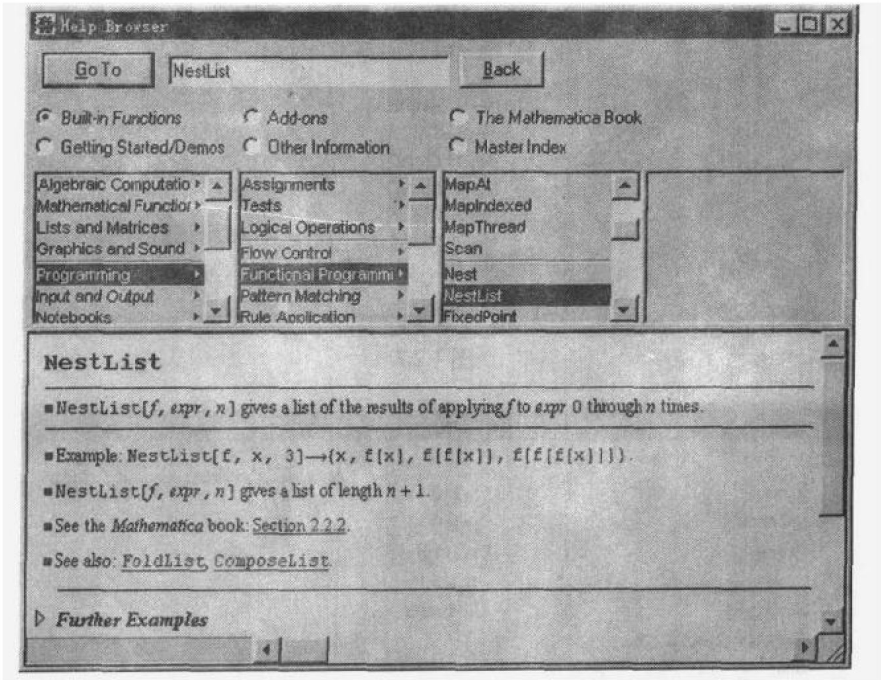


图 1.2.5

(2) 在 NoteBook 窗口中，输入：? Ne*，并执行它，会出现所有以 Ne 开头的变量、常量以及函数等(见图 1.2.6).

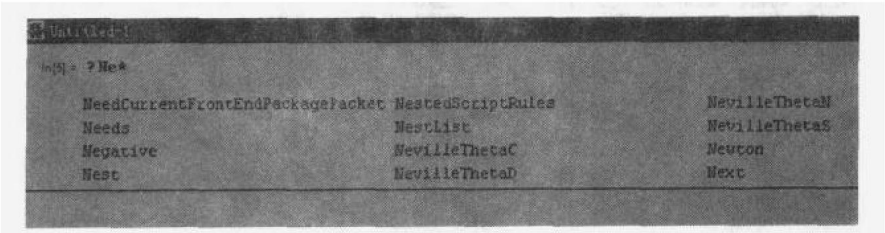


图 1.2.6

再完整地输入：? NestList 并执行它，会得到较完整的语法解释，但没有方法(1)来得完整和具体.

(3) 在 NoteBook 窗口中，输入：Ne 后，立即按 Ctrl + K 组合键，出现如图 1.2.7 的画面.

此时用鼠标单击 NestList 行，便可将完整的命令或函数转录到光标所在位置处(我们称之为：自动补全法)，你只要补充必要的参数等，就可执行它.

(4) 选“File”菜单，再选“Palettes”菜单项，出现如图 1.2.8 的画面.

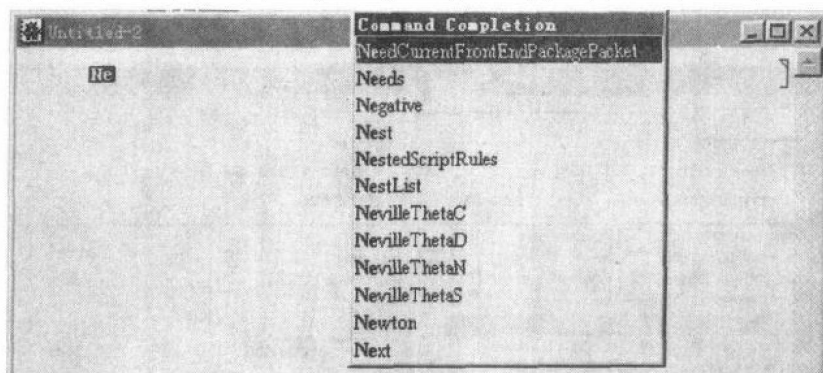


图 1.2.7

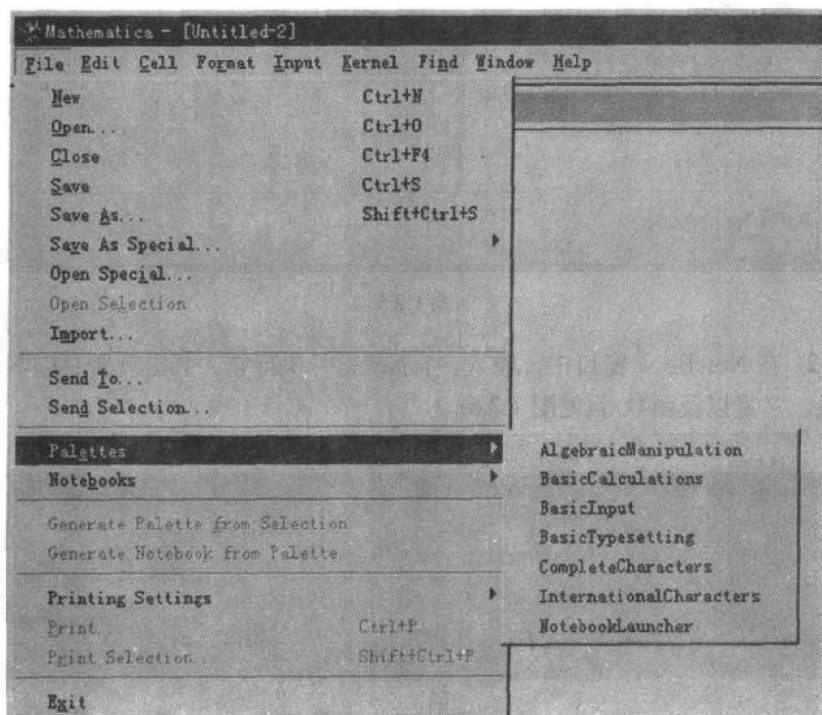


图 1.2.8

这时，你可以只利用选项板(Palettes)而不用键盘就可以完成必要的输入，这一点在 Mathematica 4.0 中已有更好的改进。限于篇幅，本项从略。

1.3 文件的存储与读取

1.3.1. 文件的存储

与大多数应用软件一样，在 Mathematica 中可以保存你所做的工作，包括你