数学自习与辅导

初中代数

（第四册）

张礼贤 编

上海科学技术出版社

前　言

本书是配合全日制学校初中代数第四册的自习与辅导读物，内容包括对数、函数、解三角形和统计初步四大部分.

本书对课本中所述的内容尽量避免重复，只是指出学习时要注意的重点、难点及关键问题．通过介绍典型例题，并结合同学们在学习中存在的问题或容易疏忽的地方给以说明，作出一定的学习辅导．在“说明”中有时还介绍一些行之有效的学习方法．或作必要的归纳小结.

本书的“基本练习题”是为了帮助理解和消化课本中的基础知识用的；“自我检查题”是一章或几节内容的复习练习；“综合练习题”是知识覆盖面较大、具有一定综合性的练习，以帮助读者提高综合分析问题和解决问题的能力．练习中打*号的题是有一定难度的习题，可供学有余力的同学选做．本书最后还选编了一些历届高中招生文化考试试题，供读者参考.

本书在编写过程中，曾得到夏明德、张庆英同志的热忱帮助，刘渝瑛同志为对数一章提供了部分的例题和习题，在此一并致谢.

限于编者水平，时间仓促，本书不免有错误或不妥之处，诚望读者批评指正。

编　者

目　　录

一、对　　数

对数是在指数知识的基础上提出的. 利用对数知识, 可以解决以前不能解决的求指数的问题, 例如已知 $2^x=10$, 求 x. 利用对数知识还可以使代数运算降级: 将乘、除运算转化为加、减运算, 将乘方、开方运算转化为乘、除运算.

1.1 对数的定义

对数的定义是这样叙述的: 如果 $a^b=N$ (其中 $a>0$, 且 $a\neq1$, $N>0$), 那末, b 称为以 a 为底数(简称底)的 N 的对数, 记作 $\log_a N=b$. 求 a 的 b 次幂等于多少的运算是乘方, 求 N 的 b 次方根等于多少的运算是开方, 求 a 的多少次幂等于 N 的运算叫求对数. 开方与求对数都是乘方的逆运算.

对数的定义是初中代数中一个十分重要的定义, 正确掌握对数定义是学好本章的关键.

学习指导与例题

关于对数定义, 以下几点要特别注意:

(1) 在对数定义中, a、b、N 这三个字母是有条件的, 这些条件是定义的重要组成部分, 不能忽略. 底数 a 的条件是: $a>0$, 且 $a\neq1$. 要明白作这样规定的原因, 因为相反数的偶次方相等, 如 $(-3)^2=9$, $3^2=9$, 如果分别换写成对数式, 就会

出现 $\log_{-3}9=2$, $\log_3 9=2$ 这种不唯一的现象, 所以 a 必须为正数; 又因为 1 的任何次幂为 1, 例如 $1^2=1$, $1^3=1$, 如果分别换写成对数式, 就会出现 $\log_1 1=2$, $\log_1 1=3$ 这种矛盾的情况, 所以要规定 $a\neq1$. 因为正数的任何次幂均为正数, 所以 $N>0$ 这个条件是由条件 $a>0$ 得到的. $N>0$ 说明: 零和负数没有对数, 这是对数的一个性质.

(2) 从对数定义的形式看, 可以这样认为: 它是有条件的三个数 a、b、N 的指数式与对数式的互换. 这两种式子的互换一定要熟练地、正确地掌握, 一看到式子 $\log_a N=b$, 就要想到式子 $a^b=N$, 反之亦然. 这对于学习对数知识是十分重要的.

例 1 把下列指数式写成对数式:

(1) $2^1=2$; (2) $a^1=a(a>0,\ a\neq1)$;

(3) $\left(\frac{1}{2}\right)^0=1$; (4) $a^0=1(a>0,\ a\neq1)$;

(5) $10^2=100$; (6) $a^{\log_a N}=N$.

解 (1) $2^1=2$,

$\log_2 2=1$;

(2) $a^1=a$,

$\log_a a=1$;

(3) $\left(\frac{1}{2}\right)^0=1$,

$\log_{\frac{1}{2}}1=0$;

(4) $a^0=1$,

$\log_a 1=0$;

(5) $10^2=100$,

$\log_{10}100=2$;

(6) $a^{\log_a N}=N$,

$\log_a N=\log_a N$.

说明 ① 由第(1)、(2)小题, 可得到对数的另一个性质, 即底数的对数等于 1.

② 由第(3)、(4)小题, 可得到对数的第三个性质, 即 1 的对数等于零.

③ 式子 $a^{\log_a N}=N$ 是一个指数式—— $\log_a N$ 是 a 的指数，写对数式时，只要把指数 $\log_a N$ 看作为一个字母（例如 b），就不容易搞错了。

例 2 求下列各式中的 x:

(1) $x^3=-27$;　　(2) $0.1^x=0.001$;

(3) $\log_x 32=5$;　　(4) $\log_2 \dfrac{1}{16}=x$。

解 (1) $x^3=-27$,　　(2) $0.1^x=0.001$,

即 $x^3=(-3)^3$,　　即 $0.1^x=(0.1)^3$,

$\therefore$ $x=-3$;　　$\therefore$ $x=3$;

(3) $\log_x 32=5$,　　(4) $\log_2 \dfrac{1}{16}=x$,

则 $x^5=32$,　　则 $2^x=\dfrac{1}{16}$,

即 $x^5=2^5$,　　即 $2^x=2^{-4}$,

$\therefore$ $x=2$;　　$\therefore$ $x=-4$。

说明 第(3)、(4)小题给出的都是对数式，在求式子中的 x 时，首先把原来的对数式化为指数式，然后确定 x 的值。

例 3 求下列各对数：

(1) $\log_{\sqrt{2}} 4$;　　(2) $\log_9 \dfrac{1}{27}$;

(3) $\log_{\frac{1}{5}} \sqrt{5}$;　　(4) $\log_{\frac{1}{8}} \dfrac{1}{32}$。

解 (1) 设 $\log_{\sqrt{2}} 4=x$,　　(2) 设 $\log_9 \dfrac{1}{27}=x$,

则 $\sqrt{2}^{\,x}=4$,　　则 $9^x=\dfrac{1}{27}$,

即 $2^{\frac{x}{2}}=2^2$,　　即 $3^{2x}=3^{-3}$,

$\therefore$ $\dfrac{x}{2}=2$,　　$\therefore$ $2x=-3$,

$\therefore\quad x=4;$ $\qquad\qquad$ $\therefore\quad x=-\frac{3}{2};$

(3) 设 $\log_{\frac{1}{5}}\sqrt{5}=x$, $\qquad$ (4) 设 $\log_{\frac{1}{8}}\frac{1}{32}=x$,

则 $\left(\frac{1}{5}\right)^x=\sqrt{5}$, $\qquad$ 则 $\left(\frac{1}{8}\right)^x=\frac{1}{32}$,

即 $5^{-x}=5^{\frac{1}{2}}$, $\qquad$ 即 $2^{-3x}=2^{-5}$,

$\therefore\quad -x=\frac{1}{2}$, $\qquad$ $\therefore\quad 3x=5$,

$\therefore\quad x=-\frac{1}{2};$ $\qquad$ $\therefore\quad x=\frac{5}{3}.$

说明 对数式中的底数与真数不能为负数，但对数可以为负数.

例 4 试证等式 $a^{\log_a N}=N$（其中 $a>0$, $a\neq 1$, $N>0$）.

证明 设
$$a^b=N \tag{1}$$
则
$$\log_a N=b \tag{2}$$

把(2)式代入(1)式，即在(1)式的 b 的位置换写上

$\log_a N$, 即为 $a^{\log_a N}=N$.

说明 式子 $a^{\log_a N}=N$ 叫做对数恒等式. 利用对数恒等式，可以使有些计算简便.

例 5 求 $2^{\log_2 7}$ 的值.

解 $2^{\log_2 7}=7$.

例 6 求下列各式中的 x:

(1) $\log_2(3x)=1$; $\qquad$ (2) $\log_3(x^2-1)=1$;

(3) $\log_4(2x^2)=0$; $\qquad$ (4) $\log_{x-1}(x-2)^2=0$.

解 (1) $\log_2(3x)=1$,

$\because$ 以 2 为底的 $3x$ 的对数等于 1,

$\therefore\quad 3x=2,\quad \therefore\quad x=\frac{2}{3}.$

(2) $\log_3(x^2-1)=1$,

$\because$ 以 3 为底的 x^2-1 的对数等于 1,

$\therefore$ $x^2-1=3$, 即 $x^2=4$, $\therefore$ $x=\pm 2$.

(3) $\log_4(2x^2)=0$,

$\because$ 1 的对数等于零,

$\therefore$ $2x^2=1$, $\therefore$ $x^2=\dfrac{1}{2}$, $\therefore$ $x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

(4) $\log_{x-1}(x-2)^2=0$,

$\because$ 1 的对数等于零,

$\therefore$ $(x-2)^2=1$, $\therefore$ $x_1=3$, $x_2=1$.

检验: 当 $x=3$ 时, 底数 $x-1=2$. 底数是不等于 1 的正数, $\therefore x=3$ 是本题的解.

当 $x=1$ 时, 底数 $x-1=0$. 底数为零, 对数式无意义, $\therefore x=1$ 不是本题的解.

说明 求对数式中字母的值, 一般要进行检验, 看字母所取的值是否满足底数和真数必需的条件.

例 7 下列各式在什么条件下有意义?

(1) $\log_2\sqrt{x}$; (2) $\dfrac{\log_3 x}{2x-1}$;

(3) $\log_{\frac{1}{2}}(3-x)$; (4) $\log_x(2-|x|)$.

解

(1) $\begin{cases}\sqrt{x}>0 & (\because \text{对数式 } \log_2\sqrt{x} \text{ 的真数为正数}),\\ x\geqslant 0 & (\because \text{偶次根式 } \sqrt{x} \text{ 的被开方数为非负数}).\end{cases}$

$\therefore$ $x>0$.

(2) $\begin{cases}x>0 & (\because \text{对数式 } \log_3 x \text{ 的真数为正数}),\\ 2x-1\neq 0 & \left(\because \text{分式 } \dfrac{\log_3 x}{2x-1} \text{ 的分母不为零}\right),\end{cases}$

$\therefore\quad x>0$ 且 $x\neq\frac{1}{2}$.

(3) $3-x>0$, ($\because$ 对数式 $\log_{\frac{1}{2}}(3-x)$ 的真数为正数),

$\therefore\quad x<3$.

(4) $\begin{cases} \left.\begin{array}{l} x>0 \\ x\neq 1 \end{array}\right\} & \text{(对数式} \log_x(2-|x|) \text{的底数应为不等于 1 的正数)}, \\ 2-|x|>0 & \text{(对数式} \log_x(2-|x|) \text{的真数应为正数)}. \end{cases}$

得
$$\begin{cases} x>0, \\ x\neq 1, \\ -2<x<2. \end{cases}$$

$\therefore\quad 0<x<2$ 且 $x\neq 1$.

说明 本例主要是熟悉对数式中底数的条件和真数的条件，凡底数和真数中含字母时，字母所取的值必须使底数为不等于 1 的正数，且使真数为正数.

基本练习题 1.1

1. 求下列各式中的 x，并指出哪个是求幂？哪个是求方根？哪个是求对数？

(1) $4^3=x$;　　(2) $x^4=\frac{1}{81}$;

(3) $x=0.3^2$;　　(4) $(0.02)^x=1$.

2. 求下列各式中的 x，并用对数形式把 x 表示出来：

(1) $6^x=\frac{1}{36}$;　　(2) $6^x=\frac{1}{216}$;

(3) $2^x=\frac{1}{16}$;　　(4) $3^x=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

3. 把下列对数式写成指数式，并求 x 的值：

(1) $\log_3 243=x$;　　(2) $\log_4\frac{1}{64}=x$;

(3) $\log_{0.2}0.2=x$;　　(4) $\log_{15}1=x$.

4. 求下列各式中的 a:

(1) $\log_2\dfrac{1}{4}=a$;　　(2) $\log_8 a=\dfrac{2}{3}$;

(3) $\log_6 a=\dfrac{1}{4}$;　　(4) $\log_a 32=5$;

(5) $\log_2 64=a$;　　(6) $\log_{\frac{1}{3}}1=a$.

5. 零和负数有没有对数? 对数能否为零和负数?

6. 当 x 为何值时,下列各式有意义:

(1) $\log_{\frac{x}{2}}5$;　　(2) $\log_2|x|$;

(3) $\log_5(2x+1)$;　　(4) $\log_{3-x}3$.

7. 对数的底数是 3,如果把真数作以下变化,那末它们的对数各有什么变化: (1) 平方; (2) 立方; (3) 开平方; (4) 开立方; (5) 扩大 3 倍; (6) 缩小到原来的九分之一。

8. (1) 如果 $\log_{(x^2+4)}(x^2+4x)=1$, 求 x;

(2) $\log_8(\log_{10}0.01)$是否有意义? 为什么?

9. 当 x 为何值时,下列各式有意义?

(1) $\log_x x^2$;　　(2) $\dfrac{1}{\log_6(x+1)}$;

(3) $\dfrac{\sqrt{x+3}}{1-\log_{10}(9-x)}$;　　(4) $\log_{(2x-1)}(3x-2)$.

10. 求下列各式里 x 的值:

(1) $\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{8}=x$;　　(2) $\log_{\sqrt{3}}x=-\dfrac{2}{3}$;

(3) $\log_x(\sqrt{5}-1)=-1$;　　(4) $\log_x(x^2-3)=0$.

***11**. 求下列各式的值:

(1) $5^{\log_5 7-1}$;　　(2) $2^{\log_4\frac{4}{9}}$;

(3) $2^{\log_2\frac{1}{2}+2}$;　　(4) $9^{\log_{\sqrt{3}}2}$.

1.2 积、商、幂、方根的对数

由于对数式是由指数式变换得到的, 所以由指数的运算

法则可以推出对数的运算法则.

$\log_a MN=\log_a M+\log_a N$ 即：积的对数等于同底的对数之和；

$\log_a \dfrac{M}{N}=\log M-\log N$ 即：商的对数等于同底的对数之差；

$\log_a M^n=n\log_a M$ 即：幂的对数等于幂指数与同底的对数之积；

$\log_a \sqrt[n]{M}=\dfrac{1}{n}\log_a M$ 即：方根的对数等于被开方数的对数与根指数之商.

学习指导与例题

(1) 要掌握四条对数运算法则的证明，这对于理解对数定义和复习幂的运算法则以及正确运用法则是十分重要的.

(2) 运用前两条运算法则时，不少同学容易产生错觉. 比如认为 $\log_a(M+N)=\log_a M+\log_a N$； $\dfrac{\log_a M}{\log_a N}=\log_a \dfrac{M}{N}$ 等. 要特别注意.

(3) 不难看出，运用对数运算法则，可使一些运算降级.

(4) 还要注意，运算法则中的每一个对数式必须有意义. 例如式子 $\log_a[(-2)\cdot(-3)]=\log_a(-2)+\log_a(-3)$ 是不成立的. 虽然它形式上符合运算法则，但等号后面的两个对数式是没有意义的.

(5) 对数运算法则都是以等式形式出现的，作为一个等式，从左化到右是运用法则，从右化到左也是运用法则，在具体问题中要根据需要确定变形的方向。

例 1 计算：

(1) $\log_{10}\sqrt[3]{(0.001)^4}$； (2) $\log_{ab}a+\log_{ab}b$；

(3) $\log_3(9^7\cdot 27^2)$;　　(4) $\dfrac{\log_a x^2-\log_a y^2}{\log_a \dfrac{1}{y}-\log_a \dfrac{1}{x}}$.

解　(1) $\log_{10}\sqrt[3]{(0.001)^4}$

$$=\log_{10}(10^{-3})^{\frac{4}{3}}=\log_{10}10^{-4}$$
$$=-4\log_{10}10=-4;$$

(2) $\log_{ab}a+\log_{ab}b=\log_{ab}ab=1$;

(3) $\log_3(9^7\cdot 27^2)=\log_3 9^7+\log_3 27^2$

$$=\log_3 3^{14}+\log_3 3^6$$
$$=14+6=20;$$

(4) $\dfrac{\log_a x^2-\log_a y^2}{\log_a \dfrac{1}{y}-\log_a \dfrac{1}{x}}=\dfrac{2\log_a x-2\log_a y}{-\log_a y+\log_a x}$

$$=\frac{2(\log_a x-\log_a y)}{(\log_a x-\log_a y)}=2.$$

说明　本例的第(2)题实际上是一个公式，它具有一般性．同学们不难得出 $\log_{10}2+\log_{10}5=1$，$\log_6 2+\log_6 3=1$ 等这些结论．第(3)题也可不用运算法则解．

例 2　计算：

$$\log_5 120-4\log_5(1-5^{-2})+3\log_5(0.2-5^{-3})$$

解　原式 $=\log_5\dfrac{120\times(0.2-5^{-3})^3}{(1-5^{-2})^4}$

$$=\log_5\frac{120\times\left(\dfrac{24}{125}\right)^3}{\left(\dfrac{24}{25}\right)^4}=\log_5\frac{\dfrac{24}{25}}{\dfrac{24}{25}}$$

$$=\log_5 1=0.$$

例 3　设 $b=\log_a 8$，$c=\log_a\sqrt{3}$．试用 b、c 表示 $\log_a 0.5$；$\log_a\dfrac{1}{18}$；$\log_a 1\dfrac{7}{9}$；$\log_a\sqrt{6}$．

解 $\because$ $b=\log_a 8$, 即 $b=\log_a 2^3$,

$\therefore$ $b=3\log_a 2$, $\therefore$ $\log_a 2=\dfrac{b}{3}$;

$\because$ $c=\log_a\sqrt{3}$, 即 $c=\dfrac{1}{2}\log_a 3$,

$\therefore$ $\log_a 3=2c$。

$$\log_a 0.5=\log_a 2^{-1}=-\log_a 2=-\frac{b}{3};$$

$$\log_a\frac{1}{18}=-\log_a 18=-\log_a(2\times 3^2)$$

$$=-\log_a 2-2\log_a 3=-\frac{b}{3}-4c;$$

$$\log_a 1\frac{7}{9}=\log_a\frac{16}{9}=\log_a\frac{2^4}{3^2}$$

$$=4\log_a 2-2\log_a 3=\frac{4b}{3}-4c;$$

$$\log_a\sqrt{6}=\frac{1}{2}\log_a(2\times 3)=\frac{1}{2}\log_a 2+\frac{1}{2}\log_a 3$$

$$=\frac{b}{6}+c.$$

例 4 计算:

(1) $\dfrac{\log_9 27}{\log_9 3}$; (2) $-\log_2(\log_2\sqrt{2})$;

(3) $2\log_{\frac{1}{5}}25+3\log_2 64$;

(4) $(\log_8 4)^2+\log_8 2\cdot\log_8 32$。

解 (1) $\dfrac{\log_9 27}{\log_9 3}=\dfrac{\log_9 9^{\frac{3}{2}}}{\log_9 9^{\frac{1}{2}}}=\dfrac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}}=3$;

(2) $-\log_2(\log_2\sqrt{2})=-\log_2(\log_2 2^{\frac{1}{2}})$

$$= -\log_2\left(\frac{1}{2}\log_2 2\right) = -\log_2 \frac{1}{2}$$

$$= -\log_2 2^{-1} = \log_2 2 = 1;$$

(3) $2\log_{\frac{1}{5}} 25 + 3\log_2 64 = 2\log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} + 3\log_2 2^6$

$$= -4 + 18 = 14;$$

(4) $(\log_8 4)^2 + \log_8 2 \cdot \log_8 32$

$$= (\log_8 8^{\frac{2}{3}})^2 + \log_8 8^{\frac{1}{3}} \cdot \log_8 8^{\frac{5}{3}}$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{4}{9} + \frac{5}{9} = 1.$$

特别注意：(1) $\dfrac{\log_9 27}{\log_9 3} \neq \log_9 \dfrac{27}{3}$;

(2) $(\log_8 4)^2 \neq 2\log_8 4$。

例 5 已知 $\log_a x = \frac{1}{2}[\log_a(m+n) + \log_a(m-n)]$，求 x。

解 $\log_a x = \frac{1}{2}[\log_a(m+n) + \log_a(m-n)]$

$$= \frac{1}{2}\log_a[(m+n)\cdot(m-n)]$$

$$= \frac{1}{2}\log_a(m^2 - n^2)$$

$$= \log_a \sqrt{m^2 - n^2},$$

$\therefore \quad x = \sqrt{m^2 - n^2}$。

基本练习题 1.2

1. 设 $\log_a 2 = m$, $\log_a 3 = n$, 用 m、n 表示下列各对数：$\log_a 24$; $\log_a \frac{1}{32}$; $\log_a \sqrt{12}$; $\log_a 1\frac{1}{8}$。

2. 求下列各式中的 x:

(1) $\log_{10} x=\log_{10} m+\log_{10} n$; (2) $\log_{10} x=\log_{10} a-2\log_{10} b$;

(3) $\log_{10} x=2\log_{10} a+3\log_{10} b-7\log_{10} c$;

(4) $\log_7 x=\dfrac{2\log_7 a}{3}-\dfrac{3\log_7 b}{2}$;

(5) $\log_{\frac{1}{5}} x=\log_{\frac{1}{5}}(a+b)+\dfrac{1}{3}(2\log_{\frac{1}{5}} a+3\log_{\frac{1}{5}} b)$.

3 计算: $\log_2 \dfrac{1}{64}+\log_8 4+\log_{\sqrt{3}} \dfrac{1}{\sqrt[3]{9}}-\log_{\frac{1}{5}} \sqrt[3]{25}$.

4 计算: $\dfrac{1}{2}\log_{20} 45-\log_{20} 30$.

5 设 $a=\log_{56} 7$, 试用 a 表示 $\log_{56} 2$ 和 $\log_{56} \sqrt[3]{14}$.

6 计算:

(1) $\log_{\frac{1}{4}}\log_4\log_2 16$; (2) $\dfrac{1}{6}\log_2 25-\dfrac{1}{3}\log_2 10$;

(3) $\log_{\sqrt{3}-\sqrt{2}}(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\log_{\sqrt{3}-\sqrt{2}}(5-2\sqrt{6})$.

7 计算:

(1) $\log_{10} 5\cdot\log_{10} 8000+(\log_{10} 2^{\sqrt{3}})^2+\log_{\sqrt{2}+1}(3+2\sqrt{2})$;

(2) $\dfrac{\log_2 a^2-\log_2 b^2}{\log_2 a-\log_2 b}$.

8 化简: $\sqrt{(\log_2 2)^2-\log_2 4+1}$.

9 已知 $2\log_a(x-2y)=\log_a x+\log_a y$,

求 $\log_2\dfrac{x}{y}$.

10 判断正误(对的打"✓",错的打"×"):

(1) $\log_a(b+c)=\log_a b+\log_a c$( );

(2) $\log_a(b-c)=\dfrac{\log_a b}{\log_a c}$( ); (3) $(\log_3 2)^3=3\log 2$( );

(4) $\sqrt{\log_3 2}=\dfrac{1}{2}\log_3 2$( ); (5) $\log_2 \dfrac{1}{3}=-\log_2 3$( );

(6) $7\log_7 5=5$( ).

1.3 常用对数

顾名思义,常用对数是一种应用比较广的对数. 以 10 为

甲 乙 丙

底的对数就称为常用对数. 通常把正数 N 的常用对数 $\log_{10}N$ 写成 $\lg N$, 以后所说的对数通常指常用对数.

学习指导与例题

(1) 常用对数是一种特殊的对数, 所以常用对数具有对数的一切性质, 上节的四条运算法则对常用对数来说, 也是适用的. 另外, 常用对数还有一些特殊的性质: 比如, 10的整数次幂的对数是一个整数, 并且真数较大的时候, 它的对数也较大, 任何一个不是 10 的整数次幂的正数的对数是一个小数.

(2) 所有正数的对数都可以写成一个整数(正整数、零、负整数)加上一个正的纯小数(或者零)的形式, 整数部分叫做这个对数的首数, 正的纯小数(或者零)部分叫做这个对数的尾数.

(3) 只有小数点位置不同的数, 它们的对数的尾数都相同. 对数的首数决定真数的小数点位置, 对数的尾数决定真数的有效数字节(一个数, 从左边第一个非零数字到右边最后一个非零数字为止的一节数叫做这个数的有效数字节, 比如 0.5913, 5.913, 591300 等数, 我们认为它们的有效数字节是相同的).

(4) 求一个正数的常用对数的首数, 首先用科学记数法把它写成 $a\times10^n$ 的形式(其中 $1\leqslant a<10$, n 为整数), n 就是所求的首数, 熟练后一般不经过科学记数法这一步, 可直接写首数. 较大的数(大于等于 1)的对数的首数就是位数减去 1, 较小的数 (小于 1) 的对数首数是负数, 它的绝对值等于小数点前后零的个数.

(5) 求一个正数(除 10 的整数次幂)的对数尾数, 可以查常用对数表.