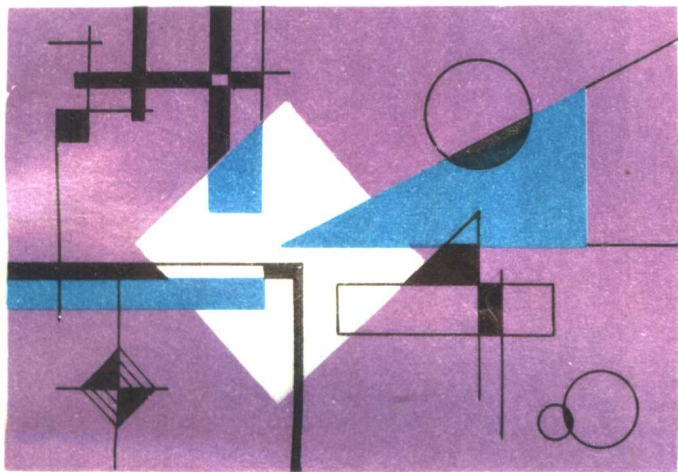


北京教育丛书



# 小学数学概念教学

● 孙少辅

● 光明日报出版社

北京教育丛书

# 小学数学概念教学

孙少辅

光明日报出版社

# 小学数学概念教学

孙少辅

光明日报出版社出版发行

新华书店总店北京发行所经销 北京教育学院印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 7.75印张 170千字

1989年7月第一版 1989年7月第一次印刷

1——10000册 定价：3.20元

ISBN7——80014——506——9

G·130

# 序

徐惟诚

教育事业的重要，已经日益被愈来愈多的人认识了。

中国要振兴，归根到底要靠我们中国人自己努力奋斗，要靠我们的全体劳动者创造出数十倍于今日的劳动生产率。这是一个全体国民素质提高的过程。人们自然要寄希望于教育。

要搞好教育，需要做许多事情，其中最根本的还是要靠人，靠教师，尤其是担负着国民基础教育任务的中小学教师。

教师的重担，关系着祖国未来的命运，也关系着每一个教育对象未来的命运。他们所教的学生在未来的社会条件下，究竟怎样做人，怎样立身处世，能不能用自己的双手为社会做出贡献，从而也创造自己的幸福生活，在相当大的程度上取决于在青少年时代所受到的教育。

我们知道，人，是世上已知物质发展的最高形态。关于人的意识、观念、智力的形成和发展的规律，我们离知道得很清楚还有很大的距离。社会主义的教育科学需要有一个大发展，这是毫无疑问的。

在教书育人第一线工作的广大中小学教师，对社会主义

教育科学的发展应当有特殊的贡献。他们当中的许多人把一辈子的心血都用来为祖国培育后代，造就人才，积累了丰富的经验。这些经验理当成为整个教育战线的共同财富。可是由于种种原因，这件总结和传播经验的工作过去做得还很不够。为此，中共北京市委和北京市人民政府决定，拨出专款，指定专人组成编委会，编辑出版一套《北京教育丛书》。这个决定受到广大中小幼教师的欢迎和支持。在短短一年多时间内，已经报来几百部书稿。又有一批热心而有经验的同志担任编审工作，看来任务是可以完成的。

我们相信，《北京教育丛书》的编辑出版，对于鼓励广大教师钻研业务，积累经验，对于传播和交流这些经验，对于推动教育科学研究，对于提高普通教育的水平，都是有积极作用的。同时，这套丛书的出版，也将有助于人们认识教师所作的艰苦的、创造性的劳动。

改革和建设的大潮在祖国大地上汹涌澎湃，每天都有许多新问题提到我们面前来，也把许多新问题提到我们的教育工作者面前。这是一个需要有许多新创造的时代。教育战线上的同志们为祖国的振兴所建立的功绩，是不会被人们忘记的。

# 目 录

一、概念教学的作用和要求	1
(一) 概念教学的作用	1
(二) 概念教学的要求	9
二、概念教学与逻辑常识	13
(一) 什么是数学概念	13
(二) 数学概念的定义方法	16
(三) 数学概念的分类方法	21
(四) 数学概念之间的关系	25
(五) 数学概念的概括和限制	29
(六) 学生形成数学概念的过程	34
三、概念教学的方法	43
(一) 直观的方法	43
(二) 动手操作的方法	48
(三) 画线段图的方法	56
(四) 画几何图形的方法	65
(五) 比较的方法	76
(六) 分析与综合的方法	84
(七) 抽象与概括的方法	96

(八) 温故知新的方法·····	102
(九) 怎样教“补充规定”·····	108
(十) 帮助学生构建概念系统·····	110
<b>四、概念的练习方法·····</b>	<b>117</b>
(一) 填空题的练习·····	118
(二) 是非题的练习·····	131
(三) 选择题的练习·····	140
(四) 解题思路的训练·····	147
(五) 文字叙述题的练习·····	155
(六) 自编应用题的练习·····	161
(七) 发散性思维的练习·····	172
<b>五、教学建议和教案举例·····</b>	<b>183</b>
(一) “倍”的教学建议·····	183
(二) “高”的教学建议·····	189
(三) “数的整除”的教学建议·····	194
(四) 分数乘、除法应用题的教学建议·····	201
(五) “比和比例”的教学建议·····	207
(六) “对应”的教学建议·····	216
(七) 教学“求比一个数多几的数”的教案·····	222
(八) 教学“长方形、正方形的面积”的教案·····	225
(九) 教学“百分数的意义和写法”的教案·····	231

## 一、概念教学的作用和要求

小学数学是基础教育的一门重要学科。通过小学数学教学，既要使学生理解和掌握数量关系和几何图形的最基础的知识，又要使学生在掌握基础知识的同时，发展智力，培养能力。知识、智力和能力都建立在一系列概念的基础之上，学生只有明确了所学概念的内涵和外延，才能更好地理解、掌握性质、法则、公式等数学知识，才能提高计算能力，逻辑思维能力、空间观念和解答数学实际问题的能力。因此，概念教学是数学教学中必须抓好的重要一环，努力改进和加强概念教学，对于提高数学教学质量有十分重要的意义。

### （一）概念教学的作用

在小学数学课中，概念教学起着非常重要的作用，主要表现在以下三个方面：

#### 1. 数学概念是学习数学知识的基础

小学数学选择日常生活和进一步学习所必需的最基础的数学知识作为教学内容。所有这些数学知识都建立在一系列数学概念的基础上。数学教材的每一个单元总是从介绍新概念开始；教学每一项新内容也总是从教学新概念入手。学生只有理解和掌握了新概念才能进一步学习各种性质、法则、公式等数学知识。



数学性质分基本性质和一般性质两大类。基本性质是某些性质的本源，由基本性质可以推导出一系列一般性质。无论哪类性质都建立在概念的基础上。例如，运算的基本性质中的加法交换律：“两个数相加，交换加数的位置，它们的和不变。”学生在学习这个运算定律之前，必须首先明确加法算式中各部分的名称，即加数+加数=和，懂得“交换”、“位置”、“不变”等术语的含义，并且进行过大量的加法运算；否则就无法学习这个基本性质，更谈不上灵活地运用这个基本性质。再如，分数的基本性质是：“分数的分子和分母都乘以或者除以同一个数（零除外），分数的大小不变。”学生在学习这个性质以前，必须明确分数的意义，分数各部分的名称——分子、分母、分数值以及“乘以”、“除以”、“同一个数”、“不变”等术语的含义，否则就无法学习分数的基本性质。总之，学生未学好有关的数学概念，就不能顺利地进行数学性质的教学。

整数、小数、分数的四则计算，必须按照运算法则进行。无论学习哪条法则，都必须明确一系列数学概念。例如，整数加法法则：相同数位对齐；从个位加起；哪一位上的数相加满十，即向前一位进1（简称满十进1）。在这三条法则中，用到了“数位”、“个位”、“哪一位”、“前一位”、“相同”、“相加”、“对齐”、“满十”、“进一”等一系列概念，学生如果不理解和不掌握这些概念，就无法理解和运用整数加法法则。如不明确“相同数位对齐”的含义，就会出现个位同十位相加之类的错误；不明确“从个位加起”是什么意思，就无法进行连续进位加法的运算等等。可见，要使學生确切地理解运算法则，必须首先使學生

明确有关的数学概念。

小学教材中增加了“简易方程”一章以后，出现了用字母表示公式的新知识。这些公式具有普遍性，适用于同类关系的所有数学问题，学生必须牢牢地记住这些公式。学习数学公式也以数学概念为基础。例如，求长方形面积的公式是： $S = a \times b$ ，要理解和掌握这个公式，必须明确字母  $S$ 、 $a$ 、 $b$ 、各表示什么数，长、宽各是图形中哪条线段，面积与周长有什么区别等。如果这些概念不清，只是死记硬背求长方形面积的公式，解题时套用公式，遇到稍有变化的题目就会感到无从下手。

性质、法则、公式等都是基础知识，要学好这些基础知识，必须首先学好数学概念。可以说，概念是最重要的基础知识，是进一步学习数学知识的基础。

## 2. 数学概念是培养数学能力的前提

《小学数学教学大纲》中明确指出，数学教学应“注意培养计算能力”、“逐步培养学生初步的逻辑思维能力和空间观念”。培养学生这三方面的数学能力，要从多方面作许多工作，其中使学生形成明确的概念是最重要的前提。

培养计算能力是小学数学教学的一项重要任务，对学生以后进一步学习、生活和参加生产劳动都有十分重要的意义。计算能力的高低表现为谁算得更正确更迅速。同一道计算题，用较短时间求出正确答案的学生计算能力就高；反之，计算能力就低。算得既准又快关键是计算方法合理、灵活，也就是说，要根据题目的具体情况，灵活地运用基础知识（其中主要是数学概念），采取巧妙的办法迅速地求出正

确的答案来。

例如： $32 \div 15 \div 4 \times 60$

$$\begin{aligned}\text{解法一：原式} &= 2.13 \div 4 \div 60 \\ &\approx 0.53 \times 60 \\ &= 31.8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{解法二：原式} &= \overset{8}{\cancel{32}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{15}}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times \overset{4}{\cancel{60}} \\ &= 32\end{aligned}$$

解法二巧妙地运用了分数与除法关系的知识，改变了运算的形式，使运算更加简便迅速，而且求得的答案是准确值，明显地比解法一高明。

再如： $0.125 \times 0.4 \times 4.8 \times 0.8 \times 2.5$

$$\begin{aligned}\text{解法一：原式} &= 0.05 \times 4.8 \times 0.8 \times 2.5 \\ &= 0.24 \times 0.8 \times 2.5 \\ &= 0.192 \times 2.5 \\ &= 0.48\end{aligned}$$

解法二：把所有小数都看作整数进行运算，并且进行必要的位置交换。

$$\begin{aligned}125 \times 8 \times 4 \times 25 \times 48 \\ &= 1000 \times 100 \times 48 \\ &= 4800000\end{aligned}$$

然后，一次数出各个因数中共有七位小数，把乘积的小数点向左移七位，得出结果是0.48。

$$\text{即：原式} = 0.48$$

解法二既明确小数乘法中确定积的小数点位置的算理，又运用了乘法交换律，所以使运算既准又快。

上面的例子说明了一个道理：要培养学生的计算能力，光多作计算题是远远不够的，必须首先把有关的数学概念讲解清楚，使学生能确切地理解并灵活地运用才能奏效。

逻辑思维的过程，就是运用概念、作出判断、进行推理的过程。一般地说，培养学生的逻辑思维能力，应该做到概念明确，判断正确，推理合乎逻辑，论证有说服力。概念是判断、推理的起点，离开概念就谈不上判断和推理，更谈不上逻辑思维能力的培养。

判断是对思维对象有所肯定或有所否定的思维形式。思维对象是判断的主词，对象的属性是判断的宾词，主词和宾词都是概念，用联系词“是”或“不是”把两个概念联系起来，就是一个判断。由此可见，判断是由概念构成的，作判断离不开概念。如：

4 是 偶数。  
(主词) (联系词) (宾词)

$\frac{4}{4}$  不是 真分数。  
(主词) (联系词) (宾词)

推理是由一个或几个已知判断推出一个新判断的思维形式。已知判断是推理的前提，新判断是推理的结论，可见推理是由判断构成的。判断离不开概念，推理就更离不开概念了。如：

分子比分母小的分数，叫做真分数，

——大前提

$\frac{4}{5}$  的分子比分母小，

——小前提

所以， $\frac{4}{5}$ 是真分数。

——结论

再如：

因为： $8 + 5 = 5 + 8$

$84 + 18 = 18 + 84$

$428 + 356 = 356 + 428$

.....

——以上都是前提

所以： $a + b = b + a$

——结论

总之，概念是判断、推理的前提，要使学生判断正确，推理合乎逻辑，也就是要培养学生的逻辑思维能力，就必须首先和经常加强对学生的概念教学。

学生学习几何初步知识，不能只记住一些求周长、求面积和求体积的公式，还应在头脑中有学过的几何形体的位置、方向、距离、大小和形状的形象。这些形象的形成要借助于有关的数学概念，还要借助数学语言把头脑中的形象再现出来。可见，离开数学概念，就无法在头脑中形成空间观念。

例如：

一面的面积为9平方厘米的正方体，它的表面积是多少？棱长之和是多少？

学生在解答这道题目时，头脑中必须有一个正方体的形象。这个正方体有6个面，所以表面积是： $9 \times 6 = 54$ （平方厘米）

因为，面积 = 棱长  $\times$  棱长，所以这个正方体的棱长是3

厘米。

这个正方体有12条棱，所以棱长之和是：

$$3 \times 12 = 36 \text{ (厘米)}$$

在解答这个题目时，学生头脑中的形象，是借助“正方体”、“表面积”、“有六个面”、“有12条棱”等一系列概念再现出来的。离开概念，头脑中就无法再现出正方体的形象，也就不能正确地解答这道题。

计算能力、逻辑思维能力和空间观念是小学数学教学应培养学生形成的数学能力。这些数学能力的形成，都以数学概念为前提条件。只有改进和加强概念教学，才能培养学生的数学能力。

### 3. 数学概念是解答数学实际问题的条件

学生在学习数学知识、锻炼数学能力的过程中，必须要解答数学实际问题。任何数学问题，总是由已知条件和所求问题两部分构成。已知条件和所求问题的表述都离不开概念，理解实际问题的已知条件和问题，以及它们之间的关系也离不开概念。如：

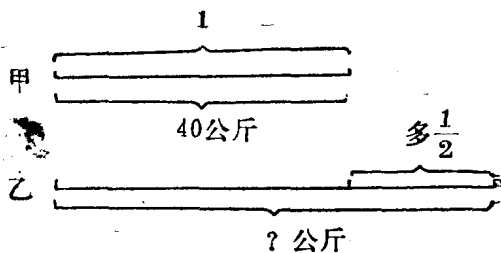
①甲重40公斤，乙比甲重 $\frac{1}{2}$ ，求乙重多少？

②甲数是40，乙数比甲数多 $\frac{1}{2}$ ，求乙数。

③甲数是40，乙数比甲数多50%，求乙数。

这三个数学问题很近似，但是在解答方法上有很大差别，这里涉及到一系列概念问题。

①题是两个量之间的倍数关系，甲量是40公斤，乙量比甲量重 $\frac{1}{2}$ ，可用下面的线段图表示：



依据这个线段图，应列出下面的算式：

$$\begin{aligned}
 & 40 \times \left(1 + \frac{1}{2}\right) \\
 &= 40 \times 1\frac{1}{2} \\
 &= 60 \text{ (公斤)}
 \end{aligned}$$

②题由于没把题目中的 $\frac{1}{2}$ 这个概念表述清楚，就会造成理解上的分歧，也就会产生两种不同的解法：

如果把 $\frac{1}{2}$ 理解为是甲数的 $\frac{1}{2}$ ，即甲乙两个量是倍数关系，解法与①题完全相同。即：

$$\begin{aligned}
 & 40 \times \left(1 + \frac{1}{2}\right) \\
 &= 40 \times 1\frac{1}{2} \\
 &= 60
 \end{aligned}$$

如果把 $\frac{1}{2}$ 理解为自然数“1”的 $\frac{1}{2}$ ，甲乙两个量之间就是多少关系，即求比一个数多几的数，应该用加法解：

$$40 + \frac{1}{2} = 40\frac{1}{2}$$

同一个题目，出现两种都有道理的解法，说明命题者的概念不够明确，这类题目不应该出给学生解答。

③题也是两个量之间的比较关系，并且 $\frac{1}{2}$ 与50%同样多，如果从②题的解法类推下面的算式：

$$40 + 50\% = 40\frac{1}{2}$$

这个算式是错误的。因为百分数是表示一个数是另一个数的百分之几的数，所以③题中甲乙两个量只能理解为倍数关系，不能理解为多少关系。出现这种错误解法，不再是因为题目没表述清楚，而是由于解题者对百分数的概念不明确造成的。

《小学数学教学大纲》中明确规定：“小学数学教学的目的是：使学生理解和掌握数量关系和几何图形的最基础的知识，能够正确地、迅速地进行整数、小数和分数的四则计算具有初步的逻辑思维能力和空间观念，并能够运用所学的知识解决日常生活和生产中的简单的实际问题。同时，结合教学内容对学生进行思想品德教育。”数学教学要达到这个目的，必须加强概念教学。无论是传授知识，还是培养能力，都必须以数学概念为基础和前提，学生有了明确的数学概念，才能进一步学习数学知识，才能形成数学能力。

## (二) 概念教学的要求

概念教学的基本要求是使学生明确概念的内涵和外延。具体地说，应达到以下三条要求：

### 1. 确切地理解



确切地理解是学好数学概念的关键。学生对所说、所写、所用的数学概念，都应确切地理解它们的含义。例如：三角形的高的定义是：“顶点和垂足之间的线段叫做三角形的高。”这里的“顶点”是相对着“底边”而言的。学生如果认为水平方向的边才是底边，其他方向的边不是底边，那么，三角形的底边只有一条，与它相对的顶点也就只剩下一个了。这就不能说学生已经理解了“顶点”这个概念。还有，学生只会作底边上的垂线是不够的，还应明确这条垂线必须过顶点；反之，只会作过顶点的线段是不够的，还应明确这条线段必须垂直于底边。学生对上述这些都明确了，并且能在一个任意三角形图形中，画出三条高，才说得上学生已经确切地理解了三角形的高的含义。总之，数学概念教学不能满足于学生能记住概念的定义，而是使学生对概念的定义有全面、准确地理解。

## 2. 牢固地掌握

牢固地掌握就是在理解的基础上，熟记概念的定义以及概念的使用范围。对小学生来说，主要是把课本上的定义和使用范围牢牢地记住，要做到“咬文嚼字”一丝不苟。课本上的定义是经过前人反复推敲，多次修正而写成的，所使用的数学语言表述精确，结构严谨，对被定义事物的本质属性作了明确的阐述。数学教学时，就应引导学生“咬”住这些本质的东西不放，并且反复地“嚼”。学生在记忆定义时，不能随意地增删字词。例如：

“两条边相等的三角形叫做等腰三角形。”

“只有一组对边平行的四边形，叫做梯形。”