

高等学校理工类专业基础课教材

概率论 与数理统计 习题集

主编 李景和 金大永
编著 杨富贵 赵娇云 袁莉萍
 吴梦虹 杨永发 王颖
主审 杨永发

南开大学出版社

高等学校理工类专业基础课教材

概率论与数理统计习题集

主编	李景和	金大永		
编著	杨富贵	赵娇云	袁莉萍	
	吴梦虹	杨永发	王颖	
主审	杨永发			

南开大学出版社

天津

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计习题集 / 李景和, 金大永主编; 杨
富贵等编著. —天津: 南开大学出版社, 2003. 10
高等学校理工类专业基础课教材
ISBN 7-310-01937-7

I. 概... II. ①李... ②金... ③杨... III. ①概率
论—高等学校—习题②数理统计—高等学校—习题
IV. 021-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 047398 号

出版发行 南开大学出版社

地址: 天津市南开区卫津路 94 号 邮编: 300071

营销部电话: (022)23508339 23500755

营销部传真: (022)23508542

邮购部电话: (022)23502200

出版人 肖占鹏

承印 天津宝坻第二印刷厂印刷

经销 全国各地新华书店

版次 2003 年 10 月第 1 版

印次 2003 年 10 月第 1 次印刷

开本 850mm×1168mm 1/32

印张 10.5

字数 260 千字

印数 1—5000

定价 19.00 元

内容提要

本书是南开大学出版社出版的《概率论与数理统计教程》的配套参考书,与《概率论与数理统计学习指导》一书组成“概率论与数理统计课程学习包”。全书共精选习题 674 道,题型包括选择题、填空题、计算题以及证明和问答题,其内容涉及教程的所有章节,编排顺序与教程完全一致,适合概率论与数理统计课程的同步学习使用. 本书中的每道习题均有详细的解答和提示,有助于读者理解基本内容与基本概念.

前 言

本书是南开大学出版社出版的《概率论与数理统计教程》的配套参考书. 该书是工科大学“概率论和数理统计”课程的教学用书, 自出版以来, 以其内容丰富、条理清楚、论述严谨、便于阅读的特点受到广泛好评, 多次重印, 被多所学校选作教材. 修订了原书的一些校对错误后, 该书于 2003 年 5 月第 4 次重印出版. 考虑到“概率论与数理统计”是理工类各专业的一门重要公共必修基础课, 也是工科硕士研究生入学考试的内容之一, 为了帮助读者进一步学好这门课程, 提高解题水平和解题技巧, 我们特组织了一些多年教授该课程的教师, 编写了这本《概率论与数理统计习题集》. 本书与日前出版的《概率论与数理统计学习指导》一起和原教程组成一套概率论与数理统计学习包, 相信会对读者学习这门课程有所帮助.

作为配套参考书, 为便于读者在学习过程中同步阅读, 本书的编排次序与原教程一致. 编写中我们考虑了以下几个问题: 一是内容全面, 本书的习题尽可能包括了各种题型, 通过书中习题的练习, 可全面复习教学内容; 二是难度适中, 本书的习题既有帮助初学者巩固和消化最基本内容的基本练习题, 也有帮助读者深入掌握基本内容的综合练习题, 力争做到由浅入深, 以适应不同层次的读者需要; 三是解答详尽, 特别是解题中重要的步骤和推导根据, 都有详细的说明. 关于选择题和填空题, 对于选择的理由和填出的正确结果, 也都有必要的说明, 这样对读者是非常方便的.

本书由河北工业大学工程数学教研室组织编写, 其中第一章由杨富贵、王颖编写, 第二章由李景和编写, 第三章由赵娇云编写,

第四章、第五章由金大永编写,第六章由袁莉萍编写,第七章由吴梦虹编写,第八章、第九章由杨永发编写,李景和负责全书的统稿工作,杨永发审阅了全部书稿.

南开大学出版社李正明、莫建来老师对本书提出了创意并对编写给予了具体的指导,我们对此表示衷心的感谢.

本书作者的电子邮箱是:gcsx4470@eyou.com.我们希望使用本书的读者对书中的缺点和错误给以指正,对书中的缺憾之处提出建议,以使本书的内容在再版时进一步得到完善.

谢谢使用本书.

编者

2003年4月

目 录

第一章 概率论的基本概念	(1)
§ 1.1 练习题	(1)
§ 1.2 解答与提示.....	(17)
第二章 随机变量及其概率分布	(56)
§ 2.1 练习题.....	(56)
§ 2.2 解答与提示.....	(90)
第三章 随机变量的数字特征	(161)
§ 3.1 练习题	(161)
§ 3.2 解答与提示	(182)
第四章 大数定律和中心极限定理	(238)
§ 4.1 练习题	(238)
§ 4.2 解答与提示	(242)
第五章 数理统计的基本概念	(250)
§ 5.1 练习题	(250)
§ 5.2 解答与提示	(253)
第六章 参数估计	(260)
§ 6.1 练习题	(260)
§ 6.2 解答与提示	(268)
第七章 假设检验	(278)
§ 7.1 练习题	(278)
§ 7.2 解答与提示	(287)
第八章 方差分析	(301)

§ 8.1	练习题	(301)
§ 8.2	解答与提示	(308)
第九章	一元线性回归分析	(312)
§ 9.1	练习题	(312)
§ 9.2	解答与提示	(320)

第一章 概率论的基本概念

§ 1.1 练习题

一、填空题

1. 设 A, B, C, D 是 4 个随机事件, 利用这 4 个事件的运算式表达下列各事件.

- (1) A 发生, 为 ①, 只有 A 发生, 为 ②;
- (2) A, B, C, D 恰有一个发生, 为 _____;
- (3) A, B, C, D 至少有一个发生, 为 _____;
- (4) A, B, C, D 都不发生, 为 _____.

2. 设 A, B 为两个随机事件, 则 $AB \cup (A - B) \cup \bar{A} =$ _____.

3. 若事件 A, B 互不相容, 则 $\bar{A} + \bar{B}$ 与 Ω 的关系为 _____.

4. 设事件 A, B 互不相容, 且 $P(A) = 0.3, P(B) = 0.7$, 求 $P(\bar{A}\bar{B}) =$ _____.

5. 设 A, B 为任意两个随机事件, 则 $P\{A((\bar{A} \cup B)(\bar{A} \cup \bar{B}))\} =$ _____.

6. 若 $A \subset B$, 则 \bar{A} ① \bar{B} , $P(\bar{A})$ ② $P(\bar{B})$.

7. 如果 $A \subset B$, 则 $P(A - B) =$ ①, $P(B - A) =$ ②.

8. 已知 $P(A) + P(B) = 0.7, P(AB) = 0.3$, 则 $P(\bar{A}\bar{B}) + P(A\bar{B}) =$ _____.

9. 设事件 A, B 互不相容, 且 $P(A) = 0.4, P(B) = 0.3$, 则 $P(\overline{A}\overline{B}) =$ _____.

10. 设 $P(A) > 0, P(B) > 0$, 把 $P(A), P(AB), P(A \cup B), P(A) + P(B)$ 按大小排列应为 _____.

11. 设 $A \subset B, P(A) = 0.1, P(B) = 0.5$, 则 $P(AB) =$ ① ;
 $P(A \cup B) =$ ② ; $P(\overline{A} \cup \overline{B}) =$ ③ ; $P(\overline{A}\overline{B}) =$ ④ .

12. 掷两枚骰子, 其点数之和为 8 的概率为 _____.

13. 从 52 张扑克牌中任取 5 张牌, 恰好为“同花顺”的概率为 _____.

14. 从 52 张扑克牌中任取 5 张牌, 其中只有两种花色的概率为 _____.

15. 从 $0, 1, \dots, 9$ 这 10 个数字中, 随机抽取 3 个 (不重复抽取), 这 3 个数字组成一个三位奇数的概率为 _____.

16. 设 12 件产品, 其中 3 件次品. 现任取 2 件, 已知所取 2 件中有一件为次品, 则另一件也是次品的概率为 _____.

17. 假设一批产品中一、二、三等品各占 70%, 20%, 10%. 从中任取一件, 已知不是二等品, 则此产品是一等品的概率为 _____.

18. 已知 $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}, P(B|A) = \frac{2}{3}$, 则 $P(A \cup B) =$ _____.

19. 设 $P(AB) = 0$ 且 $P(A) = P(B) = P, P(A|\overline{B}) = P(\overline{A}|\overline{B})$, 则 $P =$ _____.

20. 已知 $P(\overline{A}) = 0.3, P(B) = 0.4, P(A\overline{B}) = 0.5$, 则 $P(B|(A \cup \overline{B})) =$ _____.

21. 已知 $P(A) = \frac{1}{2}, P(A\overline{B}) = \frac{1}{6}, P(A|B) + P(\overline{A}|\overline{B}) = 1$, 则 $P(B) =$ _____.

22. 袋中有 7 只白球, 5 只红球, 不放回任取 2 只, 则第二次取得红球的概率是_____.

23. 设 A, B 为两事件, $P(A) = P(B) = \frac{1}{3}$, $P(A|B) = \frac{1}{6}$, 则 $P(AB) = \underline{\text{①}}$; $P(A \cup B) = \underline{\text{②}}$; $P(B|\bar{A}) = \underline{\text{③}}$.

24. 设 A, B 相互独立, $P(A) = P(\bar{B}) = P < \frac{1}{2}$, $P(A \cup B) = \frac{7}{9}$, 则 $P = \underline{\hspace{2cm}}$.

25. 已知事件 A, B 相互独立, 且互不相容, 则 $\min(P(A), P(B)) = \underline{\hspace{2cm}}$.

26. 已知事件 A, B 相互独立, 且 $P(A) = p, P(B) = q$, 若事件 C 发生, 必然导致 A, B 同时发生, 则 A, B, C 都不发生的概率为_____.

27. 设 $P(A) = 0.4, P(A \cup B) = 0.7$, 如果 A, B 互不相容, 则 $P(B) = \underline{\text{①}}$; 如果 A, B 相互独立, 则 $P(B) = \underline{\text{②}}$.

28. 在一次试验中, 事件 A 发生的概率为 P , 现将此试验独立进行 n 次, 则 A 至少发生一次的概率为 ①. A 至多发生一次的概率为 ②.

29. 设事件 A, B 相互独立, 已知 $P(A) = 0.5, P(A \cup B) = 0.8$, 则 $P(B) = \underline{\text{①}}$; $P(A\bar{B}) = \underline{\text{②}}$; $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \underline{\text{③}}$.

30. 四个人独立地破译一份密码, 已知各人能译出的概率分别为 $\frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$, 则密码能破译出的概率是_____.

31. 一实习生用一台机器接连独立地制造 3 个同种零件, 第 i 个零件是不合格品的概率是 $P_i = \frac{1}{1+i} (i=1, 2, 3)$, 则 3 个零件中, 恰有 2 个合格的概率为_____.

32. 甲、乙二人共同射击同一目标,甲的命中率为 0.7,乙的命中率为 0.4. 结果只中一枪,则这一枪是乙射中的概率为 _____.

二、选择题

1. 某工厂每天分三班生产,事件 A_i 表示第 i 班超额完成生产任务 ($i=1,2,3$),则恰有两个班超额完成任务可以表示为 ().

(A) $A_1A_2\bar{A}_3 + \bar{A}_1A_2A_3 + A_1\bar{A}_2A_3$

(B) $A_1A_2 \cup A_1A_3 \cup A_2A_3$

(C) $A_1A_2\bar{A}_3 + \bar{A}_1A_2A_3 + A_1\bar{A}_2A_3 + A_1A_2A_3$

(D) $\overline{A_1A_2 + A_1A_3 + A_2A_3}$

2. 关系()成立,则事件 A 与 B 为对立事件.

(A) $AB = \Phi$ (B) $A \cup B = \Omega$

(C) $\overline{AB} = \Phi$ (D) \bar{A} 与 \bar{B} 为对立事件

3. 射击 3 次,事件 A_i 表示第 i 次命中目标 ($i=1,2,3$),则事件()表示恰命中一次.

(A) $A_1 \cup A_2 \cup A_3$ (B) $A_1 \cup (A_2 - A_1) \cup [(A_3 - A_2) - A_1]$

(C) $\Omega - \overline{ABC}$ (D) $A_1\bar{A}_2\bar{A}_3 \cup \bar{A}_1A_2\bar{A}_3 \cup \bar{A}_1\bar{A}_2A_3$

4. 事件 A, B 为任意两个事件,则()成立.

(A) $(A \cup B) - B = A$ (B) $(A \cup B) - B \subset A$

(C) $(A - B) \cup B = A$ (D) $(A - B) \cup B = A \cup B$

5. 下列事件与 A 互不相容的事件是().

(A) $\overline{A(B \cup C)}$ (B) $\bar{A} \cup BC$

(C) \overline{ABC} (D) $(\bar{A} \cup B)(A \cup B)(\bar{A} \cup \bar{B})(A \cup \bar{B})$

6. 对于任意两个事件 A 和 B ,与 $A \cup B = B$ 不等价的是 ().

(A) $A\bar{B}=\Phi$ (B) $\bar{B}\subset\bar{A}$ (C) $\bar{A}B=\Phi$ (D) $A\subset B$

7. 若 $P(AB)=0$, 则().

(A) A 和 B 互不相容 (B) AB 是不可能事件
(C) A, B 未必是不可能事件 (D) $P(A)=0$ 或 $P(B)=0$

8. 设 A, B 为两事件, 且 $B\subset A$, 则下列式子正确的是().

(A) $P(A\cup B)=P(A)$ (B) $P(AB)=P(A)$
(C) $P(BA)\neq P(B)$ (D) $P(B-A)=P(B)-P(A)$

9. 设 A, B 相互独立, 下列等式中正确的结论是().

(A) $P(\overline{A\cup B})=P(\bar{A})P(\bar{B})$
(B) $P(\overline{A\cup B})=P(\bar{A})+P(\bar{B})$
(C) $P(\overline{A\cup B})=P(\bar{A})+P(\bar{B})-P(\bar{A})P(\bar{B})$
(D) $P(\overline{A\cup B})=P(\bar{A})+P(\bar{B})+P(\bar{A}\bar{B})$

10. 袋中有 5 个黑球, 3 个白球, 大小相同, 一次随机摸出 4 个球, 其中恰有 3 个白球的概率为().

(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\left(\frac{3}{5}\right)^5 \frac{1}{8}$ (C) $\left(\frac{3}{5}\right)^3 \frac{1}{8}$ (D) $\frac{5}{C_8^4}$

11. 设 A, B 为任意两个事件, 且 $A\subset B, P(B)>0$, 则下列选项必成立的是().

(A) $P(A)\leq P(A|B)$ (B) $P(A)<P(A|B)$
(C) $P(A)\geq P(A|B)$ (D) $P(A)>P(A|B)$

12. 设 $P(A)=0.8, P(B)=0.7, P(A|B)=0.8$, 则下列结论正确的是().

(A) A 与 B 互相独立 (B) 事件 A 与 B 互斥
(C) $B\supset A$ (D) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

13. 设 A, B 为互不相容事件, 且 $P(A)>0, P(B)>0$, 则结论正确的是().

(A) $P(B|A)>0$ (B) $P(A|B)=P(A)$
(C) $P(A|B)=0$ (D) $P(AB)=P(A)P(B)$

14. 事件 A, B 为对立事件, 则()不成立.

- (A) $P(\overline{AB})=0$ (B) $P(B|A)=0$
(C) $P(\overline{A}B)=1$ (D) $P(A \cup B)=1$

15. 如果 $P(A) > 0, P(B) > 0, P(A|B) = P(A)$, 则()不成立.

- (A) $P(B|A) = P(B)$ (B) $P(\overline{A}|\overline{B}) = P(\overline{A})$
(C) A, B 独立 (D) A, B 不相容

16. 设 A, B 为两个随机事件, 且有 $P(C|AB) = 1$, 则下列结论正确的是().

- (A) $P(C) \leq P(A) + P(B) - 1$ (B) $P(C) = P(AB)$
(C) $P(C) \geq P(A) + P(B) - 1$ (D) $P(C) = P(A + B)$

17. 设 A 和 B 是任意两个概率不为零的不相容事件, 则下列结论中肯定正确的是().

- (A) \overline{A} 与 \overline{B} 不相容 (B) \overline{A} 与 \overline{B} 相容
(C) $P(AB) = P(A)P(B)$ (D) $P(A - B) = P(A)$

18. 若 $P(A) > 0, P(B) > 0, P(C) > 0$, 且 $P(A|C) = P(A), P(B|C) = P(B)$, 则下列()一定成立.

- (A) $P(C|A) = P(C)$ (B) $P(C|AB) = P(C)$
(C) $P(ABC) = P(AB)$ (D) $P[(A \cup B)|C] = P(A + B)$

19. 设 $P(A) = a, P(B) = 2a, P(C) = 3a$, 且 $P(AB) = P(BC)$, 则().

- (A) $a = \frac{1}{3}$ (B) $a = \frac{1}{4}$ (C) $a \geq \frac{1}{4}$ (D) $a \leq \frac{1}{4}$

20. 设事件 A, B, C 相互独立, 且 $0 < P(C) < 1$, 则在下列事件中不独立的有().

- (A) AB 与 C (B) \overline{AC} 与 \overline{C}
(C) $\overline{A \cup B}$ 与 C (D) $\overline{A - B}$ 与 C

21. 设 A, B 为任意两个事件, 则一定有().

(A) $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0$ (B) $0 < P(\bar{A} \cup \bar{B}) < 1$

(C) $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - P(AB)$ (D) $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1$

22. 设事件 A, B 满足 $P(B|A) = 1$, 则().

(A) A 为必然事件 (B) $P(B|\bar{A}) = 0$

(C) $A \supset B$ (D) $A \subset B$

23. 已知 $P(B) > 0, P[(A_1 \cup A_2)|B] = P(A_1|B) + P(A_2|B)$, 则()成立.

(A) $P(A_1 A_2) = 0$

(B) $P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2)$

(C) $P(A_1 B \cup A_2 B) = P(A_1 B) + P(A_2 B)$

(D) $P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2)$

24. 设 A, B 为两个随机事件, 且 $0 < P(A) < 1, P(B) > 0, P(B|A) = P(B|\bar{A})$, 则 A 与 B ().

(A) 互不相容 (B) 独立 (C) 互逆 (D) 都不对

25. 事件 A, B 为对立事件, 则下列事件中概率为 1 的是().

(A) $P(\bar{A} \bar{B})$ (B) $P(B|A)$ (C) $P(\bar{A} B)$ (D) $P(AB)$

三、计算题

1. 当事件 A, B, C 是什么事件时可能有等式 $A \cup B \cup C = A$?

2. 事件 A, B, C 两两互不相容与 $ABC = \emptyset$ 是不是一回事?

3. 写出下列随机试验的样本空间及表示下列事件的样本点集合:

(1) 5 件产品有 1 件是不合格品, 从中任取 2 件得 1 件不合格品;

(2) 一口袋中有 2 个白球、3 个黑球、4 个红球, 从中任取 1 球, (i) 得白球; (ii) 得红球.

4. 在数学系的学生中任意选取一名学生, 令事件 A 表示被选

学生是男生,事件 B 表示该生是三年级的学生,事件 C 表示该生是运动员.

(1) 叙述事件 $AB\bar{C}$ 的意义;

(2) 在什么条件下 $ABC=C$ 成立?

(3) 什么时候关系式 $C\subset B$ 是正确的?

(4) 什么时候 $\bar{A}=B$ 成立?

5. 某工人生产了 n 个零件,以事件 A_i 表示他生产的第 i 个零件是合格品 ($1\leq i\leq n$),用 A_i 表示下列事件:

(1) 没有一个零件是不合格品;

(2) 至少有一个零件是不合格品.

6. 设 $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$, $A=\{1,3,5\}$, $B=\{2,4,6\}$, $C=\{1,2,3,5\}$, 则下列事件式分别表示什么?

(1) $\bar{A}B$; (2) AC ; (3) $A\cup C$.

7. 试问: $(A\cup B)-B=A$ 是否一定成立?

8. 设 A, B 为两个事件,且 $P(A)=0.7$, $P(A-B)=0.3$, 求 $P(\bar{A}\bar{B})$.

9. 设 A, B 为两个随机事件,证明 $P(AB)=1-P(\bar{A})-P(\bar{B})+P(\bar{A}\bar{B})$.

10. 向三个相邻的军火库投掷一颗炸弹,炸中第一个军火库的概率为 0.025,炸中其余两个军火库的概率各为 0.1,只要炸中一个,另外两个也要发生爆炸,求军火库发生爆炸的概率.

11. 若 A_1, A_2, A_3 均属于 A , 试证 $P(A)\geq P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)-2$.

12. 从 0, 1, 2, ..., 9 等 10 个数字中任意选出 3 个不同的数字,试求下列事件的概率:

(1) A_1 : 3 个数字中不含 0 和 5; (2) A_2 : 3 个数字中不含 0 或 5.

13. 在盒子中有 10 个相同的球,分别标为号码 1, 2, ..., 10, 从

中任取一球,求此球的号码为偶数的概率.

14. 一块各面均涂有油漆的正方体被锯成 1 000 个同样大小的小正方体,将这些小正方体均匀地搅混在一起,试求任意取出的一个小正方体其两面涂有油漆的概率.

15. 一部五卷的书,按任意的顺序(即随机的)排放到书架上,求各册自左至右或自右至左的顺序恰好是 1,2,3,4,5 的概率.

16. 在 11 张卡片上分别写上 $p, r, o, b, a, b, i, l, i, t, y$ 这 11 个字母,从中任意连抽 7 张,求其排列结果为 *ability* 的概率.

17. 两封信随机投入四个邮筒,求前两个邮筒内没有信的概率及第一个邮筒内只有一封信的概率.

18. 一大批产品的优质率是 30%,每次任选一件,连续抽取 5 次,计算取到的 5 件产品中恰有 2 件是优质品的概率.

19. 12 个乒乓球中有 9 个新的,3 个旧的,第一次比赛取出了 3 个,用完后放回去,第二次比赛又取出 3 个,求第二次取到的球中有 2 个新球的概率.

20. 100 个产品中有 3 个次品,任取 5 个,求其次品数分别为 0,1,2,3 的概率.

21. 10 把钥匙中有 3 把能打开门,今任取 2 把,求能打开门的概率.

22. 某一学校有 730 名大学生,求恰有 3 名大学生的生日是元月一日的概率.

23. 假设每人生于一年中任意一个月都是等可能的,求下列事件发生的概率.

(1) 事件 A:12 个人的生日在 12 个不同的月份;

(2) 事件 B:6 个人中至少有 2 人的生日在同一个月份;

(3) 事件 C:6 个人的生日恰好在 2 个月中.

24. 设某地汽车的牌号是由 2 个英文字母和 5 个阿拉伯数字组成的,问任取一辆汽车其牌号是以 A 开头的概率.