多体系统动力学

——理论、计算方法和应用

Dynamics of Multibody Systems: Theory, Computational Method and Application

洪嘉振 主编

Edited by Hong Jiazhen

上海交通大学出版社

SHANGHAI JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

沪新登字205号

内 容 简 介

本书是根据1992年11月在上海召开的首届全国多体系统动力学学术会议上发表的论文编选而成。它汇集了近年来我国学者在多体系统动力学的理论、数学模型的推导、计算方法、软件开发、控制问题以及它在机器人学、航天器控制、车辆设计、机械动力学与运动生物力学各领域应用等研究成果。通过本书读者可较全面了解多体系统动力学的研究现状与发展趋势。

本书可供从事该领域研究的力学工作者参考，对航空航天器、机器人、车辆、复杂机械系统等工程研究单位从事动力学与控制的科研人员也有参考价值。

编 辑 委 员 会

主编 洪嘉振

编委 谢传锋 陆佑方

秘书 王家瑶 （责任编辑）

多体系统动力学
——理论、计算方法和应用
出 版：上海交通大学出版社
（淮海中路1984弄19号）
发 行：新华书店上海发行所
印 刷：上海虹桥快速印刷有限公司
开 本：787×1092（毫米） 1/16
印 张：15.5
字 数：362000
版 次：1992年9月 第1版
印 次：1992年10月 第1次
印 数：1—600
ISBN7－313－01136－9/N・94
定价：24.00元

序

多体系统动力学是与运动生物力学、航天器控制、机器人学、车辆设计、机械动力学等领域紧密相关且起着重要作用的学科．由于它的理论与开发的软件直接为上述领域工程实践服务，近年来这门学科发展相当迅速．

近十年来，我国力学工作者对于 1977 年在 Munich 由 IUTAM 组织与 1985 年在 Udine 由 IUTAM 与 IFTOMM 共同组织的两次国际多体系统动力学学术会议，以及国外学者大量研究成果给予了极大的关注．1986 年在北京召开的全国多刚体动力学研讨会第一次检阅了我国在该领域的研究成果．1988 年全国柔性多体系统动力学研讨会在长春召开，会上邀请了六位学者作了专题报告．此后，我国在多体系统动力学方面取得了很大的进展．为了交流成果，中国力学学会一般力学专业委员会发起召开这次全国多体系统动力学——理论、计算方法与应用学术会议，定于今年 11 月 1 日至 4 日在上海交通大学举行．

这次会议征集到的论文数量、内容深度与广度都超过了前两次会议．论文作者的研究重点已从多刚体系统转向柔性多体系统，突出对工程实际的应用与多体系统控制．他们还充分注意计算方法研究与软件开发，不少软件已成功地应用于工程问题的计算机辅助分析．

本书收集的论文共 49 篇，分为五部分：1)理论与建模；2)计算方法与软件实现；3)控制问题；4)操作机器人；5)工程应用．论文以全文或详细摘要两种格式编排．通过本书读者可较全面地了解我国学者在多体系统动力学领域的研究成果与这门学科的发展趋势．

这次学术会议由中国力学学会一般力学专业委员会多体系统动力学与机器人学专业组主持，上海交通大学工程力学系承办，得到中国力学学会与上海力学学会等单位的资助．

本论文集能在会议前出版与中国力学学会办公室、上海交通大学工程力学系和华东工学院的帮助与卓有成效的工作是分不开的，对此我们表示衷心的感谢．对上海交通大学出版社为允诺出版本书与通力合作深表谢意．

洪嘉振
1992 年 8 月
于上海交通大学

PREFACE

The study on dynamics of multibody systems is closely related to and has great influence on biomechanics, spacecraft control, robotics, road and rail vehicle design, dynamics of machinery. Dynamics of multibody systems is rapidly developed in recent years as its theory and developed softwares are serviced widely to above practical engineering fields.

In recent decade, two International Symposiums on Dynamics of Multibody Systems,sponsored by IUTAM in Munich in 1977 and by IUTAM / IFTOMM in Udine in 1985, anda large number of research papers in the field attracted great attention of many Chinese scientists. In 1986, a first Chinese Symposium on Dynamics of Multi–rigidbody Systems was held in Beijing to exhibit Chinese research works.In 1988, a Study Institute on Dynamics of Flexible Multibody Systems was held in Changchun, where six key lectures were given by Chinese leading experts. Since that time a considerable progress has been made in the field. Therefore the Dynamics, Vibration and Control Technical Committee(DVCTC) initiates and sponsones a Symposium on Dynamics of Multibody Systems—Theory, Computational Method and Application, which will be held at Shanghai Jiao Tong University(SJTU),Shanghai. The submission papers for the Symposium transcend those for the previous two both in number and in scope. The research emphasis of authors have been from multi–rigidbody systems to flexible multibody systems, from theories to engineering application and controls. They also attach importance to computer aided analysis of engineering problems successfully. In the proceedings we select 49 papers presented at the Symposium, which are organized into the following main topics: 1) Theory and Formulation; 2) Computational method and software; 3) Control Problems; 4) Manipulating Robot; 5) Application in Engineering, and are published in a whole paper or a detailed abstract. From the proceedings readers may completely understand research developments and tendencies of multibody dynamics in China.

The Symposium is organized by the Group of Multibody System Dynamics and Robotics of DVCTC and hosted by the Department of Engineering Mechanics of SJTU, and supported by CSTAM and Shanghai Society of Mechanics. We wish to thank all these units.

The publication of this proceeding before the Symposium being held is impossible without the help and excellent work of the staff of the Office of CSTAM, the Department of Engineering Mechanics of SJTU and East China Institute of Technology. Furthermore, thanks are due to the Shanghai Jiao Tong University Press for an agreeable and efficient cooperation.

Hong Jiazhen

Shanghai Jiao Tong University

August, 1992

目　录

一、　理论与建模

二、　计算方法与软件实现

三、　控制问题

四、 操作机器人

五、 工程应用

CONTENTS

1. THEORY AND FORMULATION

2. COMPUTATIONAL METHOD AND SOFTWARE

3. CONTROL PROBLEMS

4. MANIPULATING ROBOT

5. APPLICATION IN ENGINEERING

转动规范理论及其在柔体系统动力学中的应用

冯冠民　　王彬　　陆佑方

(吉林工业大学工程力学系，长春 130025)

提要　根据本文建立的柔体系统旋转运动规范理论，物体变形与刚性转动的耦合可以按照一个简单且普适的规则来确定，即将普通时间导数换成规范协变导数．按此规则导出了弹性体经历大范围整体转动时的精确运动方程，并通过若干实例讨论了其应用．

关键词　柔体系统，旋转运动，规范理论

一　引　言

简便迅速地建立动力学方程，一直是多体系统动力学领域内大家所关心的问题，并已有许多研究工作[1]．

本文的研究结果表明，人们所面临的两个困难可以同时解决：(1)因为物体经历大尺度的空间运动，所以通常需要在非惯性的物体参照系中建立方程，这时熟知的只适用于惯性系的运动方程不能用了；(2)物体的整体刚体运动和变形运动相互耦合，而耦合项的形式很复杂，不易确定．文中主要讨论旋转运动，建立在任何转动参照系中都保持同样形式的运动方程，并说明导出只适用于惯性系的方程遵循的是一个简单且普遍适用的规则：把普通时间导数换成协变时间导数．在以这种方式克服第一个困难的同时，出现在运动方程中的耦合项也都确定了．它们都具有明确的物理意义，并且按照统一的规则在任意两个转动参照系之间转换．

这种处理方法和物理学中规范理论的思想是一致的[2]．规范理论的出发点是物理定律所具有的对称性．一种具体的对称性就是在某个变换群下的不变性[3]．物理定律的不变性表现在方程上，就是物理方程在相应变换下的协变性．规范原理进一步要求将对称性规范化，即令变换和空时坐标有关，并要求物理定律在这种规范变换下仍然保持不变．为了保证这种规范对称性，必须将物理方程作适当的修正，具体地说就是把普通导数换成协变导数．这种修正正好确定了某种相互作用的形式．目前规范理论是描述自然界四种基本相互作用及其统一的一般理论框架．在本文中，我们研究力学定律的转动对称性，建立相应的转动规范理论，确定刚体运动和变形运动的耦合（相互作用）．由此建立柔体旋转运动的精确动力学方程，并讨论其应用．我们将看到，这种理论不仅是简单实用的，而且是普适的：它适用于任何介质、任意变形．特别地，可以用它来讨论大变形引起的几何非线性效应．

二、转动规范理论

我们从熟知的质点力学开始．在这里讨论规范理论的基本思想是最简单的，而且对变形物体的讨论是类似的，后面可以不再重复．质点运动的 Newton 方程$m\ddot{x}=f$是在惯性参照系中成立的．用 k 表示基本的惯性系．考虑另一个参照系 K，其坐标原点与 K 的坐标原点重合．如果一个点在 k 中用矢量 x 表示，而在 K 中用 X 表示，那么存在一个转动矩阵 A，合得 $x=AX$．转动矩阵给出从 K 到 k 的一个线性变换，$A:K\to k$．在 A 与时间无关($\dot{A}=0$)的情况下，k 也是惯性系．此时 Newton 方程在这个变换下是协变的．这意味着此方程中的各项均按一致的方式变换：$\ddot{x}=A\ddot{X}$，$f=AF$，而方程本身保持形式不变：$m\ddot{X}=F$．不难看出，协变性的一个必要条件是时间导数和转动矩阵的可交换性：$\dot{x}=\mathrm{d}/\mathrm{d}t(AX)=A\dot{X}$．于是速度和加速度均按矢量的方式变换．

现在把转动对称性规范化，即令 A 与时间相关("规范"这个词是由于历史原因引人的，现在已失去其字面意义)．此时 K 不再是惯性系，$\mathrm{d}/\mathrm{d}t$ 和 A 也不再是可交换的了．为了使运动方程在转动参照系中仍具有"质量×加速度＝真实力"的形式，我们将普通时间导数 $\mathrm{d}/\mathrm{d}t$ 换成如下协变时间导数

$$\mathrm{D}_t=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}+\hat{\Omega},\quad \hat{\Omega}=A^T\dot{A} \tag{1}$$

反对称矩阵$\hat{\Omega}$表示 K 相对于 k 的转动角速度，它所对应的矢量 Ω 是角速度在 K 中的表示，一般地，可将一个矢量 a 对应不个反对称矩阵$\hat{a}=(a_{ij})$，$a_{ij}=\varepsilon_{ikj}a_k$，使得$\hat{a}\ b=a\times b$，这里$\varepsilon_{ikj}$为完全反对称张量，而重复指标意味着从 1 到 3 求和．容易验证$\dot{x}=A\mathrm{D}_t x$，$\ddot{X}=A\mathrm{D}_t^2X$(利用 $\mathrm{D}_t=A^T(\mathrm{d}/\mathrm{d}t)A$)．于是修正的 Newton 方程为

$$m\mathrm{D}_t^2X=F \tag{2}$$

将"协变加速度"D_t^2X明显算出后，(2)式成为

$$m\ddot{X}=F-m\dot{\hat{\Omega}}X-2m\hat{\Omega}\dot{X}-m\hat{\Omega}^2X \tag{3}$$

方程右边多出来的三项正是熟知的 Euler 力，Coriolis 力和离心力．

为了完成对规范不变性的讨论，还必须证明在转换到另一个转动参照系后，运动方程仍可以写成(2)的形式．设新的转动参照系 K'通过转动矩 B 和 K 相联系：$X=BX'$，$F=BF'$．前面的讨论表明，若在 K'中运动方程可写成$m\mathrm{D}'^2_tX'=F'$，则协变导数 D'_t 必须用 D_t 表示为$\mathrm{D}'_t=B^T\mathrm{D}_tB$．如果用$\hat{\Omega}'$表示 K'的绝对角速度(相对于惯性系 k 的角速度

在自身中的表示，那么自洽性要求$D'_t = d/dt + \hat{\Omega}'$，于是

$$\hat{\Omega}' = B^T\hat{\Omega}B + B^T\dot{B} \tag{4}$$

在上式中，$B^T\dot{B}$表示 K'相对于 K 的角速度，而反对称矩阵$B^T\hat{\Omega}B$是 K 的绝对角速度在K'中的表示．可见(4)式给出角速度从一个参照系到另一个参照系的变换关系．

总之，规范代换 $d/dt \to D_t$ 确定了惯性力的正确形式，而用 D_t 表示的运动方程(2)在所有转动参照系中保持形式不变．规范理论提供了看待老问题的新观点，也提供了探索新问题的有力的方法．

三、柔体的空间转动

柔体在任一时刻的构形由相对于某个参考构形的位移确定．为了描述运动方便，通常选取一个物体参照系 K，使得参考构形在 K 中总保持静止．变形前处于参考构形中 X 点的粒子，变形后处于 $R = X+U$ 点，这里 $U(X,t)$为位移矢量．在基本惯性参照系(常称为空间参照系)k 中，将各矢量用相应的小写字母表示．于是 $r = x+u$，而 $r = AR$．对于小变形弹性体，用位移表示的运动方程为 Navier 方程

$$\rho\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = \mu\nabla^2 u + (\lambda+\mu)\nabla(\nabla\cdot u) + f \tag{5}$$

其中 ρ 为质量密度，f 为单位体积的体力，而 μ、λ 为弹性常数．如果 $\dot{A} = 0$，那么$\dot{x} = 0$，而上式左端的 r 可以换成 u，这就是教科书中常见的形式[4]．此时 K 也是惯性参照系，在其中 Navier 方程也成立．利用变换式 $u = AU$ 和 $f = A$ 立即可以证明这一点．这表明 Navier 方程在(与时间无关的)转动变换下是协变的．

为了研究弹性体的旋转运动，必须将此方程修改成规范不变的形式，亦即在任何转动非惯性参照系中均保持不变的形式．上节的讨论已经给出了这种修正的一般方法．在用于 Navier 方程时，必须指出，此方程右端的各项无需变动，因为它们都与 A 对 t 的依赖无关．这反映了物质的标架无差别性及力的标架无差别性[5]．于是规范不变的代换为

$$\frac{\partial}{\partial t} \to D_t = \frac{\partial}{\partial t} + \hat{\Omega},\ \hat{\Omega} = A^T\dot{A} \tag{6}$$

而规范不变的 Navier 方程为

$$\rho D_t^2 R = \mu\nabla^2 U + (\lambda+\mu)\nabla(\nabla\cdot U) + F \tag{7}$$

注意到$\dot{x} = 0$(参考构形相对于 K 静止)，则可将上式左端写成

$$\rho\left(\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \dot{\hat{\Omega}}R + 2\hat{\Omega}\frac{\partial U}{\partial t} + \hat{\Omega}^2 R\right) \tag{8}$$

在变换到另一个转动参照系时，角速度仍按(4)的方式变换．(7)式是转动体小变形弹性运动的精确控制方程，各种离散化方案均可从它及适当的边界条件导出．值得注意的是，此式关于位移 U 是线性的，因此可以用分离变量法来求解，这在物体具有标称转动状态

的情形是特别有效的[6].

现在来讨论定轴转动这一重要的特殊情况. 取转动轴为 k 中的 x_3 轴, 并且与 K 中的 X_3 轴重合. 此时转动矩阵具有如下形式:

$$A=e^{\theta E}=\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta & 0\\ \sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix},\quad E=\frac{dA}{d\theta}\Big|_{\theta=0}=\begin{bmatrix}0 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{9}$$

因为 E 和自身总是可交换的, 所以 $\dot{A}=AE\dot{\theta}$, $\hat{\Omega}=A^T\dot{A}=E\dot{\theta}$, 而

$$\mathrm{D}_t^2\mathrm{R}=\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}+\ddot{\theta}ER+2\dot{\theta}E\frac{\partial U}{\partial t}+\dot{\theta}^2E^2R$$

$$=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial^2 U_1}{\partial t^2}-(X_2+U_2)\ddot{\theta}-2\dot{\theta}U_2-(X_1+U_1)\dot{\theta}^2\\ \dfrac{\partial^2 U_2}{\partial t^2}+(X_1+U_1)\ddot{\theta}+2\dot{\theta}U_1-(X_2+U_2)\dot{\theta}^2\\ \dfrac{\partial^2 U_3}{\partial t^2}\end{bmatrix} \tag{10}$$

我们以杆的纵向振动和弦的横向振动为例来说明此式的应用. 这两种情形的运动方程都是波动方程 $\partial^2\varphi/\partial t^2=c^2\partial^2\varphi/\partial x^2$, 不过在过渡到转动参照系时应分别按(10)的第一行和第二行变换. 取杆或弦未变形时的位置为参考构形, 并令其处于 X_1 轴上. 在转动参照系 K 内, 波动方程变为

$$\text{杆纵振}(X_2=U_2=0):\quad \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2}-(X_1+U_1)\dot{\theta}^2=c^2\frac{\partial^2 U_1}{\partial X_1^2} \tag{11}$$

$$\text{弦横振}(X_2=U_1=0):\quad \frac{\partial^2 U_2}{\partial t^2}+X_1\ddot{\theta}-U_2\dot{\theta}^2=c^2\frac{\partial^2 U_2}{\partial X_1^2} \tag{12}$$

这两个方程的齐次部分具有相同的形式:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-\dot{\theta}\varphi=c^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial X_1^2} \tag{13}$$

将(13)式按通常的方式分离变量, $\varphi(X_1,t)=\Phi(X_1)Y(t)$,得到

$$\ddot{Y}+(\omega^2-\dot{\theta}^2)Y=0,\quad \Phi''+\frac{\omega^2}{c^2}\Phi=0 \tag{14}$$

在$\dot{\theta}$为常量(匀速转动)时，(14)式可以精确求解．第二式和边界条件告诉我们，此时的模态函数 $\Phi_l(X_1)$和不转动时的模态函数完全一样，因此相应的特征值 ω_l 正是不转动时的固有频率．现在第一式告诉我们，转动时固有频率将发生偏移，成为$\sqrt{\omega_l^2-\dot{\theta}^2}$．对第 l 个模态 Φ_l 可以有以下三种情况出现：①$\omega_l=\dot{\theta}$，此时 $Y(t)=c_1+c_2t$，运动将因共振而失稳；②$\omega_l<\dot{\theta}$，此时 $Y(t)$为实指数函数，去掉非物理的发散解后，第 l 个模态将按指数衰减，衰减速度取决于$\dot{\theta}^2-\omega_l^2$ 的大小；③$\omega_l>\dot{\theta}$，这时第 l 个模态将以减小了的频率振动．对其它定轴转动弹性体亦可以得到类似的结论[6]．

四、变形对整体运动的影响

通常所谓变形体的"整体刚体运动"指的是相对于选定的物体参照系 K 静止的某个虚拟刚体（参考构形）的运动．在上一节中我们研究了刚体运动对变形的影响，这里来研究相反的影响．我们先利用规范原理导出刚体运动的 Euler 方程，然后把它推广到变形体运动的情形．

在空间参照系 k 中，刚体绕坐标原点转动的控制方程为动量矩方程 $\mathrm{d}m/\mathrm{d}t=n$，这里 n 为外力矩，而

$$m=\int_B \rho x\times\dot{x}d^3x=\int_B\rho\hat{x}\dot{x}d^3x$$

为刚体的动量矩．按照规范原理，应将运动方程修正成规范不变的形式

$$\mathrm{D}_t\mathrm{M}=N \tag{15}$$

这也就是转动参照系 K 中的运动方程．此式中的 M 和 N 分别为刚体动量矩和外力矩在 K 中的表示，$m=AM$，$n=AN$．按照把导数换成协变导数的规则，

$$M=\int_B\rho X\times(\mathrm{D}_tX)d^3X=\int_B\rho\hat{X}\mathrm{D}_tXd^3X$$

不难验证$\hat{x}=A\hat{X}A^T$，此式和$x=AX$，$\dot{x}=A\mathrm{D}_tX$一起保证了变换关系 $m=AM$ 成立．注意到$\dot{x}=0$，可得

$$M=\int_B\rho\hat{X}\hat{\Omega}Xd^3X=\int_B\rho\hat{X}\hat{X}^T\Omega d^3X=I\Omega$$

这里$I=I^T$为惯性张量．现在(15)式成为

$$I\dot{\Omega}+\hat{\Omega}I\Omega=N \tag{16}$$

这就是 Euler 方程，将 I 对角化后就可以把它写成熟悉的形式．

我们可以遵循同样的步骤导出可变形物体旋转运动的控制方程．这个方程仍然是动量矩方程 $\mathrm{d}m/\mathrm{d}t=n$，其规范不变形式仍为(15)，不过在计算动量矩时应把 x 换成 $r=x+u$，或把 X 换成 $R=X+U$，

$$M=\int_B\rho R\times(\mathrm{D}_tR)d^3X$$

$$= \int_B \rho \hat{R}\frac{\partial U}{\partial t} d^3 X + \int_B \rho \hat{R}\hat{R}^T \Omega d^3 X \tag{17}$$

上式中第一项为变形速度的动量矩，将其记为 J. 第二项具有一个刚体的动量矩的形式，这个刚体的转动惯量为

$$I = \int_B \rho \hat{R}\hat{R}^T d^3 X \tag{18}$$

因为 R 为粒子在 t 时刻的位置，所以 I 就是此时刻一个与变形体形状相同的虚拟刚体的惯性矩，而 $I\Omega$ 可称作"瞬时刚体的动量矩". 将总动量矩 $M=J+I\Omega$ 代入规范不变的方程(15)，得

$$I\dot{\Omega} + \hat{\Omega}I\Omega + \dot{I}\Omega + \dot{J} + \hat{\Omega}J = N \tag{19}$$

这个方程可以称为"广义 Euler 方程"，从中可以清楚地看出变形运动对刚体运动的影响. 广义 Euler 方程有两个值得注意的特征. 首先，和普通 Euler 方程一样，它只涉及角速度，而转动参数不明显出现. 其次，即使外力矩 $N=0$，这个方程对 Ω 也不是齐次的. (19)式和(7)式一起，构成线弹性旋转体运动的精确的、完备的动力学方程.

五、进一步的讨论

为了明确起见，前面的讨论限于线弹性物体，但是转动规范理论同样适用于各种类型的非线性可变形物体，包括大变形几何非线性情形. 事实上可以用同样的规则把一般连续介质力学的方程变成规范不变的. 这里应该指出，控制刚性转动的广义 Euler 方程(19)是普遍适用的，因为在它的推导中无需对变形加任何限制. 对连续介质运动方程[4]，有两点必须加以考虑. 首先，所涉及的物理量包括标量、矢量、张量等不同类型. 前面第(6)式给出的协变导数的形式只适用于矢量，因为它是一个矩阵. 在用于其它类型的量时，协变导数必须改变形式. 这里面基本的规则仍然是规范不变性：在转动变换下某个量的协变导数必须和这个量本身按同样的方式变换. 例如连续介质的质量密度 ρ 是标量场，在变换 $A{:}K\to k$ 下是不变的. 于是它的(一般地，标量的)协变导数就等于普通导数：$\mathrm{D}_t=\partial/\partial t$. 类似地，应力张量(二秩张量)$\Sigma$ 的变换关系、规范不变性要求及协变导数如下：

$$\Sigma = A\Sigma A^T,\quad \frac{\partial\Sigma}{\partial t} = A(\mathrm{D}_t\Sigma)A^T,\quad \mathrm{D}_t\Sigma = \frac{\partial\Sigma}{\partial t} + \hat{\Omega}\Sigma - \Sigma\hat{\Omega} \tag{20}$$

其次，出现在连续介质运动方程中的时间导数是物质导数 $\mathrm{D}/\mathrm{D}t=\partial/\partial t+v\cdot\nabla$，其中 $v=\partial r/\partial t$ 为粒子的速度. 按照规范理论，必须把速度和物质导数换成协变速度和协变物质导数

$$V = \mathrm{D}_t R,\qquad \mathrm{D}_t = \mathrm{D}_t + v\cdot\nabla \tag{21}$$

照此方式就可以把连续介质的各运动方程转换成规范不变的形式，并用来研究经历整体转动的连续介质的动力学.

参 考 文 献

[1] 陆佑方,王彬,多柔体系统动力学,即将由高等教育出版社出版.

[2] Konoplcva, N.P. and Popov, V N., Gauge Fields, Harwood Academic Publishers, Chur(1981).

[3] 冯冠民,关于力学中的对称性问题,吉林工业大学学士论文(1982).

[4] Segel, L.A., Mathematics Applied to Continuum Mechanics Macmillan, New York(1977).

[5] Truesdell, C., A First Course in Rational continuum Mechanics, AP, New York(1977).

[6] 洪善桃,高等动力学,同济大学出版社(1990).

GAUGE THEORY OF ROTATION AND ITS APPLICATIONS IN FLEXIBLE - BODY DYNAMICS

Feng Guanmin Wang Bin Lu Youfang

(Jilin University of Technology, Changchun 130025)

Abstract Concepts from gauge theory are used to study dynamics of flexible bodies in large rotational motion. The coupling between deformation and rotating motion of the body is determined by a simple and universal rule,that is to say, substitution of gauge covariant derivative for ordinary time derivative. Exact equations of motion for an elastic body undergoing overall rotation are derived by this rule and discussed. Several examples are presented illustrating the application of the formalism.

Key words Flexible body, Rotational motion, Gauge theory