

/// 高等院校通信与信息工程类规划教材

电磁波、天线 与电波传播

Electromagnetic Wave, Antenna
and Radiowave Propagation

潘仲英 编著

110010101001101010

0010100110101001010100110



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



通信与信息工程类高等院校规划教材

电磁波、天线与电波传播

Electromagnetic Wave, Antenna and
Radiowave Propagation

潘仲英 编著



机械工业出版社

本书系统阐述电磁场、电磁波的基本理论及其在天线与电波传播中的实际应用,包括电磁场基本理论、均匀媒质中的平面电磁波、分层媒质中的平面电磁波(反射与透射)、导行电磁波与电磁振荡(波导与谐振腔)、电磁波的散射与绕射(衍射)、电磁波的辐射(天线)、地球环境中的无线电波(电波传播)和时不变电磁场共8章。

本书注重基本理论、数学方法和实际应用,在思路和方法上力求简捷高效,在逻辑推理上则保持严谨。书中采用模块方式,线索清晰,兼有资料和手册的性质。本书可作为电子科学与技术、信息与通信工程学科及相关专业的本科生、研究生的教材,也可供有关科技人员阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

电磁波、天线与电波传播/潘仲英编著. —北京:机械工业出版社,2003.7

通信与信息工程类高等院校规划教材

ISBN 7-111-12522-3

I. 电... II. 潘... III. ① 电磁波—高等学校—教材
② 天线—高等学校—教材 ③ 电波传播—高等学校—教材
IV. ① 0441.4 ② TN82

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第052034号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

责任编辑:周娟 武江

封面设计:姚毅

责任印制:路琳

北京蓝海印刷有限公司印刷·新华书店北京发行所发行

2003年8月第1版第1次印刷

787mm×1092mm 1/16·31印张·768千字

定价:39.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话(010)68993821、88379646

封面无防伪标均为盗版

前 言

电磁运动是物质最基本的运动形态之一。对宏观电磁现象的探究有场和波两种方法。场方法(电磁场)侧重电磁场量的空间分布,而波方法(电磁波)侧重电磁场量的时空变化。两者分别从场分布、场变化的不同视点对宏观电磁现象进行描述。实际上电磁场、电磁波可以认为是同义词。

130 多年前,英国物理学家麦克斯韦(Maxwell, 1831~1879)对前人已有的实验成果和理论成果进行总结,发现安培环路定理与电荷守恒定律存在矛盾,从而引入位移电流,提出了全电流定理,解决了这个矛盾,进而建立了电磁场方程(即麦克斯韦方程组),并预言了电磁波的存在。在麦克斯韦去世 7 年后,德国实验物理学家赫兹(Hertz)用赫兹偶极子实验成功产生了电磁波,并检测到电磁波的存在。随后,电磁波很快被俄国波波夫、英国马可尼分别应用于军舰通信和跨海峡通信上。二战期间,雷达的出现又使电磁波的应用扩展到探测技术领域。从麦克斯韦方程组建立至今已有 100 多年,在宏观范围内尚未发现与之相违背的现象。至今,麦克斯韦方程组仍然是电磁场、电磁波应用的理论基础。牛顿的力学、麦克斯韦的电磁理论和爱因斯坦的相对论被称为人类科学史上的三大里程碑。

电磁场、电磁波理论是电子信息工程类学科的主要基础课之一。它不仅是许多专业课程的重要基础,而且也是许多新兴边缘学科的发展基础和生长点。电路理论、系统理论和波场理论构成电子信息工程类知识结构的三大支柱。

麦克斯韦方程组是一组偏微分方程组,是对变化电场与变化磁场之间的相互关系的高度概括,数学起点高。电磁场理论课程以麦克斯韦方程组为主线,理论严谨,体系完整,其逻辑推理和数学分析方法以及它所研究的电磁场运动规律都具有一定的典型性,有助于提高学生的形象思维和抽象思维能力,增厚数学物理功底,掌握从实践上升到理论、再用理论指导实践的科学方法。

本书以麦克斯韦方程组和电磁波为中心,系统阐述电磁场、电磁波的基本理论及其在天线与电波传播中的实际应用,包括电磁场基本理论、均匀媒质中的平面电磁波、分层媒质中的平面电磁波(反射与透射)、导行电磁波与电磁振荡(波导与谐振腔)、电磁波的散射与绕射(衍射)、电磁波的辐射(天线)、地球环境中的无线电波(电波传播)和时不变电磁场共 8 章。附录有矢量分析与正交曲线坐标系基本公式和特殊函数。本书正文和附录中涵盖的数学内容基本上能满足电磁场、电磁波的需要。

本书对重要结论、公式的引出和推导,在思路和方法上力求简捷高效,在逻辑推理上则保持严谨。书中对一些重要问题和方法进行了讨论,叙述了作者的观点,给出了作者的思路和处理方法。如对时谐电磁场只引入磁矢量位而不引入电标量位(1.7.2 节)、非均匀线性各向同性媒质中的广义 Stratton-Chu 公式(1.8.6 节)、对平面波从开始就定位在沿任意 $\hat{k}$ 方向传播(2.1 节)、由均匀磁化等离子体场解到均匀磁化铁氧体场解的对偶代换(2.4.2 节)、对双平行平面界面的两个界面位置取一般情况的讨论(3.1.2 节)、对电流元的辐射场按 3 个层次(原点 z 取向,原点任意取向,任意位置任意取向)的处理方法(6.1.2 节)等等,

均与传统方法有所区别。

本书根据作者在中国电波传播研究所和北京航空航天大学多年的科研、教学经验编写，注重基本理论、数学方法和实际应用。书中采用模块方式，物理模型与数学方法层次分明，线索清晰。对定理、公式以及典型应用问题的条件与适用范围交待清楚，推导用小号字附后，兼有资料和手册的性质。本书可作为电子科学与技术、信息与通信工程学科及相关专业的本科生、研究生的教材，也可供有关科技人员阅读参考。

由于作者水平有限，编写时间匆促，难免存在疏漏与差错，敬请读者不吝赐教。

编著者

本书约定

1. 余弦场量时间因子约定: $e^{j\omega t}$ (即余弦场量对时谐场量的转换, 采用时间因子 $e^{j\omega t}$)。

2. 符号约定:

标量采用斜体表示, 如 a 。

矢量采用斜黑体表示, 如 $\mathbf{A}$ 。

时谐场量(即余弦场量的复数形式)用字母上面加点表示, 如 $\dot{a}$ 、 $\dot{\mathbf{A}}$ 。

(但 $\dot{\varepsilon}$ 、 $\dot{\eta}$ 、 $\dot{\mathbf{S}}$ 另有定义)

单位矢量采用矢量上面加 “^” 表示, 如 $\hat{a}$ 、 $\hat{\mathbf{A}}$ 。

复单位矢量采用单位矢量上面加点表示, 如 $\dot{\hat{\mathbf{A}}}$ 。

张量采用标量上面加双向箭头表示, 如 $\vec{\mu}$ 。

3. 公式编号约定:

重复引用前面已出现过的公式时, 在公式标号后加 “*” 号, 如式(1.2.60)*。

对含多个子公式的组合公式, 引用其子公式时, 在引用公式标号后按序加 a、b、c、… , 如组合公式

$$\nabla \times \dot{\mathbf{E}} = -j\omega\mu\dot{\mathbf{H}}, \quad \nabla \times \dot{\mathbf{H}} = j\omega\dot{\varepsilon}\dot{\mathbf{E}}, \quad \nabla \cdot \dot{\mathbf{E}} = 0, \quad \nabla \cdot \dot{\mathbf{H}} = 0 \quad (1.2.60)$$

式(1.2.60a)表示 $\nabla \times \dot{\mathbf{E}} = -j\omega\mu\dot{\mathbf{H}}$ 。

4. 全等号约定: 含全等号 “ $\equiv$ ” 的公式即为定义式。

5. 其他符号约定:

($m, n = 1, 2, \dots$) 等同于 ($m = 1, 2, \dots; n = 1, 2, \dots$)。

$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_{y=b} = 0$ 等同于 $\Phi|_{y=b} = 0$ 或 $\left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_{y=b} = 0$ 。

$\Phi|_{y=0,b} = 0$ 等同于 $\Phi|_{y=0} = 0$ 和 $\Phi|_{y=b} = 0$ 。

6. 提示读者注意: 【注意】……。

7. 典型应用实例: 【……】……。

8. 公式推导: [推导要点] …… # (小号字)。

9. 常用算符:

∇ —— 标量取梯度;

$\nabla \cdot$ —— 矢量取散度;

$\nabla \times$ —— 矢量取旋度;

$\text{Re} []$ —— 复数取实部算符;

$\text{Im} []$ —— 复数取虚部算符;

$*$ —— 复数取共轭算符。

j —— 复数虚部因子(正体)。

10. 常用矢量符号:

$\mathbf{r}$ —— 场点($\mathbf{r}$)位置矢量(三维);

$\mathbf{r}'$ —— 源点($\mathbf{r}'$)位置矢量(三维);

$\mathbf{R}$ —— 相对位置矢量(对三维, $\mathbf{R} \equiv \mathbf{r} - \mathbf{r}'$);

11. 常用函数符号:

$S(x)$ —— 菲涅尔正弦积分;

$C(x)$ —— 菲涅尔余弦积分;

$\text{Si}(x)$ —— 正弦积分;

$\text{Ci}(x)$ —— 余弦积分;

$J_n(x)$ —— 柱贝塞尔函数(第一类柱贝塞尔函数);

$N_n(x)$ —— 柱诺依曼函数(第二类柱贝塞尔函数);

$H_n^{(1)}(x)$ —— 第一类柱汉开尔函数(第三类柱贝塞尔函数);

$H_n^{(2)}(x)$ —— 第二类柱汉开尔函数(第三类柱贝塞尔函数);

$I_n(x)$ —— 第一类修正的柱贝塞尔函数(虚宗量柱贝塞尔函数);

$K_n(x)$ —— 第二类修正的柱贝塞尔函数(虚宗量柱贝塞尔函数)。

$j_n(x)$ —— 球贝塞尔函数(第一类球贝塞尔函数);

$n_n(x)$ —— 球诺依曼函数(第二类球贝塞尔函数);

$h_n^{(1)}(x)$ —— 第一类球汉开尔函数(第三类球贝塞尔函数);

$h_n^{(2)}(x)$ —— 第二类球汉开尔函数(第三类球贝塞尔函数);

$P_n(x)$ —— 第一类勒让德函数;

$Q_n(x)$ —— 第二类勒让德函数

$P_n^m(x)$ —— 第一类关联勒让德函数;

$Q_n^m(x)$ —— 第二类关联勒让德函数;

$\delta(x)$ —— δ 函数;

$g(x)$ —— 格林函数;

$G(x)$ —— 格林函数。

目 录

前言

本书约定

第 1 章 电磁场基本理论 1

1.1 电磁场的基本定律和电磁场

方程的建立 1

1.1.1 电磁场的基本定律和定理 1

1.1.1.1 电荷守恒定律 1

1.1.1.2 库仑定律及其推论 4

1.1.1.3 安培定律及其推论 10

1.1.1.4 电磁感应定律 14

1.1.1.5 洛仑兹力公式 14

1.1.2 电磁场方程的建立 14

1.2 媒质特性方程与电磁场方程 16

1.2.1 媒质特性方程与时变

电磁场方程 16

1.2.1.1 媒质特性方程 16

1.2.1.2 时变电磁场方程 20

1.2.2 时谐媒质特性方程与

时谐电磁场方程 22

1.2.2.1 余弦实函数的复数表示 22

1.2.2.2 余弦电磁场与时谐电磁场 24

1.2.2.3 时谐媒质特性方程 24

1.2.2.4 时谐电磁场方程 26

1.3 电磁场波动方程 29

1.3.1 时变电磁场波动方程 29

1.3.2 时谐电磁场波动方程

(亥姆霍兹方程) 30

1.4 电磁场边值关系 32

1.4.1 时变电磁场边值关系 32

1.4.2 时谐电磁场边值关系 35

1.5 电磁场的能量 36

1.5.1 时变电磁场的能量 36

1.5.2 时谐电磁场的能量 37

1.6 电磁场唯一性定理 40

1.7 电磁场的位函数 41

1.7.1 时变电磁场的位函数 41

1.7.2 时谐电磁场的位函数 43

1.7.2.1 时谐电磁场显式方程的位

函数(磁矢量位) 44

1.7.2.2 时谐电磁场隐式方程的位

函数(电磁矢量位) 47

1.7.3 标量波函数 57

1.7.3.1 直角坐标系中的

标量波函数 57

1.7.3.2 圆柱坐标系中的

标量波函数 60

1.7.3.3 球坐标系中的标量波函数 68

1.7.4 格林函数 72

1.7.4.1 δ 函数 72

1.7.4.2 亥姆霍兹方程的格林函数 73

1.7.4.3 非齐次矢量亥姆霍兹

方程的积分解 75

1.8 广义电磁场 77

1.8.1 广义电磁场方程 77

1.8.1.1 广义时变电磁场方程 77

1.8.1.2 广义时谐电磁场方程 80

1.8.2 广义电磁场波动方程 82

1.8.2.1 广义时变电磁场波动方程 82

1.8.2.2 广义时谐电磁场波动方程

(亥姆霍兹方程) 83

1.8.3 广义电磁场边值关系 84

1.8.3.1 广义时变电磁场边值关系 84

1.8.3.2 广义时谐电磁场边值关系 84

1.8.4 广义电磁场唯一性定理 85

1.8.5 广义电磁场位函数 85

1.8.5.1 广义时变电磁场位函数 85

1.8.5.2 广义时谐电磁场位函数 87

1.8.6 广义电磁场方程的积分解 90

1.8.6.1 线性各向同性媒质中广义 电磁场方程的积分解	90	2.4.2.4 均匀磁化等离子体与均匀 磁化铁氧体的对偶关系	130
1.8.6.2 均匀线性各向同性媒质中 广义电磁场方程的积分解	93	2.4.2.5 均匀磁化等离子体与均匀 磁化铁氧体的波数与场解	131
1.8.6.3 边界面上的积分表示式	95	2.5 习题	134
1.9 习题	96		
第2章 均匀媒质中的平面电磁波	98	第3章 分层媒质中的平面电磁波 (反射与透射)	137
2.1 齐次波动方程的解与平面波	98	3.1 平面电磁波对平面界面垂直 入射时的反射与透射	137
2.2 均匀理想介质中的平面电磁波	101	3.1.1 平面电磁波对单平面界面 的垂直入射	137
2.3 均匀线性各向同性媒质中 的余弦平面波	102	3.1.1.1 理想介质-理想导体界面	138
2.3.1 均匀理想介质中的余弦平面波	102	3.1.1.2 理想介质-理想介质界面	140
2.3.1.1 平面波解	102	3.1.2 均匀平面电磁波对双平行 平面界面的垂直入射	142
2.3.1.2 波的特性	104	3.1.2.1 理想介质-理想介质- 理想介质界面	142
2.3.2 均匀导电媒质中的余弦平面波	113	3.1.2.2 理想介质-理想介质- 理想导体界面	146
2.3.2.1 平面波解	113	3.1.3 均匀平面电磁波对多平行 平面界面的垂直入射	147
2.3.2.2 波的特性	115	3.2 平面电磁波对平面界面 斜入射时的反射与透射	149
2.3.2.3 不良导体与良导体	117	3.2.1 平面电磁波对单平面 界面的斜入射	149
2.3.3 均匀线性各向同性媒质中 的余弦平面波	118	3.2.1.1 理想介质-理想介质界面	149
2.4 均匀线性各向异性媒质 中的余弦平面波	119	3.2.1.2 理想介质-理想导体界面	159
2.4.1 均匀磁化等离子体中的 余弦平面波	119	3.2.1.3 理想介质-导电媒质界面	161
2.4.1.1 均匀磁化等离子体 的媒质特性方程	119	3.2.2 均匀平面电磁波对双平行 平面界面的斜入射	166
2.4.1.2 均匀磁化等离子体中 的时谐场方程	121	3.2.3 均匀平面电磁波对多平行 平面界面的斜入射	169
2.4.1.3 均匀磁化等离子体中 的余弦平面波	122	3.3 习题	171
2.4.2 均匀磁化铁氧体中的 余弦平面波	128	第4章 导行电磁波与电磁谐振 (波导与谐振腔)	174
2.4.2.1 均匀磁化铁氧体的 媒质特性方程	128	4.1 柱坐标系中时谐平面 电磁波的传播特性	174
2.4.2.2 均匀磁化铁氧体的 时谐场方程	129		
2.4.2.3 均匀磁化铁氧体中 的余弦平面波	129		

4.2 导行电磁波(金属波导)	177	6.1.1 天线的基本概念	254
4.2.1 矩形金属波导	177	6.1.2 基本辐射元	255
4.2.2 圆金属波导	184	6.1.2.1 电流元	255
4.2.3 同轴线(圆环金属波导)	188	6.1.2.2 磁流元	259
4.2.4 扇形喇叭金属波导	191	6.1.2.3 辐射场的一般形式	260
4.3 电磁谐振(金属谐振腔)	196	6.1.3 天线的特性参数	261
4.3.1 矩形金属谐振腔	196	6.1.3.1 发射天线的特性参数	261
4.3.2 圆柱金属谐振腔	199	6.1.3.2 接收天线的特性参数	265
4.3.3 球形金属谐振腔	202	6.2 天线阵	269
4.4 习题	205	6.2.1 方向图乘积定理	269
第5章 电磁波的散射与绕射(衍射)	206	6.2.2 二元天线阵	270
5.1 电磁波的散射	207	6.2.2.1 二元天线阵原理	270
5.1.1 电磁散射及其基本参数	207	6.2.2.2 地面对天线性能的影响	271
5.1.2 圆柱对平面波的散射	210	6.2.3 直线天线阵	274
5.1.2.1 理想导体圆柱对平面波的散射	210	6.2.3.1 一般直线天线阵	274
5.1.2.2 理想介质圆柱对平面波的散射	218	6.2.3.2 均匀直线天线阵	275
5.1.3 球对平面波的散射	224	6.2.4 平面天线阵	284
5.1.3.1 理想导体球对平面波的散射	224	6.2.4.1 矩形网格平面天线阵	284
5.1.3.2 介质球对平面波的散射	233	6.2.4.2 圆天线阵	286
5.2 电磁波的绕射(衍射)	242	6.3 线天线	286
5.2.1 口面绕射	243	6.3.1 振子类天线	286
5.2.1.1 口面的电磁场	243	6.3.1.1 对称振子	286
5.2.1.2 口面的绕射场	244	6.3.1.2 水平振子天线	302
5.2.1.3 平面口面的绕射场	245	6.3.1.3 折合振子天线	304
5.2.2 电波传播的主区与直边菲涅尔绕射	246	6.3.1.4 引向天线	304
5.2.2.1 电波传播的主区	246	6.3.1.5 垂直振子天线	306
5.2.2.2 直边菲涅尔绕射	248	6.3.1.6 正交振子天线	308
5.2.2.3 菲涅尔积分	250	6.3.2 非振子类天线	309
5.3 习题	252	6.3.2.1 行波线天线	309
第6章 电磁波的辐射(天线)	254	6.3.2.2 小圆环天线	311
6.1 天线的基本原理	254	6.3.2.3 螺旋天线	312
6.1.1 天线的基本概念	254	6.3.2.4 缝隙天线	315
6.1.2 基本辐射元	255	6.4 面天线	317
6.1.2.1 电流元	255	6.4.1 平面口面场的辐射	317
6.1.2.2 磁流元	259	6.4.1.1 一般平面口面场的辐射	317
6.1.2.3 辐射场的一般形式	260	6.4.1.2 线极化平面口面场的辐射	319
6.1.3 天线的特性参数	261	6.4.1.3 矩形口面场的辐射	320
6.1.3.1 发射天线的特性参数	261	6.4.1.4 圆形口面场的辐射	323
6.1.3.2 接收天线的特性参数	265		
6.2 天线阵	269		
6.2.1 方向图乘积定理	269		
6.2.2 二元天线阵	270		
6.2.2.1 二元天线阵原理	270		
6.2.2.2 地面对天线性能的影响	271		
6.2.3 直线天线阵	274		
6.2.3.1 一般直线天线阵	274		
6.2.3.2 均匀直线天线阵	275		
6.2.4 平面天线阵	284		
6.2.4.1 矩形网格平面天线阵	284		
6.2.4.2 圆天线阵	286		
6.3 线天线	286		
6.3.1 振子类天线	286		
6.3.1.1 对称振子	286		
6.3.1.2 水平振子天线	302		
6.3.1.3 折合振子天线	304		
6.3.1.4 引向天线	304		
6.3.1.5 垂直振子天线	306		
6.3.1.6 正交振子天线	308		
6.3.2 非振子类天线	309		
6.3.2.1 行波线天线	309		
6.3.2.2 小圆环天线	311		
6.3.2.3 螺旋天线	312		
6.3.2.4 缝隙天线	315		
6.4 面天线	317		
6.4.1 平面口面场的辐射	317		
6.4.1.1 一般平面口面场的辐射	317		
6.4.1.2 线极化平面口面场的辐射	319		
6.4.1.3 矩形口面场的辐射	320		
6.4.1.4 圆形口面场的辐射	323		

6.4.2 喇叭天线	324
6.4.2.1 喇叭天线概述	324
6.4.2.2 H 面扇形喇叭天线	325
6.4.2.3 E 面扇形喇叭天线	330
6.4.2.4 角锥喇叭天线	334
6.4.2.5 圆锥喇叭天线	336
6.4.3 反射面天线	338
6.4.3.1 旋转抛物面天线	338
6.4.3.2 卡塞格伦天线	345
6.5 习题	347
第 7 章 地球环境中的无线电波	
(电波传播)	349
7.1 电波传播的基本概念	349
7.1.1 电磁波的频谱	349
7.1.2 电波传播的方式	350
7.1.3 自由空间中的传播电波	352
7.1.4 媒质对电波传播的影响	353
7.2 地波(地面波)	354
7.2.1 地球表面的电磁特性	355
7.2.2 地波的场结构与传播特性	355
7.3 天波(电离层波)	358
7.3.1 电离层	358
7.3.2 无线电波在电离层中的传播	360
7.3.2.1 电离层中的时谐电磁场	
方程	360
7.3.2.2 电离层的折射、反射	
与吸收	361
7.4 空间波(直射波)	363
7.4.1 地面对电波传播的影响	363
7.4.1.1 视线距离与传播余隙	363
7.4.1.2 地面反射对电波传播	
的影响	364
7.4.2 大气对电波传播的影响	366
7.4.2.1 电波在对流层中的折射	366
7.4.2.2 大气吸收与降雨影响	367
7.5 习题	368

第 8 章 时不变电磁场	370
8.1 静电场	370
8.1.1 静电场基本方程	370
8.1.2 静电位	371
8.1.3 静电场边值关系	373
8.1.4 分布型位场的计算方法	
和实例	376
8.1.5 静电场中的导体和电容	387
8.1.5.1 静电场中的导体	387
8.1.5.2 导体的电容	388
8.1.6 静电场能量	392
8.1.7 静电场唯一性定理	396
8.1.8 静电场边值问题	397
8.1.8.1 常微分方程法	397
8.1.8.2 镜像法	399
8.1.8.3 分离变量法	409
8.1.8.4 复变函数法	435
8.2 恒定电场	439
8.2.1 恒定电场基本方程	440
8.2.2 导体中的恒定电场	440
8.2.3 导体的电阻与电导	442
8.3 恒定磁场	443
8.3.1 恒定磁场基本方程	443
8.3.2 磁矢量位	444
8.3.3 恒定磁场边值关系	447
8.3.4 磁标量位	447
8.3.5 电感	449
8.3.6 恒定磁场的能量	450
8.3.7 恒定磁场位场的计算方法	451
8.4 习题	454
附录	457
附录 A 矢量分析与正交曲线坐标系	457
附录 B 特殊函数	469
附录 C 常用符号(单位)一览表	482
参考文献	483

第 1 章 电磁场基本理论

1.1 电磁场的基本定律和电磁场方程的建立

1.1.1 电磁场的基本定律和定理

1.1.1.1 电荷守恒定律

1. 电荷与电荷密度

(1) 电荷

1) 电荷与带电体 具有吸引轻小物体(如羽毛、头发、纸屑)能力的物体称为带有电荷的物体,简称带电体。如用丝绸摩擦过的玻璃棒和用毛皮摩擦过的硬橡胶棒。

大量实验表明,自然界中只存在两种不同类型的电荷:一种是用丝绸摩擦过的玻璃棒所带的电荷;另一种是用毛皮摩擦过的硬橡胶棒所带的电荷。同种电荷相互排斥,异种电荷相互吸引。为了区别这两种电荷,美国物理学家富兰克林(Franklin)定义:正电荷——用丝绸摩擦过的玻璃棒所带电荷;负电荷——用毛皮摩擦过的硬橡胶棒所带电荷。这种约定一直沿用至今。

电量是带电体吸引轻小物体能力大小的量度。正电荷的电量用正数表示,负电荷的电量用负数表示。电量为 q 的电荷通常简称为电荷 q 。

2) 物质的电结构 近代物理学揭示,物质由原子组成,而原子具有如下结构:

原子 = 原子核(正电)+电子(负电,绕原子核运动)

= 原子核+内层电子+价电子(即最外层电子)

= 原子实(正电)+价电子(负电)

原子核 = 质子(正电)+中子(不带电)

原子实 = 原子核+内层电子

电子 = 内层电子+价电子

物体带电的本质是物体(原子)中正、负电荷在一定条件下相互分离并发生转移的结果。例如:用丝绸摩擦玻璃棒 → 两物体接触处原子的热运动增强 → 玻璃棒上束缚较弱的价电子从原子中挣脱出来并转移到丝绸上 → 玻璃棒带正电,丝绸带负电。

电量的单位是库仑(C)。库仑的定义是:一个电子所带的电量为 $-1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ 。

3) 点电荷 电荷量有限而几何尺寸为零的物体称为点电荷。点电荷是一个理想模型。当两带电体之间的距离远大于带电体的线度(即带电体上相距最远的两点间的距离)时,这两带电体可近似看成点电荷。

4) 连续分布电荷与电荷密度 从微观物质结构来看,电荷是不连续的。但研究宏观

电磁现象时, 可将电荷看成是连续分布电荷。

(2) 电荷密度

对于连续分布的体、面和线电荷, 电荷密度的定义式为

$$\rho \equiv \rho(r) \equiv \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} \equiv \frac{dq}{dV} \quad (\text{体电荷密度}) \quad (1.1.1a)$$

$$\rho_s \equiv \rho_s(r) \equiv \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} \equiv \frac{dq}{dS} \quad (\text{面电荷密度}) \quad (1.1.1b)$$

$$\rho_l \equiv \rho_l(r) \equiv \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} \equiv \frac{dq}{dl} \quad (\text{线电荷密度}) \quad (1.1.1c)$$

式中, ΔV 、 ΔS 、 Δl 分别为包含(r)点的体元、面元和线元(图 1.1.1); Δq 为 ΔV 、 ΔS 、 Δl 上所带电荷的电量。

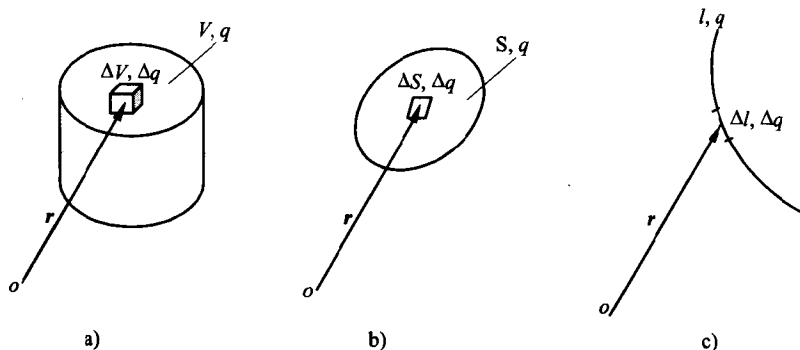


图1.1.1 体元、面元和线元几何图

a) 体元 b) 面元 c) 线元

由式(1.1.1)可得元电荷 dq 和体积 V 、面积 S 、线 l 上的总电荷 q

$$dq = \begin{cases} \rho dV \\ \rho_s dS \\ \rho_l dl \end{cases} \quad q = \begin{cases} \int_V \rho dV \quad (\text{体电荷}) \\ \int_S \rho_s dS \quad (\text{面电荷}) \\ \int_l \rho_l dl \quad (\text{线电荷}) \end{cases} \quad (1.1.2)$$

2. 电流与电流密度

(1) 电流

电流是电荷的定向流动。电流有两种类型:

1) 传导电流 导电媒质(导体)中自由电荷在电场作用下作定向运动形成的电流, 如金属导体中自由电子、导电溶液中的正负离子等运动形成的电流。

2) 运流电流 真空或稀薄气体中的电荷在电场作用下作定向运动形成的电流。

对法向单位矢量 $\hat{n}$ 已指定的曲面 S , 电流 i 的定义式为

$$i \equiv i(t) \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} \equiv \frac{dq}{dt} \quad (1.1.3)$$

式中, Δq 是 Δt 时间内沿 $\hat{n}$ 方向通过曲面 S 的电量。

(2) 电流密度

1) 体电流密度

定义 体电流密度 $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$: ①方向为 t 时刻 $(\mathbf{r})$ 点处正电荷运动的方向; ②大小为通过垂直于 $\mathbf{J}$ 方向的单位面积的电流。其表示式为

$$\mathbf{J} \equiv \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \equiv \hat{\mathbf{J}}J, \quad J \equiv |\mathbf{J}| \equiv \lim_{\Delta S_0 \rightarrow 0} \frac{\Delta i}{\Delta S_0} \equiv \frac{di}{dS_0} \quad (1.1.4)$$

式中, dS_0 为点 $(\mathbf{r})$ 处垂直于 $\hat{\mathbf{J}}$ 的面元(图 1.1.2a)。

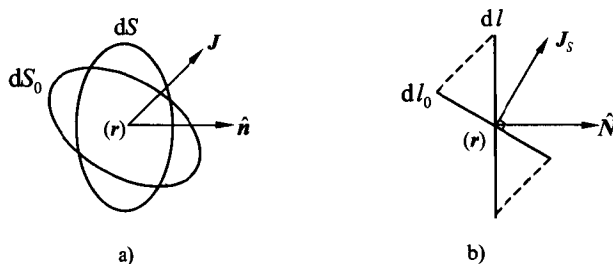


图1.1.2 体电流密度与面电流密度

a) 体电流密度 $\mathbf{J}$ 几何图 b) 面电流密度 $\mathbf{J}_s$ 几何图

通过矢量面元 $d\mathbf{S} \equiv \hat{n}dS$ 的元电流为

$$di = \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad (1.1.5)$$

通过 S 的电流为

$$i = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad (1.1.6)$$

恒定电流: 体电流密度 $\mathbf{J}$ 不随时间变化的电流, 其强度常用 I 表示。对于恒定电流, 式(1.1.5)、式(1.1.6)可写为

$$dI = \mathbf{J}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S}, \quad I = \int_S \mathbf{J}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S} \quad (1.1.7)$$

因为电荷处于稳定的动态平衡状态, 空间电荷分布不随时间变化。

体电流密度 $\mathbf{J}$ 与体电荷密度 ρ 的关系为

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r}, t)\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) \quad \text{即} \quad \mathbf{J} = \rho\mathbf{v} \quad (1.1.8)$$

式中, $\mathbf{v}$ 为电荷运动的速度。

2) 面电流密度 当电流在很薄的一层空间内流动时, 可近似看成在一个面上流动。

定义 面电流密度 $\mathbf{J}_s(\mathbf{r}, t)$: ①方向为 t 时刻 $(\mathbf{r})$ 点处正电荷运动的方向; ②大小为在电荷流动面中, 通过垂直于 $\mathbf{J}_s$ 方向的单位长度的电流。其表示式为

$$\mathbf{J}_s \equiv \mathbf{J}_s(\mathbf{r}, t) \equiv \hat{\mathbf{J}}_s J_s, \quad J_s \equiv |\mathbf{J}_s| \equiv \lim_{\Delta l_0 \rightarrow 0} \frac{\Delta i}{\Delta l_0} \equiv \frac{di}{dl_0} \quad (1.1.9)$$

式中, dl_0 为 $(\mathbf{r})$ 点处垂直于 $\hat{\mathbf{J}}_s$ 的线元(图 1.1.2b)。

在电荷流动面中规定 $(\mathbf{r})$ 点处线元 $d\mathbf{l}$ 的法向矢量 $\hat{\mathbf{N}}$ 与 $\hat{\mathbf{J}}_s$ 的夹角小于 $\pi/2$ 。通过线元 $d\mathbf{l}$

和线 l 的电流分别为

$$di = \mathbf{J}_s \cdot \hat{\mathbf{N}} d\mathbf{l}, \quad i = \int_l \mathbf{J}_s \cdot \hat{\mathbf{N}} d\mathbf{l} \quad (1.1.10)$$

面电流密度 $\mathbf{J}_s$ 与面电荷密度 ρ_s 的关系为

$$\mathbf{J}_s = \rho_s \mathbf{v} \quad (1.1.11)$$

式中, $\mathbf{v}$ 为电荷运动的速度。

3. 电荷守恒定律与电流连续性方程

电荷守恒定律: 当系统与外界无电荷转移时, 系统内电量的代数和保持不变。电荷守恒定律是由大量实验总结出来的适合任何物理过程的一个物理学基本定律。

电荷守恒定律的积分形式: 单位时间从闭合曲面 S 内流出的电量等于 S 面(包围的体积为 V)内电量 q 的减小, 即

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{dq}{dt} \quad (1.1.12)$$

对于连续体电荷分布, 当 S 面不随时间 t 变化时(即在静止坐标系中), 将式(1.1.2)代入式 (1.1.12), 交换微分积分顺序, 得

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \quad (1.1.13)$$

由积分形式的式(1.1.13)可导出微分形式的电流连续性方程

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1.1.14)$$

[推导要点] (应用散度定义式)

$$\nabla \cdot \mathbf{J} \equiv \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}}{V} = -\lim_{V \rightarrow 0} \frac{\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV}{V} = -\lim_{V \rightarrow 0} \frac{\frac{\partial \rho}{\partial t} \int_V dV}{V} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad \#$$

1.1.1.2 库仑定律及其推论

1. 库仑定律

(1) 点电荷对点电荷的作用力

库仑定律: 真空中位于 $(\mathbf{r}')$ 点(称为源点)处的点电荷 q 对位于 $(\mathbf{r})$ 点(称为观察点或场点)处的点电荷 q_0 (图 1.1.3)的作用力为

$$\mathbf{F}_{qq_0} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q_0 q}{R^2} \hat{\mathbf{R}} \quad (1.1.15)$$

$$\text{式中 } \hat{\mathbf{R}} = \frac{\mathbf{R}}{|\mathbf{R}|} = \frac{\mathbf{R}}{R} \quad (\text{单位相对位置矢量}) \quad (1.1.16a)$$

$$\mathbf{R} \equiv \mathbf{r} - \mathbf{r}' \quad (\text{相对位置矢量}) \quad (1.1.16b)$$

$$R \equiv |\mathbf{R}| = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \quad (1.1.16c)$$

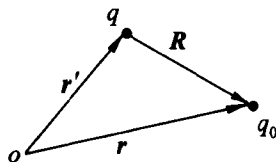


图1.1.3 两点电荷几何位置图

$\mathbf{r}$ 为场点(即观察点)位置矢量, $\mathbf{r}'$ 为源点位置矢量, $\varepsilon_0 = 1/(36\pi) \times 10^{-9} \text{ F/m} \approx 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ 为真空介电常数。

(2) 点电荷系对点电荷的作用力

位于 $(\mathbf{r}'_i)$ 点处的点电荷 $q_i (i=1,2,\dots,n)$ 构成点电荷系 $\{q_1, q_2, \dots, q_n\}$ 。

点电荷系电场力叠加原理: 真空中点电荷系 $\{q_1, q_2, \dots, q_n\}$ 对位于 $(\mathbf{r})$ 点处的点电荷 q_0 的作用力等于该点电荷系中每一点电荷 $q_i (i=1,2,\dots,n)$ 对 q_0 的作用力的矢量和, 即

$$\mathbf{F}_{\{q_1, q_2, \dots, q_n\}q_0} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_{q_i q_0} = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{R_i^2} \hat{\mathbf{R}}_i \quad (1.1.17)$$

式中

$$\hat{\mathbf{R}}_i \equiv \frac{\mathbf{R}_i}{|\mathbf{R}_i|} = \frac{\mathbf{R}_i}{R_i}, \quad \mathbf{R}_i \equiv \mathbf{r} - \mathbf{r}'_i, \quad R_i \equiv |\mathbf{R}_i| = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i| \quad (1.1.18)$$

(3) 连续分布电荷对点电荷的作用力

根据库仑定律, 位于 $(\mathbf{r}')$ 点处的元电荷 dq 和有限域(体积 V' , 面积 S' , 线 l') 内的连续分布电荷 q , 对位于点 $(\mathbf{r})$ 处的点电荷 q_0 的作用力分别为

$$d\mathbf{F} = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 \rho(\mathbf{r}') dV'}{R^2} \hat{\mathbf{R}} & (\text{体元电荷}) \\ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 \rho_s(\mathbf{r}') dS'}{R^2} \hat{\mathbf{R}} & (\text{面元电荷}) \\ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 \rho_l(\mathbf{r}') dl'}{R^2} \hat{\mathbf{R}} & (\text{线元电荷}) \end{cases} \quad (1.1.19a)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{R}}}{R^2} dV' & (\text{体电荷}) \\ \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0} \int_{S'} \frac{\rho_s(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{R}}}{R^2} dS' & (\text{面电荷}) \\ \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0} \int_{l'} \frac{\rho_l(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{R}}}{R^2} dl' & (\text{线电荷}) \end{cases} \quad (1.1.19b)$$

式中, 积分是对源点 $(\mathbf{r}')$ 坐标变量进行的, $\mathbf{r}'$ 与 $\mathbf{r}$ 是相互独立的。

2. 电场与电场强度

(1) 电场

电场: 电荷周围存在着的、不同于常规有形物质、对其他电荷有作用力的一种特殊形态的物质。

静电场: 相对于观察者静止的电荷在它周围产生的电场。

(2) 电场强度

电场强度: 单位正电荷在电场中受的力, 即

$$\mathbf{E} \equiv \mathbf{E}(\mathbf{r}) \equiv \frac{\mathbf{F}(\mathbf{r})}{q_0} \quad (1.1.20)$$

式中, $F(\mathbf{r})$ 为 $(\mathbf{r})$ 点处的点电荷 q_0 受的力。

各种分布电荷的电场强度为

$$E = E(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \hat{\mathbf{R}} & (\text{点电荷}) \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{R_i^2} \hat{\mathbf{R}}_i & (\text{点电荷系}) \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{R}}}{R^2} dV' & (\text{体电荷}) \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \frac{\rho_s(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{R}}}{R^2} dS' & (\text{面电荷}) \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{l'} \frac{\rho_l(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{R}}}{R^2} dl' & (\text{线电荷}) \end{cases} \quad (1.1.21)$$

[推导要点] 式(1.1.15)、式(1.1.17)、式(1.1.19)代入式(1.1.20)。 #

3. 真空中静电场的定理

(1) 电场通量定理

电通量: 电场强度 E 沿有向曲面 S 的积分称为通过 S 面的电通量, 记为 Ψ , 即

$$\Psi \equiv \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

式中 $d\mathbf{S}$ —— 矢量面元, $d\mathbf{S} \equiv \hat{\mathbf{n}} dS$;

dS —— 面元;

$\hat{\mathbf{n}}$ —— 矢量面元 $d\mathbf{S}$ 的法向单位矢量, 对闭合曲面, $\hat{\mathbf{n}}$ 由面内指向面外; 对非闭合曲面, 应规定 $\hat{\mathbf{n}}$ 的指向。

电场通量定理(真空中的高斯定理): 真空中通过任一闭合曲面 S 的电通量等于 S 面内电荷代数和 q 的 $1/\epsilon_0$ 倍, 即

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho(\mathbf{r}) dV \quad (1.1.22)$$

后一等式对连续体电荷分布成立, V 为闭合曲面 S 包围的体积。

[推导要点]

根据式(1.1.21)

(1) 点电荷

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{\hat{\mathbf{R}} \cdot d\mathbf{S}}{R^2} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

定义 面元 $d\mathbf{S}$ 对 $(\mathbf{r})$ 点所张立体角为

$$d\Omega \equiv \frac{\hat{\mathbf{R}} \cdot d\mathbf{S}}{R^2} = \frac{dS_0}{R^2} = \sin\theta d\theta d\varphi$$

则闭合曲面 S 对 $(\mathbf{r})$ 点所张立体角为