

初中数学基础

山东教育出版社

初中数学基础

郭承康 张绪勇 编

山东教育出版社

一九八四年·济南

初中数学基础

郭永康 张绪勇 编

•

山东教育出版社出版

(济南经九路胜利大街)

山东省新华书店发行 山东新华印刷厂印刷

•

787×1092毫米 32开本 13印张 274千字

1982年3月新1版 1984年9月第3版

1984年9月第4次印刷

印数476,501—625,100

书号 7275·47 定价 1.20元

说 明

为了帮助初中学生和广大社会青年、青年职工打好各科知识的基础，我们编写了初中语文、数学、物理、化学、英语这套基础读物。

这套书，力求系统、完整、简明地阐述初中各学科的基础知识，并在学习方法上予以适当的指导，以便于通过 学习，较好地掌握各科的基础知识和基本技能，并能懂得一些学习的要领。该书的编写内容分三个部分，即“学习提示”、“基础知识”、“练习”。这样做的目的是为了使各部分眉目清楚，便于学习。

这套读物是在初版书的基础上，依照初中教材变动情况，作了修订，在文字上也进行了加工。但由于我们的水平所限，书中不妥之处，恳请批评指正。

编 者

一九八四年五月

目 录

第一章 有理数的概念和运算	1
【学习提示】	1
【基础知识】	1
一、自然数	1
二、整数	3
三、有理数	5
【练习一】	11
第二章 有理式的恒等变形	16
【学习提示】	16
【基础知识】	16
一、代数式的有关概念	16
二、整式加法、减法	17
三、整式乘法	19
四、乘法公式	20
五、整式除法	21
六、多项式的因式分解	23
七、两个多项式恒等	29
八、分式	31
【练习二】	37
第三章 一次方程与一元一次不等式	45

【学习提示】	45
【基础知识】	45
一、方程的有关概念和性质	45
二、一元一次方程的解法	47
三、一元一次不等式	48
四、二元一次方程组	52
五、分式方程	54
六、列方程（或不等式）解应用题	56
【练习三】	63
 第四章 实数与根式	72
【学习提示】	72
【基础知识】	72
一、数的开方	72
二、实数	73
三、二次根式	77
四、二次根式的化简和运算	77
五、根式	79
【练习四】	88
 第五章 二次方程	94
【学习提示】	94
【基础知识】	94
一、一元二次方程	94
二、可化为一元二次方程的方程	104
三、简单的二元二次方程组	110
【练习五】	122

第六章 指数与对数	131
【学习提示】	131
【基础知识】	131
一、指数	131
二、对数	138
【练习六】	144
第七章 函数与不等式	150
【学习提示】	150
【基础知识】	150
一、平面直角坐标系	150
二、两点间的距离	152
三、函数	154
四、一元一次不等式组	164
五、一元二次不等式	166
六、简单的分式不等式	168
【练习七】	173
第八章 几何基本概念、相交线与平行线	179
【学习提示】	179
【基础知识】	179
一、基本概念	179
二、相交线与平行线	180
【练习八】	191
第九章 三角形	194
【学习提示】	194

【基础知识】	194
一、多边形	194
二、三角形	195
三、特殊三角形	198
四、三角形的面积	199
五、全等三角形	199
六、全等三角形的判定	199
七、轴对称图形	200
八、线段的垂直平分线和角的平分线	201
九、逆命题和逆定理	201
十、基本作图和例题	202
【练习九】	211

第十章 四边形 220

【学习提示】	220
---------------	-----

【基础知识】	220
---------------	-----

一、四边形	220
二、平行四边形	220
三、矩形	221
四、菱形	221
五、正方形	222
六、梯形	222
七、中心对称图形	223
八、其它定理及基本作图	225

【练习十】	233
--------------	-----

第十一章 相似形 240

【学习提示】	240
【基础知识】	240
一、成比例的线段	240
二、平行截割及有关定理	242
三、三角形内、外角平分线性质定理	243
四、相似形	244
五、相似多边形的判定及性质	245
六、位似图形	245
七、基本作图	247
八、放缩尺	248
九、出现在习题或例题中的定理及公式	249
【练习十一】	268

第十二章 三角形的解法 279

【学习提示】	279
【基础知识】	279
一、三角函数	279
二、解直角三角形	281
三、解斜三角形	285
【练习十二】	296

第十三章 圆 303

【学习提示】	303
【基础知识】	303
一、圆	303
二、点、直线与圆的位置关系	304
三、圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系	305
四、和圆有关的角	306

五、圆的切线	307
六、多边形和圆	307
七、相交弦定理及切割线定理	308
八、圆和圆的位置关系	309
九、正多边形和圆	310
十、四种命题及间接证法	312
十一、点的轨迹	319
十二、基本作图	326
十三、几个专题	320
【练习十三】	338
 第十四章 统计初步	350
【学习提示】	350
【基础知识】	350
一、平均数	356
二、方差	358
三、频率	359
 综合练习	361
习题答案或提示	375

第一章 有理数的概念和运算

【学习提示】

数的概念是随着人类生产和生活的需要逐渐形成和发展起来的。数的概念的每一次扩展都为解决实际问题提供了新的工具。

本章重点是有理数的概念、运算性质和运算法则，它是学习数学的基础。

通过本章学习要正确掌握有理数概念，熟练地进行有理数的运算。特别要注意绝对值的概念。

【基础知识】

一、自然数

1. 自然数的有关概念

表示物体的个数或事物次序的数叫做自然数，又叫正整数，如1, 2, 3, 4, ……等等，其中2, 4, 6, 8, ……叫做偶数。一般用 $2n$ 表示， n 为自然数。1, 3, 5, 7, ……叫做奇数。一般用 $2n-1$ 表示， n 为自然数。

倍数和因数(a 、 b 、 c 为自然数) 如果 $a=bc$ ，那么我们就说 a 是 b 的倍数， b 是 a 的因数(因数也叫约数)，同样 a 也是 c 的倍数， c 也是 a 的因数。只有在上述情形下，我们

才说， b 能整除 a (a 能被 b 整除)，或者说， b 能除尽 a (a 能被 b 除尽)。记作： $b|a$ 。例如 $2|4$ ， $6|30$ 。

最大公约数和最小公倍数 例如：12的约数有：1，2，3，4，6，12。18的约数有：1，2，3，6，9，18。其中1、2、3、6，既是12的约数，又是18的约数。即1、2、3、6是12与18的公约数。而6是12与18的最大公约数。

12的倍数有：12，24，36，48，60，72，……；18的倍数有：18，36，54，72，……。其中36，72，……既是12的倍数，又是18的倍数。即36，72，……是12与18的公倍数。而36是最小公倍数。

质数 大于1的正整数，只能被1和它本身整除，而不能被其它正整数整除，这样的正整数叫做质数，也叫素数。如2，3，5，7，……。

合数 一个正整数除了能被1和它本身整除以外，还能被另外的正整数整除，这样的正整数叫做合数，也叫复合数。如4，6，9，10，……。

由此可知全体正整数可分为三类：

- (1) 单位“1”这一个数；
- (2) 全体质数；
- (3) 全体合数。

互质 如果两个正整数的最大公约数是1，就叫做这两个数互质，也叫互素，如9与25等。

2. 自然数的性质

(1) 在自然数集合中，有最小的数“1”，没有最大的数。

(2) 自然数有顺序性，即任意两个自然数可比较大

小。

(3) 每个自然数都有它自己的唯一的后继数。如：
1, 2, 3, 4, ……的后继数分别是2, 3, 4, 5, ……。

(4) 因为 正整数+正整数=正整数，

正整数×正整数=正整数

是很明显的，所以在自然数集合中，永远可以进行加法与乘法两种运算。

二、整 数

正整数减去正整数，得到的可能是正整数，也可能不是正整数。

-1, -2, -3, -4, ……，- n , ……，这些数叫做负整数。正整数、负整数和零，统称整数。

0, -2, -4, -6, ……也叫偶数。今后偶数通常用 $2n$ 表示，这里 n 为整数。-1, -3, -5, -7, ……也叫奇数。今后奇数通常用 $2n-1$ 表示，这里 n 为负整数。

在整数集合中，

整数+整数=整数；

整数-整数=整数；

整数×整数=整数。

所以在整数集合中，永远可以进行加法、减法、乘法三种运算。

但整数除整数不一定得到整数，究竟什么样的整数除什么样的整数才能得到整数呢？这就需要研究整数的整除性。

1. 整数的整除性

设 a 、 b 、 c 均为整数。

(1) 如果 $b|a$, 那么, $(-b)|a, b|(-a), (-b)|(-a), |b||a|$ 。

(2) 如果 $a|b, b|c$, 那么, $a|c$ 。

(3) 如果 $a|b, a|c$, 那么, $a|(b \pm c)$ 。

(4) 如果数 a 的末位数字能被 2 或 5 整除, 那么, 数 a 一定能被 2 或 5 整除。反之也正确。

(5) 如果数 a 的末两位数 (就是由末两位数字所组成顺序相同的两位数) 能被 4 或 25 整除, 那么, 数 a 就一定能被 4 或 25 整除。反之也正确。

(6) 如果数 a 的末三位数能被 8 或 125 整除, 那么, 数 a 就一定能被 8 或 125 整除。反之也正确。

(7) 如果数 a 的数字和能被 3 或 9 整除, 那么, 数 a 就一定能被 3 或 9 整除。反之也正确。

(8) 如果数 a 的奇数位的数字和与偶数位的数字和之差能被 11 整除, 那么, 数 a 就一定能被 11 整除。反之也正确。

2. 运算定律

(1) 加法交换律、结合律:

$$a+b=b+a; (a+b)+c=a+(b+c).$$

(2) 乘法交换律、结合律:

$$ab=ba; (ab)c=a(bc).$$

(3) 乘法对于加法的分配律:

$$a(b+c)=ab+ac.$$

例 1 把 119340 分解为质因数的积。

$$\begin{array}{r}
 \text{解: } 2 \overline{) 119340} \\
 \underline{223670} \\
 3 \overline{) 29835} \\
 \underline{39945} \\
 3 \overline{) 3315} \\
 \underline{51105} \\
 13 \overline{) 221} \\
 \underline{17}
 \end{array}$$

$$\therefore 119340 = 2^2 \times 3^3 \times 5 \times 13 \times 17.$$

例2 试判定201420是否能被2、3、5、9整除。

解：因为201420的末位数是0，所以它能被2、5整除；

又因为201420的数字和是 $2 + 0 + 1 + 4 + 2 + 0 = 9$ ，
9也是3的倍数，所以它能被3、9整除。

例3 试判定182831能否被11整除。

解：因为182831的奇数位上的数字和与偶数位上的数字和的差是11，是11的倍数，即 $\frac{(8+8+1)-(1+2+3)}{11} = 1$ ，
所以182831能被11整除。

三、有理数

1. 有理数的有关概念

正分数、负分数统称为分数。整数和分数统称为有理数。任何一个有理数都可以用 $\frac{m}{n}$ 形式表示 (m 、 n 为互质整

数， $n \neq 0$ ）。

数轴 规定了原点、方向和长度单位的直线叫做数轴。有理数集合中每一个数在数轴上都对应着唯一的点。虽很稠密，但还有空隙。

相反数 a 与 $-a$ 互为相反数，零的相反数是零。相反数的几何意义是数轴上在原点两侧而和原点距离相等两个对应点所表示的数。

绝对值 一个正数的绝对值是它本身，一个负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是零。我们在数 a 的两旁各画一条竖线，来表示这个数 a 的绝对值。就是：

$$|a| = \begin{cases} a & a \text{ 为正数时,} \\ 0 & a \text{ 为零时,} \\ -a & a \text{ 为负数时.} \end{cases}$$

注意：任何一个数的绝对值总是正数或零，绝不是负数。即 $|a|$ 为非负数。

$|a|$ 的几何意义是数 a 在数轴上的对应点到原点的距离。
大小比较：

在数轴上表示两个有理数，右边的数总比左边的数大。
因此：

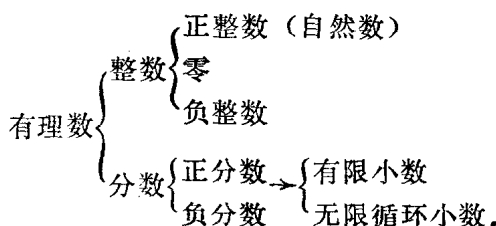
(1) 正数都大于 0，也大于一切负数。反之大于 0 的数为正数。

(2) 负数都小于 0，也小于一切正数。反之小于 0 的数为负数。

(3) 两个正数，绝对值大的较大，绝对值小的较小。

(4) 两个负数，绝对值大的反而小，绝对值小的反而大。

2. 有理数数系表



3. 有理数的运算

有理数的运算定律与整数运算定律相同。

加法与减法、乘法与除法互为逆运算，在一定条件下可以互相转化。

加法：同号两数相加，符号不变，并把绝对值相加；异号两数相加，取绝对值较大加数的符号，并用较大绝对值减较小绝对值。

减法：将减法转化为加法，减去一个数等于加上这个数的相反数，再按加法法则计算。

乘法：两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘。

倒数： $1 \div a (a \neq 0)$ 所得的商 $\frac{1}{a}$ ，叫做数 a 的倒数。因为

$a \times \frac{1}{a} = 1$ ，所以，若两个数的乘积是 1，叫做这两个数互为倒数。如 $\frac{c}{b}$ 与 $\frac{b}{c}$ 等。

除法：两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除（除数不为零）。除法也可以转化为乘法：即除以一个不为零的数，等于乘以这个数的倒数，再按乘法法则计算。