



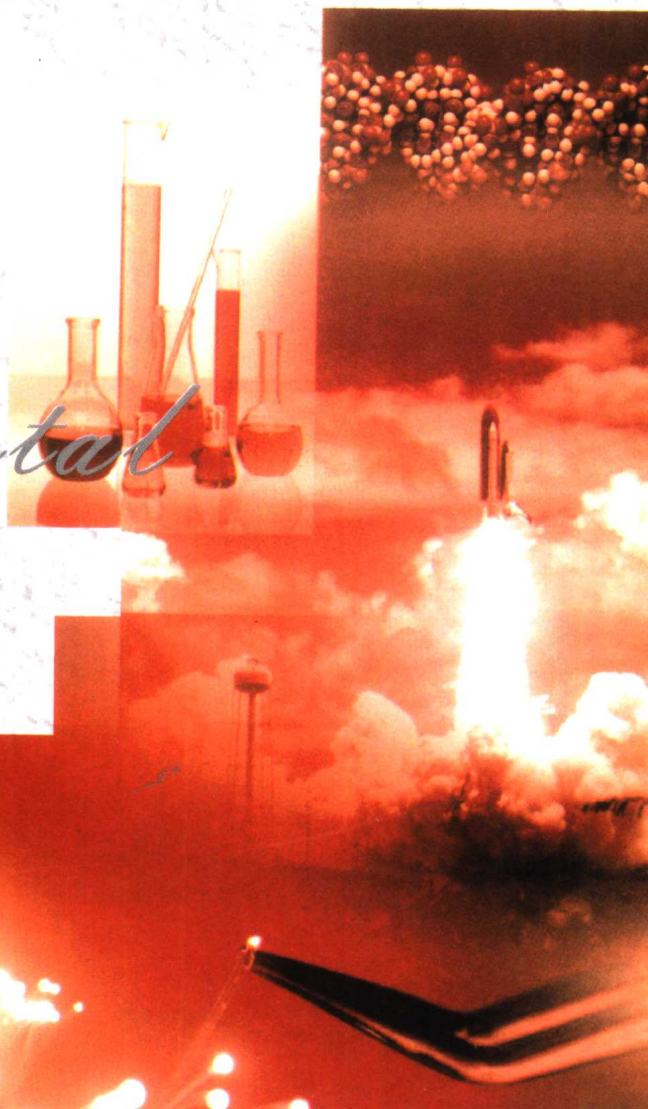
高等学校教材

基础课程系列

# 高等数学实验

孙卫 张宇萍 编

*Fundamental  
Courses*



33

西北工业大学出版社

高等学校教材

# 高等数学实验

孙 卫 张宇萍 编

西北工业大学出版社

**【内容简介】** 本书共分五篇。第一篇为数学软件基础实验, 主要学习数学软件 Mathematica, 共安排了 12 个实验, 每个实验学习几个 Mathematica 系统函数, 熟悉 Mathematica 的某项功能。第二篇为高等数学基础实验, 每个实验与同济大学的《高等数学》(第四版)的有关章节内容相对应, 学习如何用 Mathematica 进行微积分的基本运算。第三篇为高等数学验证与演示实验, 运用 Mathematica 的数值计算功能和图形功能, 对高等数学的概念和理论进行验证与演示。第四篇为高等数学应用实验, 应用高等数学知识进行简单的数学建模并用 Mathematica 求解。第五篇为线性代数实验, 学习用 Mathematica 完成线性代数的有关运算。

本书可作为普通工科高等学校“高等数学实验”课教材, 也可作为高等数学课程的辅助或补充教材。

### 图书在版编目(CIP)数据

高等数学实验/孙卫, 张宇萍编. —西安: 西北工业大学出版社, 2003.9

ISBN 7-5612-1669-6

I.高… II.①孙… ②张… III.高等数学—实验—高等学校—教材 IV.O13-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 055888 号

出版发行: 西北工业大学出版社

通信地址: 西安市友谊西路 127 号, 邮编: 710072

电 话: 029-8493844, 8491147, 8491757

网 址: www.nwpup.com

印刷者: 西安市东江印务有限公司

开 本: 787 mm×1 092mm 1/16

印 张: 17

字 数: 412 千字

版 次: 2003 年 9 月第 1 版 2003 年 9 月第 1 次印刷

印 数: 1~4 000 册

定 价: 22.00 元

# 前 言

以计算机操作为手段,以数学软件为基础的数学实验课,是教育部组织的“面向21世纪教学内容和课程体系改革计划”课题组的重要研究成果。2000年9月,我们把数学实验课的教学模式引入到高等数学的教学中,对在普通工科高校中如何开设数学实验课进行了研究与实践。我们将高等数学实验课的教学内容分为数学软件基础实验、高等数学基础实验、高等数学验证与演示实验和高等数学应用实验四部分。各部分内容既相互联系又相对独立,课程结束之后要求学生能熟练地运用数学软件进行微积分的基本运算,验证和探索微积分的基本规律,应用微积分的基本知识解决一些实际问题。

## 一、有针对性地学习数学软件Mathematica

开设数学实验课必须借助于计算机和数学软件,我们采用了目前在国内使用较为广泛的数学软件Mathematica。Mathematica系统庞大,学生很难一下子掌握其全部功能。因此,我们根据“高等数学实验”课程的需要,在数学软件基础实验中安排了12个实验,每个实验重点学习几个系统函数,熟悉软件的某些功能。数学软件基础实验内容完成之后要求学生具有一定的计算机操作能力,较熟练地掌握数学软件的数值计算功能、绘图功能和微积分运算功能,能够使用Mathematica编写相关的程序。

## 二、利用Mathematica完成微积分、线性代数的基本运算

学生在学习高等数学的过程中要花费大量的时间进行微积分运算。事实上,Mathematica具有强大的微积分运算功能,往往在几秒钟内就可以完成繁琐、重复的微积分演算。因此,我们在高等数学基础实验中安排了13个实验,每个实验与同济大学编《高等数学》(第四版)教材的有关章节内容相对应。让学生自己动手,用Mathematica进行微积分的运算,将繁杂的推演和运算通过计算机解决,充分体验数学软件准确、迅速、简单、易行的优越性。同时也让学生认识到Mathematica不是万能的,要解决一些综合性问题,还必须将计算机操作与传统的解题方法结合起来,从而使使学生充分认识到学习数学理论知识的重要性。

## 三、利用Mathematica演示、验证微积分的概念和理论

“高等数学”中有很多的概念和理论,采用传统的教学方法很难进行生动直观的教学,从而影响了学生对所学知识的理解和掌握。高等数学验证与演示实验的目的就是充分运用Mathematica强大的数值计算功能和图形功能,将传统教学方法无法体现出来的概念和理论的内涵,通过计算机屏幕生动、直观地展现出来。比如,极限概念中“无限逼近”的思想、无穷小的阶及其比较、定积分定义中阶梯形面积逼近曲边梯形面积、空间区域及其在坐标面上的投影、无穷级数的收敛性等内容,都可以通过编写简单的程序自由地进行数值验证或通过动画图形从几何直观上进行验证与演示,从而加深对这些概念、理论和方法的理解、记忆和掌握,提高学生对学习的兴趣和积极性。

#### 四、引导学生进行简单的“建模”实践

在高等数学应用实验中我们安排了若干个试验，每个实验安排学生解决一个实际问题，这些实际问题涉及物理、力学、天文、经济、管理、金融等各个方面。尽管有的问题可能比较简单，但通过“提出问题 — 建立模型 — 编程求解 — 计算机处理 — 进一步讨论”这一分析和解决问题的过程，可以使学生受到建立数学模型的初步训练，体会“高等数学”广泛而有趣的应用，培养学生利用所学高等数学知识分析和解决实际问题的能力。

经过几年的实践，我们体会到“高等数学实验”改变了以往传统教学方法中由教师单向传输知识的教学模式，提高了学生在教学过程中的参与程度和实践动手能力，激发了学生学习数学知识的兴趣，加深了学生对所学知识的理解和掌握，弥补了传统教学方法的不足，形成了良好的教与学的互动。

本书第一篇、第四篇由孙卫编写，第二篇、第五篇由张宇萍编写，第三篇由孙卫、张宇萍共同编写，孙卫设计了编写大纲并对全书的内容进行了编排和统稿。黄宝健教授审阅了本书的全部内容并编写了应用实验中的全部求解程序。本书的出版得到了学院领导和教务处的的大力支持，在此向他们表示衷心的感谢。

在本书的编写过程中，我们参考了国内出版的一些相关教材，在此向所有作者表示感谢。

编 者

2003年5月于西安

# 目 录

## 第一篇 Mathematica 软件基础实验

实验 1-1	Mathematica 简介	1
实验 1-2	Mathematica 中的数值运算	7
实验 1-3	Mathematica 中的变量与函数	13
实验 1-4	二维图形的描绘	18
实验 1-5	Mathematica 的代数运算	28
实验 1-6	表的生成及其运算	33
实验 1-7	一元微积分的基本运算	37
实验 1-8	三维图形的绘制	42
实验 1-9	多元微积分的基本运算	47
实验 1-10	无穷级数与微分方程	50
实验 1-11	向量、矩阵的运算与线性方程组求解	54
实验 1-12	Mathematica 程序设计	60

## 第二篇 高等数学基础实验

实验 2-1	函数与极限	68
实验 2-2	导数与微分的计算	74
实验 2-3	中值定理及其应用	81
实验 2-4	一元函数微分学的应用	86
实验 2-5	一元函数积分的计算	96
实验 2-6	定积分的应用	102
实验 2-7	空间曲面及其在坐标面上的投影	107
实验 2-8	多元函数微分学	118
实验 2-9	多元函数微分学的应用	124
实验 2-10	重积分及其应用	137
实验 2-11	曲线积分与曲面积分	146
实验 2-12	无穷级数	154
实验 2-13	微分方程	151

## 第三篇 高等数学验证与演示实验

实验 3-1	由图形分析函数性质	164
--------	-----------	-----

实验 3-2	函数与极限的概念	169
实验 3-3	导数的概念及其几何意义	175
实验 3-4	定积分的概念及其几何意义	177
实验 3-5	Taylor 公式与函数的多项式逼近	181
实验 3-6	Taylor 级数与 Fourier 级数的收敛性	185
实验 3-7	无理数 $e$ 的研究	191
实验 3-8	割圆术与无理数 $\pi$	193
实验 3-9	调和级数与欧拉常数 $\gamma$	198

## 第四篇 高等数学应用实验

实验 4-1	猪肉价格问题	201
实验 4-2	抵押贷款与分期付款购物问题	204
实验 4-3	同步通讯卫星的覆盖面积问题	206
实验 4-4	核废料的处理问题	208
实验 4-5	最优存储问题	210
实验 4-6	广告费用与利润问题	213
实验 4-7	生产计划问题	217
实验 4-8	安全渡河问题	219
实验 4-9	基因分布问题	222

## 第五篇 线性代数实验

实验 5-1	矩阵与向量的运算	225
实验 5-2	矩阵的初等变换	234
实验 5-3	解线性方程组	243
实验 5-4	相似矩阵及二次型	250
附录	常见空间曲面的参数方程	261
	参考文献	264

# 第一篇 Mathematica 软件基础

## 实验 1-1 Mathematica 简介

### 实验目的

1. 了解 Mathematica 的基本功能。
2. 了解从 Mathematica 中获取信息的方法。
3. 掌握 Mathematica 的启动、运行和退出。
4. 了解 Mathematica 的主菜单和工作按钮的使用方法。

### 实验指导

#### 一、Mathematica 简介

我们在学习数学的过程中，要花大量的时间用于推导公式、画图、计算数据，其中绝大部分是按照固定的公式、法则进行的繁琐和重复的劳动。随着计算机技术的不断发展，今天，人们已经开发出一些能够帮助处理和解决数学问题的软件系统。

由美国物理学家 Stephen Wolfram 领导的一个小组开发的 Mathematica 是第一个数学软件系统。它的主要功能包括三个方面：符号演算、数值计算和图形。Mathematica 可以完成许多符号演算和数值计算的工作。例如，它可以进行包括数值计算、初等代数、高等代数、高等数学等各种运算。Mathematica 还具有强大的绘图功能，使用 Mathematica 可以非常方便地做出以各种方式表示的一元和二元函数的图形，还可以制作多画面连续放像的动画函数图形。

Mathematica 系统不仅仅具有上述这些功能，而且它还把这些功能融合在一个系统里，使它们成为一个有机整体。在使用 Mathematica 的过程中使用者可以根据自己的需要一会儿从做符号演算转去做图形，一会儿又转去做数值计算，这种灵活性为使用者带来很大的方便。Mathematica 还是一个很容易扩充的系统，它用于描述符号表达式和对它们的计算的一套记法实际上构成了一个功能强大的程序设计语言，用这种语言可以比较方便地定义用户需要的各种函数，完成用户需要的各种工作。

Mathematica 是一个交互式的计算机系统。用户通过输入设备向系统发出计算的指令，系统在完成指定的计算工作后把计算结果告诉用户，从这个意义上来说，Mathematica 系统类似一个高级的计算器，它的使用方法也与使用计算器类似，只是它的功能比一般的计算器强大得多，能接受的命令也丰富得多。



## 二、Mathematica 的启动

在 Windows 环境下安装好 Mathematica。用鼠标双击 Mathematica 的图标，稍停片刻则显示如图 1-1-1 的工作屏幕。

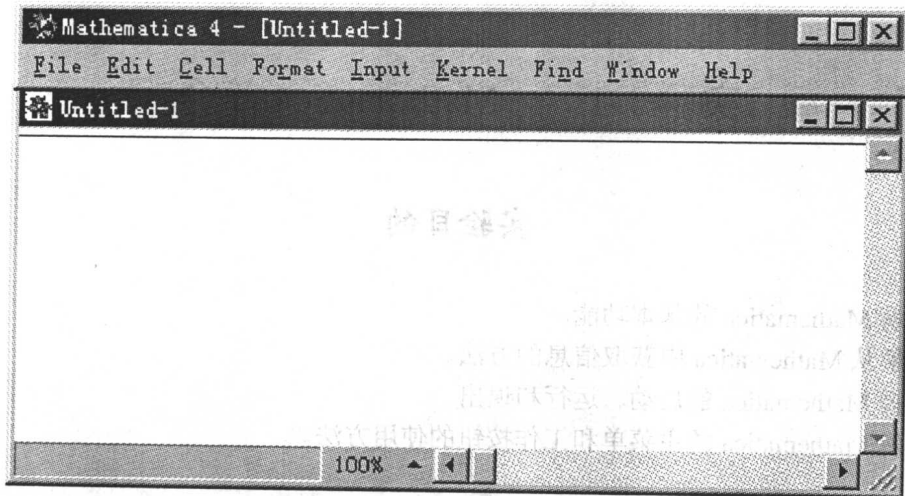


图 1-1-1 Mathematica 的工作屏幕

Mathematica 的工作屏幕上共有 9 个主菜单。菜单中每个项目的意义和使用方法可通过联机帮助系统的 Help 菜单进行查询。

## 三、退出和重新进入 Mathematica

进入 Mathematica 后，它会自动在计算机的硬盘上建立一个临时文件。若想退出 Mathematica，可以用 Alt+F4 组合键，也可以选择 File 菜单中的 Exit 项。

每次在 Windows 下退出 Mathematica 时，Mathematica 都会询问你是否想保存本次工作，如果你想保存你的工作结果，可以回答“Y”。此时系统会要求你指定文件名，你可以任意给定一个文件名，确认后，系统就将该文件保存在 Mathematica 的子目录下。以后若想使用本次保存的结果，可以通过 File→Open/Import 菜单读入。

退出 Mathematica 后，用鼠标双击 Mathematica 的图标，可再次进入 Mathematica 系统。

## 四、Mathematica 的输入、输出和运行

### 1. Mathematica 的输入方式

- (1) 通过键盘直接输入。
- (2) 通过 File 主菜单中的“Palettes”选项进行输入。

Mathematica 要求用户的输入要符合系统内部的规定，若不符合规定，Mathematica 将拒绝执行并提醒用户重新输入。Mathematica 会在用户输入有错误的地方给出提示信息。

Mathematica 能够处理多种类型的数据形式：数学公式、集合、矩阵以及图形等。这些数据从形式上看是很不一样的，但在 Mathematica 系统中，各种数据形式都被看成是同种类型，均称为表达式。

在 Mathematica 的工作屏幕上，输入一行或多行表达式，例如：

```
In[1]:=Plot[Sin[x],{x,-Pi,Pi}]
```

然后同时按下 Shift 键和 Enter 键，系统即可执行运算，运行结果如图 1-1-2 所示。

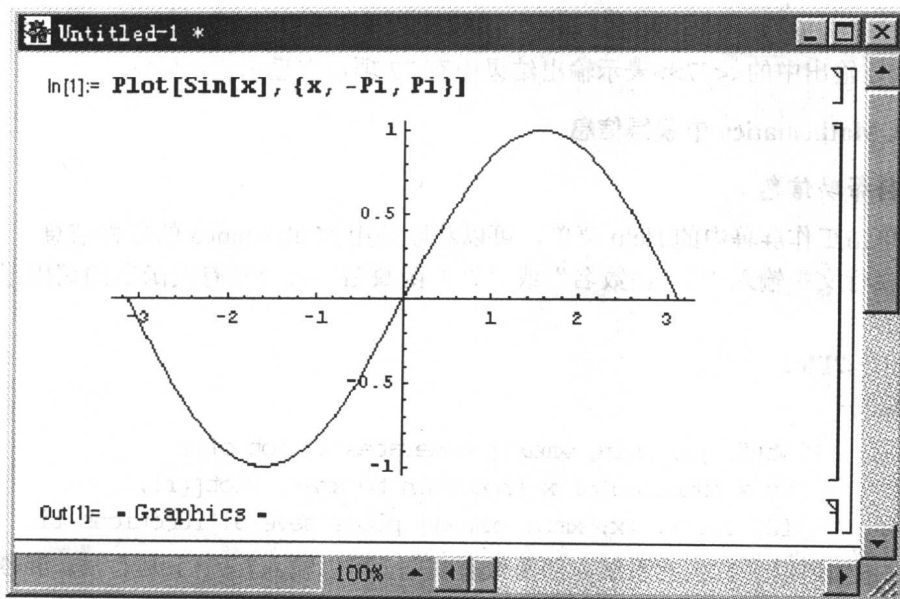


图 1-1-2 完成第 1 个运算后的窗口

图 1-1-2 中符号 In[1] 表示第 1 个输入，Out[1] 表示第 1 个输出的结果，这两个符号是机器自动给出的。用户的每一次输入和 Mathematica 对应的输出都被称为“细胞 (cell)”，在 Mathematica 的工作屏幕上用“[]”来标识。

## 2. 控制系统结果输出的方法

- (1) 在输入表达式的后面加分号 (;) 后再运行，则屏幕不显示运行结果。
- (2) 使用系统函数 Short 可以简化系统的结果显示，如表 1-1-1 所示。

表 1-1-1 简化结果显示的系统函数 Short

函 数	说 明
Short[表达式] 或 表达式// Short	给出一个 1 行的计算结果显示
Short[表达式,n]	给出一个 n 行的计算结果显示

例如：

```
In[1]:=x = 2;
```

```
      y = 3;
```

```
      z = x+y
```

```
Out[1]=
```

5

```
In[]:=t=Expand[(1+x+y)^12];
```

```
Short[t]
```

```
Out[]=
```

```
1 + 12 x + 66 x2 + 220 x3 + 495 x4 + 792 x5 + 924 x6 +  
<<77>> + 220 x3 y9 + 66 y10 + 132 x y10 + 66 x2 y10 + 12 y11 + 12 x y11 + y12
```

上述输出中的<<77>>表示输出结果中有 77 项没有显示。

## 五、从 Mathematica 中获得信息

### 1. 获得帮助信息

(1) 单击工作屏幕中的 Help 菜单，可以获取使用 Mathematica 的各种信息。

(2) 在行文中输入“? 函数名”或“?? 函数名”可得到有关函数的调用形式和相关说明。例如：

```
In[]:=?Plot
```

```
Out[]=
```

```
Plot[f, {x, xmin, xmax}] generates a plot of f  
as a function of x from xmin to xmax. Plot[{f1,  
f2, ... }, {x, xmin, xmax}] plots several functions fi.
```

如果你想知道以 P 打头的系统内部函数有哪些，可以输入? P\*，运行后，屏幕上将显示以 P 开头的所有函数，你可以找出感兴趣的函数，去查看其说明。

### 2. 提示信息

当用户的输入有错误时，Mathematica 将给出很详细的提示信息来指出用户的错误。例如：

```
In[]:=Plot[Sin[x]]
```

```
Out[]=
```

```
Plot::argmu : Plot called with 1  
argument; 2 or more arguments are expected.
```

提示信息告诉我们上述输入中 Plot 函数只给出了一个参数，不符合系统函数的要求，需要给出两个或更多的参数。

## 六、Mathematica 的基本功能

### 1. Mathematica 的数值计算功能

```
In[]:=3+5-4
```

```
Out[]=
```

```
4
```

```
In[]:=2^8
```

```
Out[]=
```

```
256
```

### 2. Mathematica 的符号计算功能

(1) 用 Mathematica 求积分：

```
In[]:=Integrate[Exp[x] * Sin[2x],x]
```

```
Out[]=
```

$$-\frac{2}{5} e^x \cos[2x] + \frac{1}{5} e^x \sin[2x]$$

(2) 用 Mathematica 解方程:

```
In[]:=Solve[Sqrt[x]+a==2x,x]
```

```
Out[]=
```

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{1}{8} (1 + 4a - \sqrt{1 + 8a}) \right\}, \left\{ x \rightarrow \frac{1}{8} (1 + 4a + \sqrt{1 + 8a}) \right\} \right\}$$

(3) 用 Mathematica 进行微分运算:

```
In[]:=D[Exp[x] * Sin[x],x]
```

```
Out[]=
```

$$e^x \cos[x] + e^x \sin[x]$$

(4) 用 Mathematica 展开多项式:

```
In[]:=Expand[(x+y)^3]
```

```
Out[]=
```

$$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

### 3. Mathematica 的绘图功能

用 Plot 函数画  $y = \sin x + \sin 2x$  当  $x \in (-2\pi, 2\pi)$  时的图形, 如图 1-1-3 所示。

```
In[]:=Plot[Sin[x]+Sin[2x],{x,-2Pi,2Pi}]
```

```
Out[]=
```

- Graphics -

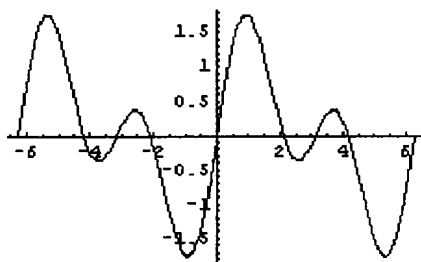


图 1-1-3 画二维图形

用 Plot3D 函数画  $z = \sin xy$  当  $x \in (0,4), y \in (0,4)$  时的图形, 如图 1-1-4 所示。

```
In[]:=Plot3D[Sin[x*y], {x, 0, 4}, {y, 0, 4}, PlotPoints -> 50]
```

```
Out[]=
```

- SurfaceGraphics -

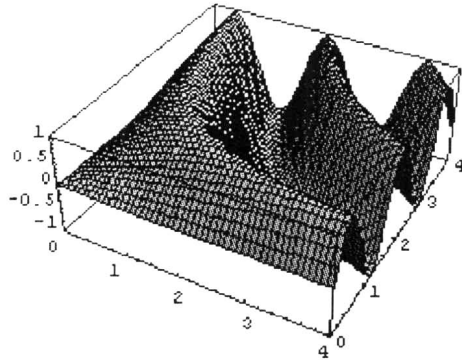


图 1-1-4 画三维图形

## 实验内容

- 练习 1 试做几次进入和退出 Mathematica 的练习。
- 练习 2 试做几次打开新文件、关闭当前文件、存盘退出和重新进入已存盘文件的练习。
- 练习 3 练习通过联机帮助系统获取 Mathematica 的基本菜单的功能和使用方法。

## 实验 1-2 Mathematica 中的数值运算

### 实验目的

1. 了解 Mathematica 系统内数的类型与表示方法。
2. 掌握系统内四则运算及乘方运算的基本规则。
3. 熟悉系统内计算结果的输出形式。
4. 掌握系统内常用的数学函数。
5. 掌握 **Head**, **N**, **Sum** 函数。

### 实验指导

#### 一、系统中数的类型与表示

Mathematica 系统中的数分为两大类：一类是直接由数字写出来的数，一类是系统的内部常数。Mathematica 的简单数值类型有四种，见表 1-2-1。

表 1-2-1 Mathematica 中的数值类型

类型	说明	例
<b>Integer</b>	任意长度的整数，用一串连续的数字表示，数字之间不能有空格或其他字符，是精确数	1234, 8
<b>Rational</b>	有理数，用分式的形式表示或用除号（斜线 /）分隔分子分母的方式表示，是精确数	378/123, 2/3
<b>Real</b>	实数，可以有一定精度。也称浮点数，用中间有一个小数点的数字串表示	.3, 34.684, 2.
<b>Complex</b>	复数，实部和虚部可为整数、有理数和实数	3+2I, 8-6.543I

例 1.2.1 用函数 **Head** 判断数值的类型。

```
In[]: = Head[2]
```

```
Out[] =
```

```
Integer
```

```
In[]: =Head[2.]
```

```
Out[]:=
```

```
Real
```

```
In[]: =Head[2/3]
```

```
Out[]=
```

```

Rational
In[]:=Head[2 + 3I]
Out[]=
Complex

```

## 二、系统中的数学常数

许多常用的数学常数在 Mathematica 里都有定义。

表 1-2-2 Mathematica 中的数学常数

表 达 式	含 义
<b>Pi</b>	$\pi = 3.14159 \dots$
<b>E</b>	自然对数的底 $e = 2.71828 \dots$
<b>Degree</b>	1 度, $\pi/180$
<b>I</b>	虚数单位, $i = \sqrt{-1}$
<b>Infinity</b>	$\infty$ (无穷大)

## 三、数值的输出格式

数值的输出格式函数见表 1-2-3。

表 1-2-3 常用的数值输出格式函数

函 数	说 明
<b>ScientificForm</b>	以科学计数法表示数值
<b>EngineeringForm</b>	以工程计数法表示数值
<b>AccountingForm</b>	以标准统计计数法表示数值

例 1.2.2 以常用的数值表示法输出计算结果。

```

In[]:=t={2.3^5, 4.5^-5, 6.7^7};
ScientificForm[t]
Out[]=
{1.2167×101, 5.41923×10-4, 6.06071×105}
In[]:=EngineeringForm[t]
Out[]=
{12.167, 541.923×10-6, 606.071×103}
In[]:=AccountingForm[t]
Out[]=
{12.167, 0.000541923, 606071.}

```

#### 四、Mathematica 中的数值运算

Mathematica 最基本的功能是在进行算术运算，见表 1-2-4。

表 1-2-4 Mathematica 中基本的运算符号

运算法则	运算符号	举例	优先级
加法	+	2+3	1
减法	-	3/8-1/4	1
乘法	* 或空格	1.2*5	2
除法	/	3.4/5	2
乘方	^	2^6	3

例 1.2.3 Mathematica 中的数值运算。

```
In[ ]:=2*(3+4)-2^(2+1)
```

```
Out[ ]=
```

6

```
In[ ]:=(3+2I)+(5-6I)
```

```
Out[ ]=
```

8-4i

```
In[ ]:=2.4^45
```

```
Out[ ]=
```

1.28678×10<sup>17</sup>

注意 (1) 可以用括号改变运算的顺序；

(2) 对于一般的算术运算符，连续的几个同级运算从左到右进行，但乘方运算的结合顺序不同，是从右到左进行的；

(3) 负号用减号表示，直接写在数的前面。

#### 五、使用前面的计算结果

调用已有结果的方式如表 1-2-5 所示。

表 1-2-5 Mathematica 中调用前面结果的方式

符号	含义
%	代表上一个输出的结果
%%	代表上面倒数第二个输出语句的结果
%n	代表上面第 n 个输出语句的结果

例 1.2.4 使用前面的计算结果。

```
In[ ]:=2^2
```



```

Out[]=
  4
In[]:=%+6
Out[]=
  10
In[]:=%%-2
Out[]=
  2
In[]:=%2 * %3
Out[]=
  20

```

## 六、运算的精确值和近似值

在 Mathematica 中，如果参加计算的都是精确数，则输出的结果是精确数。如果在算式中既有近似数，又有精确数，则输出的结果是近似数。

**例 1.2.5** 运算的精确值和近似值。

```

In[]:= 2^10
Out[]=
  1024
In[]:= 2.^10
Out[]=
  1024.
In[]:= 1/3+2/7
Out[]=
  13
  21
In[]:= 1./3+2./7
Out[]=
  0.619048

```

为了得到计算结果的近似值，可以用系统函数来控制输出结果的精度。

**表 1-2-6 控制输出精度的系统函数**

函 数	说 明
N[表达式]或/N	计算表达式的数值并输出近似值
N[表达式, n]	计算表达式的数值，并给出 $n$ 位十进制的近似值

**例 1.2.6** 使用 N 函数控制输出结果的精度。

```
In[]:=E
```