电子学基础系列
ELECTRONICS

DIGITAL LOGIC FOUNDATION COURSE

数字逻辑基础

陈光梦 编著

复旦大学出版社
www.fudanpress.com.cn

图书在版编目(CIP)数据

数字逻辑基础/陈光梦编著.—上海:复旦大学出版社,2004.1
(电子学基础系列)
ISBN 7-309-03874-6

Ⅰ.数…　Ⅱ.陈…　Ⅲ.数字逻辑-基本知识　Ⅳ.TP302.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 002162 号

数字逻辑基础

陈光梦　编著

出版发行　复旦大学出版社
上海市国权路 579 号　邮编 200433
86-21-65118853(发行部)　86-21-65109143(邮购)
fupnet@fudanpress.com　http://www.fudanpress.com

责任编辑　梁　玲
装帧设计　孙　曙
总 编 辑　高若海
出 品 人　贺圣遂

印　　刷　江苏句容市排印厂
开　　本　787×960　1/16
印　　张　20.5　插页　2
字　　数　380 千
版　　次　2004 年 1 月第一版　2004 年 1 月第一次印刷
印　　数　1—3 100

书　　号　ISBN 7-309-03874-6/T·280
定　　价　32.00 元

作者简介

陈光梦，男，1950年出生。1966年因文化大革命辍学，进入工厂。1977年恢复高考后考入复旦大学，毕业后留校至今。

留校以后一直从事电路与系统的教学与科研工作。长期从事电子线路基础教学，曾参加过国家教育部组织的中华学习机系列的研制工作，参加过上海多家工厂的工业自动化改造项目，在自动控制技术、可编程逻辑器件应用技术、声音与图像的处理与应用技术等领域开展过不少工作，编著有《可编程逻辑器件的原理与应用》一书。

内容提要

本书是电子学基础课程中关于数字逻辑部分的教材，在内容安排上注重各种逻辑功能的设计思想、实现方法和设计过程，着重培养学生对于数字逻辑的基本分析与设计能力，具体电路的分析为基本原理和基本分析方法服务。

本书除了最基本的逻辑代数理论外，详细讨论了组合逻辑和时序逻辑的原理、分析和设计过程。在组合逻辑中除了常用逻辑模块外，还介绍了各种运算电路。在时序逻辑中不仅对同步时序电路展开了讨论，还详细讨论了异步时序电路。最后，本书还介绍了数字系统的EDA设计过程，力图使读者能够对整个数字逻辑系统有一个比较全面的了解。

本书可以作为高等学校电子科学与技术类专业学生的教科书，也可以作为相关技术人员的参考书。

前　言

《数字逻辑基础》是大学电子科学与技术类专业学生的一门基础课.本书在复旦大学开始实行全面学分制改革以后,根据电子学基础课程中关于数字逻辑部分的教学大纲要求编写而成.

20 世纪 90 年代以后,电子科学和技术取得了飞速发展,其标志就是电子计算机的普及和大规模集成电路的广泛应用.在这种情况下,传统的关于数字电路的内容也随之起了很大的变化,在数字电路领域 EDA 工具已经相当成熟,无论是电路内部结构设计还是电路系统设计,以前的手工设计都被计算机辅助设计或自动设计所取代.正是在这样的形势下,本书在编写的时候,确定其整体思想以数字逻辑分析和设计为主,对于电路的内容只是简单涉及,只要求学生掌握最基本的数字集成电路的输入输出特性即可.在内容安排上注重各种逻辑功能的设计思想、实现方法和设计过程,着重培养学生对于数字逻辑的基本分析与设计能力,具体电路的分析为基本原理和基本分析方法服务.在课程设计上,安排了与本课程配套的 EDA 实验课程,学生可以将本课程的内容与 EDA 实验课程结合,直接体会现代数字逻辑设计的无穷魅力.

基于上述设想,本书不仅包含了最基本的逻辑代数理论,更主要的是详细讨论了组合逻辑和时序逻辑的原理、分析和设计过程,并介绍了数字系统的设计过程,力图使读者能够对数字逻辑系统有一个比较全面的了解.全书共分 6 章:

第 1 章逻辑代数基础,介绍了逻辑代数及其基本定理、逻辑函数以及逻辑函数的化简、相互转换等内容.

第 2 章组合逻辑电路,介绍了组合逻辑的分析与设计、常用组合逻辑模块、集成数字电路的输入输出特性以及组合电路中的竞争-冒险现象.考虑到在现代数字系统设计中的需要,在组合逻辑模块中还介绍了各种基本运算模块.

第 3 章触发器及其基本应用电路,介绍了触发器的基本结构以及运用触发器构成的基本应用电路.

第 4 章同步时序电路,阐述了时序电路的逻辑模型及其转换,详细讨论了同步时序逻辑电路的分析和设计过程,介绍了典型的同步时序电路模块等内容.为了配合第 6 章数字系统设计的需要,还对算法状态机等设计方法进行说明.

第 5 章异步时序电路,对于两种类型的异步时序电路——基本型异步时序逻

辑电路和脉冲型异步时序逻辑电路，分别展开了详细的分析和设计方法的讨论.

第 6 章可编程逻辑器件与数字系统设计初步，介绍了可编程逻辑器件的原理和大致结构，并初步介绍了数字系统的设计方法和实现过程，以及对 VHDL 的入门知识作出简单介绍.

课程的总体要求是：学生通过学习以后，能以逻辑代数为工具，熟练掌握对各类组合电路、同步时序电路、异步时序电路的基本逻辑单元进行逻辑分析和设计，并在基本掌握电子设计自动化的基础上，了解数字系统的设计过程.

在课时安排上，课堂教学主要围绕第 1 到第 5 章展开，总课时大致在 64 课时到 72 课时. 第 6 章的内容安排在实验课内介绍. 习题安排也是如此. 其中一些难度较大的习题，可以作为学有余力的学生的课余实习题目，有利于发挥这部分学生的主动性，也可以开拓他们的思路.

本书从 2001 年开始编写，2002 年作为讲义开始试用，目前的版本是在两届学生试用的基础上定稿的. 在教材的编写和试用过程中，得到了学校和院系领导的大力支持，我的同事任至镐老师、易婷老师详细审阅了全部书稿并提出了许多宝贵的修改意见，易婷老师还参与了两届学生的教材试用过程. 另外，王勇老师、张敬海老师也参与了教材的试用并给予我很大的帮助. 在此一并致以衷心的感谢. 囿于编者的水平与经验，书中的错误和不妥之处在所难免，希望广大读者给予批评指正.

陈光梦

2003 年 6 月于复旦大学

目　　录

第 1 章　逻辑代数基础 …… 1

§1.1　逻辑代数概述 …… 1

1.1.1　逻辑变量和逻辑函数 …… 1

1.1.2　基本逻辑运算 …… 3

1.1.3　常用的复合逻辑运算 …… 4

1.1.4　逻辑图 …… 5

§1.2　逻辑代数的基本定理 …… 6

1.2.1　基本公式 …… 6

1.2.2　其他常用逻辑恒等式 …… 7

1.2.3　基本逻辑定理 …… 8

§1.3　逻辑函数的标准表达式和卡诺图 …… 10

1.3.1　逻辑函数的两种标准表达形式 …… 10

1.3.2　两种逻辑函数标准表达式之间的相互关系 …… 13

1.3.3　将逻辑函数按照标准形式展开 …… 14

1.3.4　逻辑函数的卡诺图表示 …… 15

§1.4　逻辑函数的化简 …… 17

1.4.1　代数法化简 …… 17

1.4.2　卡诺图化简法 …… 20

1.4.3　利用卡诺图运算来进行逻辑化简 …… 23

1.4.4　不完全确定的逻辑函数的化简 …… 26

1.4.5　使用异或函数的卡诺图化简 …… 27

1.4.6　多输出逻辑函数的化简 …… 29

1.4.7　影射变量卡诺图 …… 32

1.4.8　逻辑函数的计算机化简 …… 35

本章概要 …… 36

思考题和习题 …… 37

第 2 章 组合逻辑电路 …… 40
§2.1 组合逻辑电路分析 …… 40
2.1.1 组合逻辑电路分析的一般过程 …… 40
2.1.2 常用的组合逻辑电路模块分析 …… 43
§2.2 组合逻辑电路设计 …… 50
2.2.1 组合逻辑电路设计的一般过程 …… 50
2.2.2 应用组合逻辑电路模块构成组合电路 …… 58
2.2.3 数字运算电路设计 …… 62
§2.3 数字集成电路的电气特性 …… 77
2.3.1 晶体管和场效应管的开关作用 …… 77
2.3.2 数字集成电路的静态特性 …… 79
2.3.3 数字集成电路的动态特性 …… 82
2.3.4 三态输出电路和开路输出电路 …… 83
§2.4 组合逻辑电路中的竞争-冒险 …… 85
2.4.1 竞争-冒险现象及其成因 …… 85
2.4.2 检查竞争-冒险现象的方法 …… 87
2.4.3 消除竞争-冒险现象的方法 …… 89
本章概要 …… 90
思考题和习题 …… 91

第 3 章 触发器及其基本应用电路 …… 95
§3.1 触发器的基本逻辑类型及其状态的描写 …… 95
3.1.1 RS 触发器 …… 95
3.1.2 JK 触发器 …… 99
3.1.3 D 触发器 …… 100
3.1.4 T 触发器 …… 100
3.1.5 4 种触发器的相互转换 …… 101
§3.2 触发器的电路结构与工作原理 …… 102
3.2.1 D 锁存器 …… 102
3.2.2 主从触发器 …… 104
3.2.3 边沿触发器 …… 106
3.2.4 边沿触发器的动态特性 …… 114
§3.3 触发器的基本应用 …… 117

3.3.1 简单计数器 …… 117
3.3.2 寄存器 …… 123
本章概要 …… 127
思考题和习题 …… 127

第 4 章 同步时序电路 …… 130
§4.1 时序电路的描述 …… 130
4.1.1 两种基本模型 …… 130
4.1.2 状态转换图和状态转换表 …… 132
4.1.3 两种基本模型的相互转换 …… 137
§4.2 同步时序电路的分析 …… 140
4.2.1 同步时序电路分析的一般过程 …… 140
4.2.2 常用同步时序电路分析 …… 147
§4.3 同步时序电路的设计 …… 158
4.3.1 同步时序电路设计的一般过程 …… 158
4.3.2 带有冗余状态的同步时序电路设计 …… 165
4.3.3 用算法状态机方法设计同步时序电路 …… 170
4.3.4 同步时序电路设计中的状态分配问题 …… 174
§4.4 时序电路的状态化简 …… 179
4.4.1 完全描述状态表的等价与化简 …… 179
4.4.2 不完全描述状态表的化简 …… 184
本章概要 …… 189
思考题和习题 …… 190

第 5 章 异步时序电路 …… 194
§5.1 基本型异步时序电路的分析 …… 194
5.1.1 基本型异步时序电路的结构及其描述 …… 194
5.1.2 基本型异步时序电路的一般分析过程 …… 198
§5.2 基本型异步时序电路中的竞争与冒险 …… 204
5.2.1 临界竞争与非临界竞争 …… 204
5.2.2 临界竞争的判别 …… 207
5.2.3 临界竞争的消除 …… 210
5.2.4 基本型异步时序电路中的冒险 …… 215

§5.3 基本型异步时序电路设计 ………………………………… 216
§5.4 脉冲型异步时序电路的分析与设计 ………………………… 225
5.4.1 脉冲型异步时序电路的分析 ………………………… 226
5.4.2 脉冲型异步时序电路的设计 ………………………… 231
本章概要……………………………………………………… 239
思考题和习题………………………………………………… 240

第6章 可编程逻辑器件与数字系统设计初步………………… 243
§6.1 可编程逻辑器件的基本结构 ………………………………… 243
6.1.1 基于乘积项的可编程逻辑器件 ………………………… 243
6.1.2 基于查找表的可编程逻辑器件 ………………………… 248
6.1.3 可编程逻辑器件中的“熔丝” ………………………… 252
6.1.4 可编程逻辑器件的编程过程 ………………………… 255
§6.2 数字系统设计初步 ………………………………………… 256
6.2.1 数字系统 ………………………………………………… 256
6.2.2 数字系统设计的一般过程 ……………………………… 257
6.2.3 用可编程逻辑器件进行数字系统设计 ………………… 259
本章概要……………………………………………………… 290
思考题和习题………………………………………………… 291

附录…………………………………………………………… 293
附录1 数制与代码 ………………………………………………… 293
附录2 《电器图用图形符号——二进制逻辑单元》(GB4728.12-85)
简介 ………………………………………………………… 299
附录3 集成逻辑门电路的内部结构简介 ………………………… 309
附录4 VHDL的对象、运算符和关键字…………………………… 317

参考文献……………………………………………………… 321

第 1 章　逻辑代数基础

在我们的生活中，常常会遇到许多逻辑关系问题.在研究逻辑关系问题的各种方法中，最基本的数学理论是爱尔兰数学家乔治・布尔(George Boole，1815—1864)创立于 1849 年的布尔代数(Boolean Algebra).这一理论后来得到亨廷顿(Huntington)、香农(Claude Shannon)等人的发展和应用，形成一个完整的理论体系.随着电子技术和计算机技术的发展，布尔代数在数字逻辑电路的分析和设计中得到了广泛的应用，所以布尔代数常被称为逻辑代数(Logic Algebra).

§1.1　逻辑代数概述

逻辑代数是借助符号、利用数学方法来研究逻辑推理和逻辑计算的一个数学分支.对于任何一个逻辑问题，都是从一定的逻辑条件出发，通过推理或计算得到一定的逻辑结论.其中很重要的一类逻辑关系，其条件和结论只能取两种对立的情形，例如是和非、对和错、真和假等等.由于这类逻辑关系中的逻辑变量只能取对立的两个值，所以称其为二值逻辑.在本书中，除非有特别说明，所有的逻辑均指二值逻辑.

1.1.1　逻辑变量和逻辑函数

在逻辑代数中，逻辑条件被称为输入逻辑变量，简称输入变量；逻辑结论被称为输出逻辑变量，简称输出变量.每个逻辑变量的取值只有“真”和“假”两种可能.为了书写便利，通常用“1”代表“真”，用“0”代表“假”.

值得注意的是，由于“1”和“0”代表两个对立的逻辑状态，它们通常被称为逻辑值，但是它们不具有数值上的大小意义.在形式上逻辑变量的逻辑值和二进制数相同，并且在数字电路中也用逻辑值来代表二进制数，但这是两个完全不同的概念，它们的定义和运算规则等完全不同，一定不可混淆.

在一个逻辑关系问题里，一定的逻辑结论必然由一定的逻辑条件引起，也就是说输出变量的取值依赖于输入变量的取值，这样就形成了一个逻辑函数(Logic Function).逻辑函数也称开关函数(Switching Function).例如用 A 表示是否有空闲时间，B 表示是否有电影票，Y 表示是否去看电影，则逻辑函数 $Y = f(A, B)$，表达了

是否有空闲时间、是否有电影票(两个逻辑条件)以及是否去看电影(逻辑结论)这三者的逻辑关系. 在这里,逻辑条件 A、B 是输入变量,逻辑结论 Y 是输出变量.

很明显,在这个逻辑函数中,只有当 A 和 B 都为"真"的时候,Y 才是"真",而其余情况下 Y 都是"假". 若将这个逻辑关系用表格的形式表达出来,则如表 1-1 所示.

表 1-1　看电影问题的逻辑真值表

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

由于这个逻辑函数具有两个输入变量 A、B,每个输入变量均有两种取值可能,所以这个表格具有 $2 \times 2 = 4$ 行,包括了输入变量所有可能的组合. 通常对于有 n 个输入变量的逻辑函数,应该有 2^n 种可能的输入组合,所以列出含 n 个输入变量的逻辑函数逻辑值的表格应有 2^n 行. 这样逐一列出逻辑函数逻辑值的表格,称为该逻辑函数的真值表(Truth Table). 一般而言,一个逻辑函数总可以用一个真值表来表示.

同在普通代数中的情况类似,对于两个逻辑函数,我们可以通过比较这两个逻辑函数的值来确定它们之间的关系.

如果两个逻辑函数 $F(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 和 $G(x_1, x_2, \cdots, x_n)$,对于输入变量 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的任意取值,其输出逻辑值都相等,换言之,它们的真值表相同,则这两个逻辑函数相等. 否则它们不相等.

由于逻辑函数的值仅有 0 和 1 两种可能,所以两个不相等的逻辑函数之间可能发生下列情形:两个逻辑函数 $F(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 和 $G(x_1, x_2, \cdots, x_n)$,对于输入变量 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的任意取值,其输出逻辑值都相反. 或者说在它们的真值表中,相同输入变量组合所对应的输出逻辑状态都相反. 这样的两个逻辑函数互为反函数. 例如对于上述看电影问题,表 1-2 表示的逻辑函数即为其反函数.

表 1-2　看电影问题的反函数的逻辑真值表

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

1.1.2 基本逻辑运算

在逻辑代数中，逻辑变量之间的运算称为逻辑运算. 基本的逻辑运算有 3 种：逻辑与(AND)、逻辑或(OR)、逻辑非(NOT).

逻辑与、逻辑或运算都是对两个输入变量进行的运算. 逻辑与的运算符号为"·"，逻辑或的运算符号为"+". 例如两个逻辑变量 A、B 的逻辑与运算记为 $A \cdot B$，它们的逻辑或运算记为 $A+B$. 同普通代数中的乘法记号一样，在不引起误解的情况下，$A \cdot B$ 可简记为 AB.

逻辑与的定义是：只有参与运算的所有输入变量都为"真"，运算结果才为"真"；反之，只要任一参与运算的输入变量为"假"，运算结果即为"假".

逻辑或的定义是：只要任一参与运算的输入变量为"真"，运算结果即为"真"；反之，只有参与运算的所有输入变量都为"假"，运算结果才为"假".

根据上述定义，不难列出这两种逻辑运算的真值表如表 1-3.

表 1-3 "与"和"或"运算的逻辑真值表

A	B	$A \cdot B$	$A+B$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

逻辑非运算也称为取反运算，是对单个逻辑变量进行的运算，其逻辑符号为"—". 例如对逻辑变量 A 进行逻辑非运算记为$\overline{A}$.

逻辑非的定义是：运算结果是输入变量的相反值，即逻辑否定.

根据逻辑非的定义，可列出其真值表如表 1-4.

表 1-4 "非"运算的逻辑真值表

A	$\overline{A}$
0	1
1	0

在这 3 种基本运算中，逻辑非的优先级最高，逻辑与的优先级其次，逻辑或的优先级最低. 可以用加括号的方法来改变运算顺序. 当一个"与"或者"或"运算在整个"非"符号以下时，在不引起误解的情况下可省略括号. 例如 $Y=\overline{A+B}$ 表示先进行 A、B 的"或"运算，再将结果进行"非"运算.

由于逻辑与运算和逻辑或运算的书写符号和乘号、加号相同，习惯上也常常把逻辑与运算称为逻辑乘，运算结果称为逻辑积；把逻辑或运算称为逻辑加，运算结果称为逻辑和. 但必须注意，它们代表的是逻辑代数中的逻辑运算，与普通代数运

算是完全不同的.这一点千万不能混淆.

1.1.3 常用的复合逻辑运算

除了以上3种基本运算外,还有一些常用的复合运算.它们是:

(1) **与非(NAND)运算** $Y=\overline{AB}$

与非运算是两个变量先进行“与”运算,运算结果再进行“非”运算.需注意其表达式同 $Y=\overline{A}\,\overline{B}$ 的区别,后者表示先对变量进行“非”运算,再进行“与”运算.

(2) **或非(NOR)运算** $Y=\overline{A+B}$

或非运算是两个变量先进行“或”运算,运算结果再进行“非”运算.

(3) **异或(XOR)运算** $Y=A\oplus B$

异或运算的定义是:当两个输入变量相同(都为“真”或都为“假”)时,输出变量为“假”;而两个输入变量相异时,输出变量为“真”.

(4) **同或(XNOR)运算** $Y=A\odot B$

将“异或”的结果进行“非”运算,可以得到另一个复合运算:$Y=\overline{A\oplus B}$,称为“异或非”运算.“异或非”运算有时也称“同或”运算,记为 $Y=A\odot B$.

同或运算的定义是:当两个输入变量相同(都为“真”或都为“假”)时,输出变量为“真”;而两个输入变量相异时,输出变量为“假”.

“异或”、“异或非”运算也可以用“与”、“或”、“非”这3种基本运算的组合来表达.例如:

$$Y=A\oplus B=\overline{A}B+A\overline{B};\ Y=A\odot B=\overline{\overline{A}B+A\overline{B}}$$

要证明上述逻辑表达式的正确性,可以采用穷举法,即将逻辑变量的所有取值组合代入上述逻辑表达式来进行.例如,将 $A=1$, $B=1$ 代入上述异或运算的表达式,则有

$$\overline{A}B=\overline{1}\cdot 1=0\cdot 1=0,\ A\overline{B}=1\cdot\overline{1}=1\cdot 0=0,\ \therefore Y=0+0=0$$

再将 $A=0$, $B=0$; $A=1$, $B=0$ 以及 $A=0$, $B=1$ 分别代入,可以证明上述表达式符合异或运算的定义.同或运算的表达式也可用穷举法得到证明.

这些常用的复合运算的运算结果如表1-5所示.

任何一个逻辑问题,总可以用上述3种基本运算或它们的复合运算相组合的表达式来描述,称为该逻辑问题的逻辑表达式,简称为逻辑式.例如,前面1.1.1节中所说的看电影问题,根据它的真值表,可以知道它的逻辑表达式为 $Y=AB$.

表 1-5　复合运算的逻辑真值表

A	B	$\overline{AB}$	$\overline{A+B}$	$A\oplus B$	$A\odot B$
0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1

1.1.4　逻辑图

前面已经讨论了逻辑函数的两种表示形式：逻辑式和真值表. 其实，逻辑函数还有另外两种表示方式，它们是逻辑图和卡诺图. 关于卡诺图，将在稍后讨论，本节先介绍逻辑图.

逻辑图是用图形方式来描述逻辑关系. 对于上面介绍的 3 种基本逻辑运算和 4 种复合逻辑运算，可用相应的逻辑符号表示，它们的逻辑符号如图 1-1 所示.

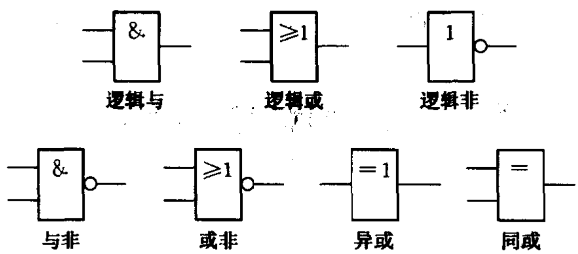

图 1-1　基本逻辑函数和常用复合逻辑函数的逻辑符号

按照国家标准 GB4728.12-85 规定，所有逻辑符号均由方框（或方框的组合）和标注在方框内的总限定符号组成. 一般情况下，输入信号画在方框的左侧或上面，输出信号画在方框的右侧或下面. 总限定符号表示了该逻辑符号的输出同输入之间的逻辑关系. 例如，逻辑与的总限定符号为“&”，表示当输入信号全部为“1”时输出信号为“1”；逻辑或的总限定符号为“$\geqslant 1$”，表示有一个或一个以上的输入信号为“1”时输出信号为“1”. 同样，我们可以理解其他几个总限定符号的意义：逻辑异或的总限定符号“$=1$”，表示在两个输入信号中有一个为“1”时，输出为“1”；逻辑同或的总限定符号“=”，表示两个输入信号相等时，输出为“1”.

逻辑“非”以一个小圈表示，可以加在输入端，也可以加在输出端. 注意逻辑符号中的总限定符号只对逻辑符号方框内部的逻辑信号有效，所以，逻辑“非”信号加圈表示逻辑符号方框内部和方框外部的逻辑状态相反. 根据这一点就不难理解“与

非"和"或非"的逻辑符号了.

如需对国家标准 GB4728.12-85 进一步了解，可以参阅附录 2.

将一个逻辑函数中各变量之间的运算关系用相应的逻辑符号表示出来，就构成这个逻辑函数的逻辑图. 图 1-2 就是一个逻辑图的例子.

若将逻辑图中的逻辑符号更换成相应的逻辑电路器件，并将它们的输入端、输出端按图联接，即可得到实际的电路装置图. 因此逻辑图也常被称为电路图.

上述几种逻辑函数的表示方式，可以相互转换. 逻辑式到逻辑图、逻辑式到真值表的转换已在前面讲过. 逻辑图到逻辑式的转换，只要按逻辑图逐项写出逻辑关系也不难得到. 至于从真值表到逻辑式的转换，将在后面讲述.

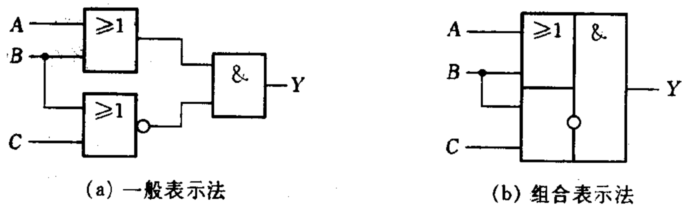

图 1-2 逻辑函数 $Y=(A+B)(\overline{B+C})$ 的逻辑图

§1.2 逻辑代数的基本定理

1.2.1 基本公式

与普通代数一样，逻辑代数也从一些最基本的原理开始演绎. 下面给出逻辑代数的基本公式，即布尔恒等式.

(1) 0-1 律	$A\cdot 1=A$,	$A+0=A$	(1.1)
	$A\cdot 0=0$,	$A+1=1$	(1.2)
(2) 等幂律	$A\cdot A=A$,	$A+A=A$	(1.3)
(3) 互补律	$A\cdot\overline{A}=0$,	$A+\overline{A}=1$	(1.4)
(4) 自反律	$\overline{\overline{A}}=A$		(1.5)
(5) 交换律	$AB=BA$,	$A+B=B+A$	(1.6)
(6) 结合律	$A(BC)=(AB)C$,	$A+(B+C)=(A+B)+C$	(1.7)
(7) 分配律	$A(B+C)=AB+AC$,	$A+BC=(A+B)(A+C)$	(1.8)
(8) 反演律	$\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$,	$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$	(1.9)

这些基本逻辑公式可以根据集合理论加以证明,也可以采用穷举法进行验证:分别令逻辑式中的逻辑变量为 1 和 0,然后根据逻辑运算的定义,验证在所有输入组合的情况下,等式两边始终相等.

值得注意的是,这些定律都成对出现.其中交换律、结合律和分配律同普通代数中的类似定律很相像,但也有明显区别.如在分配律中右边的形式就是普通代数所没有的.

上述定律中最著名的是反演律.反演律由与布尔同时代的英国科学家德·摩根(De Morgan)发现,所以又称德·摩根定理.以下是对反演律的证明.

令 $F = AB$, $G = \overline{A} + \overline{B}$, 由分配律有

$$F + G = AB + (\overline{A} + \overline{B}) = (A + \overline{A} + \overline{B})(B + \overline{A} + \overline{B}) = 1$$
$$FG = AB(\overline{A} + \overline{B}) = AB\,\overline{A} + AB\,\overline{B} = 0$$

由互补律,有 $\overline{F} = G$,即$\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$.

在逻辑函数的变换中经常要用到反演律.利用反演律,可以用"与"运算替代"或"运算,反之亦然.这在具体构成电路时往往很有用.图 1-3 用逻辑图描述了反演律.

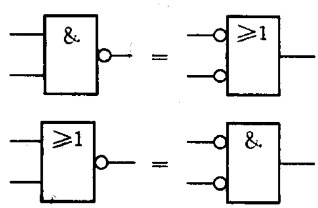

图 1-3　反演律的逻辑图描述

可以用以上定律证明,只要用一种形式的电路("与非"或者"或非"),就可以完成所有的逻辑功能.例如:

利用等幂律,将"与非"电路的两个输入并联,可以构成"非"电路.

利用自反律,将"与非"电路的输出用"非"电路取反,可以构成"与"电路.

将反演律改写成 $A + B = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$,可以用"与非"电路构成"或"电路:将"与非"电路的两个输入取反,再进行与非操作就得到了"或"电路.

这样,由单一的"与非"电路可以构成"与"、"或"、"非"3 种基本逻辑运算,可以构成一个完备操作集.

同样可以证明用单一的"或非"电路也可以构成一个完备操作集.

用单一的电路构成完备操作集在具体的电路设计上很有意义,因为这意味着可以用较少的电路种类完成所有的逻辑功能.

1.2.2　其他常用逻辑恒等式

除了上述的逻辑公式外,还有一些常用的逻辑恒等式如下: