

MINERAL CRUSHING AND GRINDING CIRCUITS
Their Simulation, Optimisation, Design and Control

A.J.Lynch

根据ELSEVIER SCIENTIFIC PUBLISHING COMPANY

Amsterdam – Oxford – New York 1977 版翻译

彭 健

杨莉茵 叶贻坚 胡亦芳

雷启石 何 蓉 张文泉

冶金工业部冀东黑色冶金矿山设计研究院

主编:

A.J.林奇

澳大利亚昆士兰州布里斯班鸠勒斯克鲁什尼特矿物研究中心，
昆士兰大学矿冶工程系

撰稿:

P.D.布什, G.A.高特, M.J.勒斯, R.D.莫里森, T.C.拉奥, G.G.斯坦赖,
G.W.渥特尔, W.J.惠登, R.L.维格尔

实例研究单位:

亚利桑那美国冶炼精炼公司银铃选厂；
巴布亚新几内亚布干维尔铜有限公司；
昆士兰芒特艾萨矿山有限公司；
新南威尔士新布罗肯希尔联合有限公司；
亚利桑那塞浦鲁斯·皮马采矿公司；
塔斯马尼亚瑞尼森有限公司。

前　　言

昆士兰鸠勒斯克鲁什尼特矿物研究中心从事矿物破碎与磨碎回路数学模拟以及自动控制的研究已有多年。虽然大量的研究工作仍在进行，但对专题的了解认为已经达到可以发表实用专论的程度。

这部专论着重于工业设备与工业回路的模拟及其控制。多少有些令人担心的是我武断地把论述局限于仅仅涉及理解模拟和控制而需要的破磨、分离和物料平衡方面的理论。全面论述这一专题当然需要更长的专论，不过文献目录援引了进一步阐述这一领域的参考资料。

介绍的顺序遵循过去十年中为研究生、大学生、冶炼人员和科研人员拟定的几部讲座丛书的顺序。用大量的数字例题说明所论述的模型。所以要这样做是因为在利用模型进行计算之前对其理解并不普及。

粉碎的一个主要任务就是为选矿解离矿物，因此对矿物的解离模型做了论述。由于前面提到的原因，所以对解离模型的论述也受到了限制。

赖以基础的大量著述是由昆士兰大学、同时也隶属于鸠勒斯克鲁什尼特矿物研究中心的高级学位应试者作为论文而撰写的。他们的著述具有极高的质量。故此能有机会和他们一道工作使我感到荣幸。这些论文均列于参考资料中。

在这部专论中，要说明所引入概念的实际应用，实例研究是很重要的。所论述的实例研究包括几种不同的磨碎回路。在实例研究中，除论述半自磨回路控制系统的发展外，鸠勒斯克鲁什尼特矿物研究中心于几个阶段或某个阶段参与了每项实例研究。这些工作是塞浦鲁斯·皮马采矿公司和工业原子公司共同完成的。因此我恳切地感谢这些公司对此项研究要求的及时响应。

同时也向为所有其它实例研究给以协助的单位致以谢意。每个不同的回路有其自身的问题，因此讨论为什么存在这些问题和如何解决这些问题是有价值的。

高兴的是向几年来给以不断的鼓励和财政技术支持的芒特艾萨矿山有限公司和芒特艾萨矿山持股有限公司的董事会和全体员工致以极大的谢意。其它许多公司也通过澳大利亚矿业研究有限公司支持了这项研究工作，同样对此表示谢意。这些公司有：美国冶炼精炼公司、南不罗肯希尔有限公司、布干维尔铜有限公司、布罗肯希尔控股有限公司、澳大利亚联合合金田有限公司及其子公司、澳大利亚康辛·若汀托有限公司及其子公司、澳大利亚电解锌有限公司、福克斯包若控股有限公司、芒特纽曼采矿有限公司、北布罗肯希尔有限公司、派蔻·渥勒森德控股有限公司及其子公司、塞维支河矿山公司和西部采矿有限公司。

谨向多次为原稿打字的帕巴拉·凯尔卡蒂女士和绘制全部插图，而且多数是根据草图绘制的文思·杜莱先生表示敬意和致谢。

A.J.林奇

目 录

符号意义	(1)
第一章 绪论.....	(2)
1.1 破磨回路.....	(2)
1.2 破磨设备.....	(3)
1.3 分离设备.....	(4)
1.4 回路的设计与运行.....	(4)
1.5 专论的范围.....	(5)
第二章 粉碎的理论基础.....	(6)
2.1 引言.....	(6)
2.2 能量—破磨关系.....	(6)
2.2.1 关系的一般形式.....	(6)
2.2.2 能量法的缺陷.....	(7)
2.2.3 结论.....	(7)
2.3 破裂物料粒度分布的测定.....	(8)
2.4 破裂物料粒度分布的表达.....	(10)
2.4.1 连续函数.....	(10)
2.4.2 间断函数.....	(11)
2.4.3 统计函数.....	(11)
2.5 颗粒的破裂.....	(12)
2.5.1 破裂看成是单一事件.....	(12)
2.5.2 破裂看成是多次事件的累加.....	(12)
第三章 破磨过程的数学模型.....	(13)
3.1 引言.....	(13)
3.2 矩阵模型.....	(13)
3.2.1 模型的描述.....	(13)
3.2.2 选择函数.....	(15)
3.2.3 分级函数.....	(15)
3.2.4 破裂函数.....	(16)
3.2.5 重复破裂.....	(17)
3.3 动态模型.....	(17)
3.4 连续流系统.....	(18)
3.5 理想混合模型.....	(19)

3.6 编制破磨模型的其它方法.....	(19)
数字例题.....	(20)
第四章 一些工业破磨设备的数学模型.....	(23)
4.1 圆锥破碎机.....	(23)
4.1.1 模型的形式.....	(23)
4.1.2 破裂矩阵.....	(25)
4.1.3 分级矩阵.....	(25)
4.1.4 破碎机的电流.....	(26)
4.2 棒磨机.....	(26)
4.2.1 模型的形式.....	(26)
4.2.2 破裂矩阵.....	(28)
4.2.3 分级矩阵.....	(29)
4.2.4 选择矩阵.....	(29)
4.2.5 阶段破裂矩阵.....	(29)
4.2.6 模型用于作业磨机.....	(29)
4.2.7 讨论.....	(31)
4.3 球磨机.....	(31)
4.3.1 模型的形式.....	(31)
4.3.2 模型用于作业磨机.....	(32)
4.3.3 球磨机中的混合.....	(32)
4.3.4 各种直径球磨机的特性.....	(33)
4.3.5 球磨机中矿物混合的特性.....	(33)
4.4 自磨机.....	(34)
4.4.1 模型的形式.....	(35)
4.4.2 磨机的载荷.....	(35)
4.4.3 破裂矩阵.....	(35)
4.4.4 破裂率.....	(36)
4.4.5 排矿率矩阵.....	(37)
4.4.6 半自磨机.....	(38)
数字例题.....	(38)
第五章 粒度分离的理论基础.....	(48)
5.1 引言.....	(48)
5.2 使用水力分级的粒度分离.....	(48)
5.2.1 流体中的颗粒运动.....	(48)
5.2.2 分级设备.....	(49)
5.3 水力旋流器.....	(50)
5.3.1 水力旋流器中流动的状态.....	(50)
5.3.2 水力旋流器的生产能力.....	(51)

5.3.3 效率曲线	(51)
5.3.4 d_{50} 的估计	(52)
5.3.5 短评	(54)
5.4 使用筛分的粒度分离	(55)
5.4.1 振动筛	(55)
5.4.2 楔形棒条筛	(56)
第六章 水力旋流器和筛子的数学模型	(58)
6.1 水力旋流器	(58)
6.1.1 模型的形式	(58)
6.1.2 压力—产量关系	(59)
6.1.3 水流分布	(60)
6.1.4 d_{50} (修正值)	(61)
6.1.5 折算效率曲线	(63)
6.1.6 混合矿物的特性	(64)
6.1.7 锥角与长度对旋流器性能的影响	(66)
6.1.8 摘要	(66)
6.2 筛子	(67)
6.2.1 振动筛	(68)
6.2.2 楔形棒条筛	(69)
数字例题	(70)
第七章 作业回路的数学模型	(78)
7.1 引言	(78)
7.2 物料平衡的计算	(78)
7.2.1 基于每股流束单一组份矿物分析的流率计算	(78)
7.2.2 基于多组份矿物分析的流率计算	(80)
7.2.3 基于表观物料平衡误差的最适流率计算	(81)
7.2.4 基于计算流率的数据调整	(82)
7.2.5 拉格朗日系数法	(82)
7.2.6 物料平衡方法的评述	(83)
7.2.7 加权的评述	(83)
7.3 模型参数的计算	(84)
7.3.1 通用最小二乘方法	(84)
7.3.2 多重线性回归法	(85)
7.3.3 准确度的估计	(85)
7.4 回路的模拟	(86)
数字例题	(87)
第八章 回路的模拟法设计	(94)
8.1 引言	(94)

8.1.1	破碎回路	(94)
8.1.2	磨碎回路（棒磨与球磨）	(96)
8.1.3	磨碎回路（自磨）	(97)
8.2	磨碎回路	(98)
8.2.1	引言	(98)
8.2.2	根据现有回路的数据进行设计	(98)
8.2.3	根据实验室和半工业试验的数据进行设计	(101)
8.3	破碎回路	(103)
8.4	分级回路	(107)
第九章	矿物解离的数学模型	(108)
9.1	引言	(108)
9.2	应用解离数据的分离计算	(110)
9.3	随机解离模型	(111)
9.3.1	解离和结聚颗粒的概率（粒度比大于 1）	(111)
9.3.2	解离和结聚颗粒的概率（粒度比小于 1）	(112)
9.4	随机解离模型的进一步探讨	(113)
9.5	解离模型与破磨模型的组合	(114)
数字例题		(115)
第十章	湿式磨碎回路的动态特性	(118)
10.1	引言	(118)
10.2	棒磨—球磨回路	(118)
10.2.1	棒磨，对给矿率变化的反应	(119)
10.2.2	溢流型球磨机—水力旋流器，对给矿率变化的反应	(120)
10.2.3	溢流型球磨机—水力旋流器，对给水率变化的反应	(120)
10.2.4	格子型球磨机—水力旋流器，对给水率变化的反应	(121)
10.2.5	回路控制的结论	(122)
10.3	岩磨—砾磨回路	(122)
10.3.1	岩磨机，对粉矿给矿率变化的反应	(123)
10.3.2	岩磨机，对岩磨机功率给定值变化的反应	(123)
10.3.3	砾磨机，对砾磨机功率给定值变化的反应	(123)
10.3.4	砾磨机，对给水率变化的反应	(123)
10.3.5	回路控制的结论	(124)
第十一章	湿式磨碎回路的控制	(125)
11.1	控制任务	(125)
11.2	干扰类型	(127)
11.3	传感方法	(128)
11.4	球磨机—水力旋流器回路的控制系统	(129)
11.4.1	回路的实际限制	(129)

11.4.2	基于分级设备给矿浓度的控制系统	(129)
11.4.3	基于粒度传感器的控制系统	(131)
11.4.4	综合控制系统	(131)
11.4.5	球磨机—水力旋流器回路中变速泵的控制	(132)
11.5	自磨回路的控制	(132)
11.6	回路控制使用的数字计算机	(133)
11.6.1	矿石比重或硬度变化的检测	(134)
第十二章	破碎回路的控制	(135)
12.1	控制任务	(135)
12.2	干扰类型	(136)
12.3	传感方法	(136)
12.4	回路的实际限制	(137)
12.5	操作变量的影响	(138)
12.6	破碎与筛分回路的控制系统	(139)
12.6.1	基于破碎机固定窄边排矿口的控制系统	(140)
12.6.2	基于破碎机可变窄边排矿口的控制系统	(141)
12.6.3	控制矿仓给矿率的级联回路	(142)
第十三章	自动控制系统各种用途的实例研究	(143)
13.1	引言	(143)
13.2	瑞尼森有限公司的球磨机—楔形棒条筛回路	(143)
13.3	芒特艾萨矿山有限公司的棒磨机、球磨机—水力旋流器回路	(147)
13.4	布干维尔铜有限公司的大型球磨机—水力旋流器回路	(152)
13.5	新布罗肯希尔联合有限公司的棒磨、球磨—耙式分级机回路	(156)
13.6	美国冶炼精炼公司银铃厂的格子型球磨机—水力旋流器回路	(161)
13.7	塞浦鲁斯皮马采矿公司的半自磨机、球磨机—水力旋流器回路	(164)
13.8	芒特艾萨矿山有限公司的破碎控制系统	(171)
附录 1.	广义曲线拟合问题	(175)
附录 2.	粉碎机械的原理	(177)
参考文献		(181)

符 号 意 义

文章中常用符号的意义如下。其它符号的意义则在文章中加以说明。

破磨:

- f , p** 当用 $n \times 1$ 表示破磨过程时，过程的给矿粒度分布和产品粒度分布
X 描述破磨设备内破裂过程的 $n \times n$ 矩阵
S 破裂函数的选择或概率， $n \times n$ 对角矩阵
C 粒度应变扩散函数的分类， $n \times n$ 对角矩阵
B 破裂函数， $n \times n$ 下三角形矩阵，常常是一个阶梯矩阵
I 单位矩阵
v 矩阵模型中破裂事件的数目或破裂阶段的数目
F 设备的给矿率
A 理想混合模型中的状态函数；近乎与矩阵模型中的B对称
R 理想混合模型中的破裂率函数；近乎与矩阵模型中的S对称
D 理想混合模型中的排矿率函数；近乎与矩阵模型中的C对称
s 设备载荷的粒度分布

分离:

- Q** 水力旋流器的体积产率；单位：公升/分
P 水力旋流器的操作压力；单位：千帕
Inlet, VF, SFig 水力旋流器给料口和排料口（旋涡溢流管和锥接口）的直径；
单位：厘米
FPS, FPW 水力旋流器给料矿浆中的百分固体和百分水（重量比）
WOF, WF 水力旋流器溢流（细粒产品）和给料中的水质量流率；
单位：吨/小时

第一章 緒論

在把原料变成最终产品的许多加工处理中，破磨是一个很重要的步骤。采石、冶金和水泥等工业广泛地应用大规模破磨加工，就是涂料、食品和药物等许多中间工业也在某些阶段会遇到破磨加工。仅在矿物加工方面，七十年代初经过破碎和磨碎加工的矿石量年平均就接近于 2500×10^6 吨。即便如此，它与未来的要求相比仍感不足。

在未来的年代里，金属和矿物的生产会有很大的增长；提及铜就能说明这个问题。多年来，铜的年平均增长率已达4.45%，一九七一年，由矿石生产的铜为 6.3×10^6 吨。如果这一增长率继续下去，那么铜的需求量在2000年会接近 24×10^6 吨。由于铜的利用更为有效和用其它材料进行取代，增长率不可能持续下去。利用其它生产来源可以满足一些需要，如利用废渣回收和现场滤取等。但是，最少大概要用矿石生产约 12×10^6 吨，这就需要进行细磨和浮选。1971年加工的铜矿石大约为 300×10^6 吨。由于在2000年所加工矿石的平均品位要比1971年的平均品位低，所以在2000年矿石的加工量保守地估计也要达 750×10^6 吨。目前在世界各地拥有几座日产能为 $50 \sim 100 \times 10^3$ 吨的选厂；预期到2000年，日产能超过 250×10^3 吨的选厂会是常见的。发展和改进由矿石中提炼金属的全新方法可能会改变这种局面，然而这是不大可能的，尤其是在近二十五年内。

上述关系到选厂能力的论据也适合于其它矿物；例如，已公布的钢铁增长率为6%，铝为8%。尽管用于提炼上述金属的铁矿石和铝矾土的品位会保持相当稳定，但仍需要

大幅度地提高破磨能力。

因此，必须认识到做为个体作业的破磨加工显得日趋重要。

1.1 破磨回路

破磨固体颗粒的目的是：

(1) 在入选之前使有用矿物与脉石解离，例如用浮选处理金属矿石时；

(2) 增加适宜化学反应的表面积，例如在回转窑中石灰石与硅及其它矿物的化学反应；

(3) 生产符合粒度和形状要求的矿物颗粒和碎石。

就入选前的破磨而言，必须达到的破裂程度取决于共生体的细度和有用颗粒的“自然粒度”。不同矿石中同类矿物的自然粒度会有很大的变化（矿石自然粒度照片不清删掉了原图1—1——译者）。

通常破磨过程包括如图1—1所示的若干串联阶段。

在粉碎回路中一般都包括有选别设备；一旦颗粒达到解离，选别设备或是防止有用颗粒“过磨”或是从粉碎回路中剔出脉石颗粒。防止过磨的重要性在于选别过程的效率随粒度的变化而有很大变化，如图1—2所示；以及当以尽可能粗的粒度从回路中剔出颗粒时必然会节省磨碎费用。图1—1所示的流程表明如何在粒度粗和为防止其它颗粒过磨而只对部分解离慢浮颗粒进一步破碎的情况下能用浮选萃取颗粒的方法。铁燧岩(磁铁石英岩)的流程示于图1—3，从该流程剔

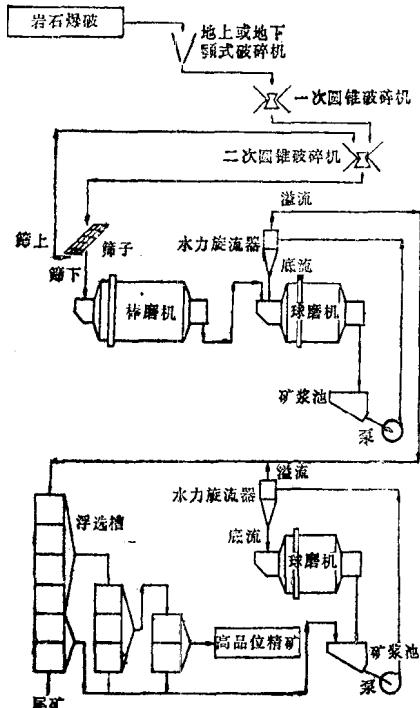


图 1—1 典型破磨与选别流程

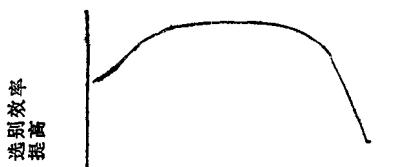


图 1—2 作为粒度函数的选别过
程效率

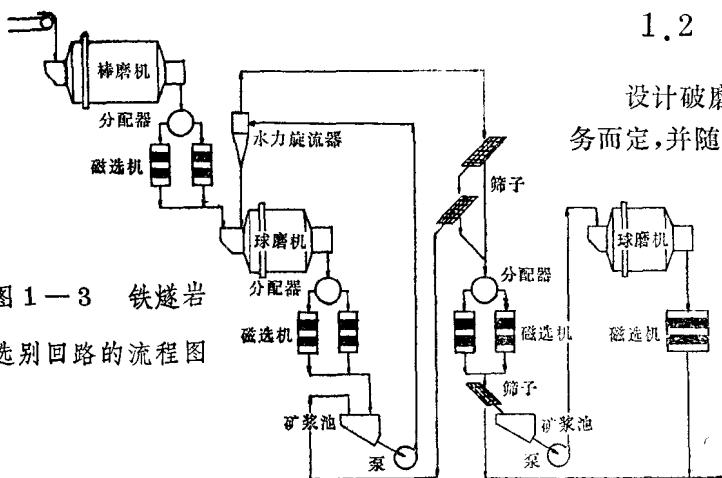


图 1—3 铁燧岩
选别回路的流程图

只有每台磁选机的精矿准备进一步处理，尾矿则剔出回路。

出尽可能粗的颗粒。

破磨回路的另一目的是生产符合粒度要求的颗粒，例如水泥或筑路用的团粒。供高炉给料的铁矿石破碎可以归入这一类，因为破碎车间距离高炉一般有很大一段距离，而且作业是相互独立的。图 1—4 示出一个铁矿石破碎回路的简化流程图。

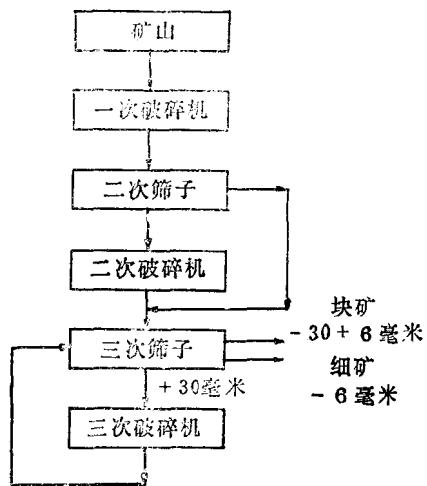


图 1—4 典型铁矿石破碎流程图

破磨回路使用的设备简述如下。

1.2 破磨设备

设计破磨设备必须根据它所要完成的任务而定，并随平均粒度的大小而变。当粒度大时，单位矿石质量的颗粒数量相对地要少，破裂每个颗粒所需的能要大。而当粒度小时，单位矿石质量的颗粒数量就要多，破裂每个颗粒所需的能也要小。因此，一般地说，适于破裂大颗粒的设备必然不适于破裂小颗粒。

图 1—5 中的颚式破碎机和圆锥破碎机用于破裂颗粒直径大于 3 厘米的岩石。图 1—6 中的棒磨机和球磨机用于破裂更小的颗粒。破磨设备的能耗与颗粒的硬度、初始粒度和要达到的破磨程度有关。

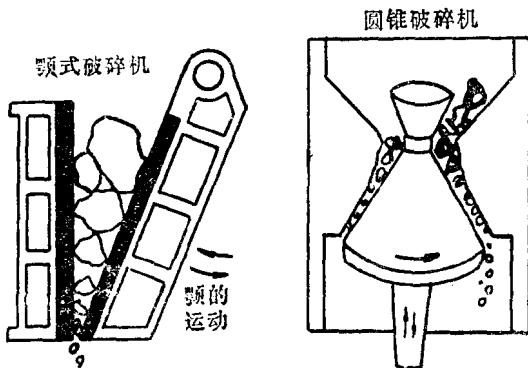


图 1—5 颚式破碎机和圆锥破碎机

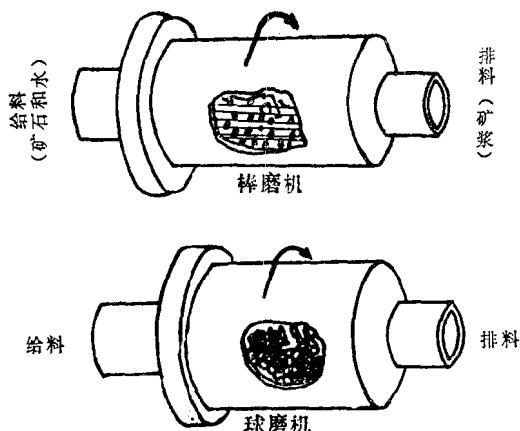


图 1—6 棒磨机和球磨机

1.3 分离设备

根据要分离颗粒的粒度使用不同类型的设备。图 1—7 中的振动筛可用于分离直径 0.25 厘米以上的颗粒，低于此值筛分的效率就不高。分离过程是基于颗粒在流体中沉降速度的差别。通常称之为分级。

在重力作用下，颗粒于流体中沉降时受到阻力，当阻力等于颗粒的有效重量时，颗

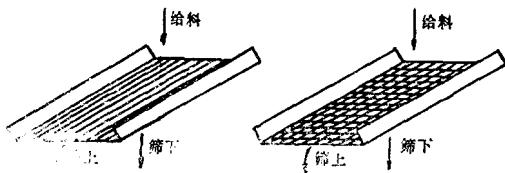


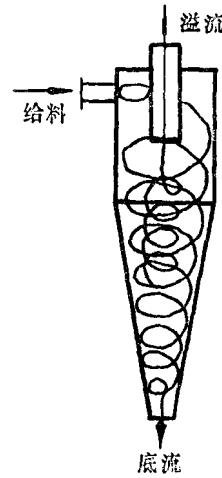
图 1—7 棒条筛和编网筛

粒达到最大速度—极限沉降速度。极限速度与粒度和浓度有关。如果在所分离颗粒的诸极限速度之间，流体向上有一个中值速度，那就可以将颗粒分成顺流运动的颗粒和逆流运动的颗粒。这就是利用水力分级分离颗粒的基础。

图 1—8 示出了利用重力作为分离力的分级机作业。图 1—9 示出了利用离心力作为分离力的水力旋流器作业。



1—8 耙式分级机



1—9 水力旋流器

(厂区各种布置照片不清删掉了原图 1—11 至 1—15——译者)

1.4 回路的设计与运行

使破磨回路的效率达到最高的问题可能

发生于下述三个阶段：

(1) 设计阶段，必须根据加工设备的型式、数量和大小选择最佳破碎流程；

(2) 运行阶段，必须为回路处于离线时的那些可变变量选择正确值，但处于在线时这些变量则为定值，例如旋流器进料口的直径和旋涡溢流管的直径；

(3) 连续运行阶段，必须补偿回路给矿的变化，否则回路产品就要出现所不希望的变化。

前两个问题由最佳化来考虑，即从若干可能方案中进行最好的选择，最后一个问题则由控制来考虑。

考虑最佳化问题时，所引起的一些典型问题有：

(1) 在破碎回路中，当改变筛孔、破碎机排矿口、给矿率或给矿粒度时，给矿与产品粒度间的关系如何？

(2) 在棒磨机或球磨机回路中，当改变得给矿率或给矿粒度或者分级条件时，给矿粒度和产品粒度的关系如何？

(3) 在装有数台磨机和分级机的回路中，最佳流程如何？

(4) 对同一生产任务而言，使用一台大型设备比使用两台小型设备的效率如何？

大概解决最佳化问题的最好办法是用模拟来研究可行方案。“模拟”意味着“模仿”或“类拟”，根据这种见解，作为有意义的表示方法考虑模拟是用数学模型。为使磨碎回路性能最佳化而采用模拟方法的理由是它比经验方法能更快、更省和更准确地提供要用的适宜数学模型。从理论上讲，模型应该包括描述矿石和设备单值物理性能的各

种参数，但是因为过程的物理现象是复杂的，所以不能做到这一点。只有在最简单的过程中才能阐明关于矿石变成产品这一事件的物理过程，例如，创造和控制筒式冲击碎矿机处理单层相同颗粒的条件以使碎块重碎不经过初碎。破碎机的事件过程是复杂的。对筒式磨机和振动磨机只是定性地了解给矿变成产品这一事件。因此，还不能用全面而确切的方法写出包括全部物理因素的过程模型。不能完全按照最初的原理研制模型。

然而，由于给矿特性、操作变量和设计变量是已知的，所以只要能预测产品的特性，不太准确的过程模型用于过程模拟已足够了。本书论述了若干研究过的模型。

上面提到的第三个问题涉及在连续基础上的作业回路控制，因此，不管进入回路的矿石如何变化还是处理设备的物理条件如何改变，产品的特性仍要保持或接近所要求的特性。如果要获得优良的回路性能，仅仅依靠手动方式使回路作业的控制有效是比较困难的，而需要某些自动控制手段。在研制和评价一些可能的控制方案时，利用数学模型的回路作业动态模拟是很有用的。

1.5 专论的范围

本书的第一部分涉及过程模型的研制，第二部分涉及使用数字计算机的工业破磨回路模拟，第三部分涉及这些回路的自动控制。另外一些章节用于提供有用的背景资料。例如，在第二章中简述了能量—破磨关系；在第五章中论述了流体中的颗粒运动，这点在水力分级中占有重要的位置。

第二章 粉碎的理论基础

2.1 引言

近一个世纪来，根据磨机作业期间耗用的能量，研究了破磨过程。这是一个合乎逻辑的起点，因为破磨是构成矿石处理大部分费用的因素，而且消耗的能量是破磨的主要成本。作业的经济因素比其它任何因素对研究基础的影响都大。

同时，冶金工作者更对减少成本感兴趣，目前他们正以各种方法探讨这个问题。首先是研究破磨过程本身，其次是建立与操作变量有关的数学关系。

本章讨论这两项研究的各种情况。

2.2 能量—破磨关系

2.2.1 关系的一般形式

针对了解粉碎过程的早期研究涉及到磨机耗用能量与耗用此能量的破磨量之间的关系。破磨是作为下述物理量的函数而加以研究的：

- (a) 所生成颗粒的新表面积；
- (b) 碎裂物料的体积；
- (c) 产品颗粒的直径。

实验观察表明，在破磨过程中，产生的微小粒度变化与颗粒单位重量的能耗成比例；导致同一相对粒度变化所需的能量与初始颗粒粒度的某些函数成反比。能量与破裂之间的关系可用下式表达：

$$dE = -K \cdot dx / x^n \quad (2-1)$$

不同的作者对这种关系做了不同的解

释。例如，里廷格尔（1867）认为所生成的新表面积与所耗用的能成比例并可以指出，对某一给定直径的球形颗粒而言，其单位重量的表面积与其直径成反比^[129]。基克（1885）认为在不考虑原始粒度的情况下，对单位质量的恒定能量输入而言，相对体积减小是相同的^[77]。用1.0和2.0代入n并求微分方程的积分，即可由方程2-1导出上述两种关系，方程的结果如下：

(1) 基克方程：

$$E = K \cdot \ln(x_1/x_2) \quad (2-2)$$

(2) 里廷格尔方程

$$E = K \cdot (1/x_2 - 1/x_1) \quad (2-3)$$

邦德（1952）推导的第三个关系式如下

^[16]:

$$E = 2 \cdot K \cdot (1/\sqrt{x_2} - 1/\sqrt{x_1}) \quad (2-4)$$

它可以用1.5代入x的幂指数组出。邦德定义该方程中的比例常数为“功指数”。目前认为它是颗粒粒度的函数。胡基（1961）提出了能量—破磨关系的一般形式^[68]

$$dE = -K \cdot dx / x^{f(x)} \quad (2-5)$$

与关系式2-1相比它更好地说明了所需能量对颗粒粒度的依从关系。该方程指出基克和里廷格尔方程的比例常数也会随颗粒的粒度而变。

对基克和里廷格尔年代的假说，在其发表后引起了很大的争论。有些学者力求导致既满足这一方又满足那一方。1952年当邦德发表其“第三理论”时，争论高涨起来了。邦德的能量—颗粒粒度理论可以看成是总集大量工业和实验室所得结果的一种经验方

法，因此，对于已知的物料和设备来说，利用“功指数”进行某种程度的归纳和插入是合理的。

曾经发表了许多有关研究能量一破磨关系的文章(查理斯,1957;舒曼,1960)[30,134]。为了明确这些关系，对各种方法的确切性作了比较和评论(奥斯汀与克利姆派尔,1964;哈里斯,1966)[80,61]。一般地说，所推荐的关系式仅在特定条件下的有限参数范围内是正确的。但是，在破裂颗粒粒度减小而等量颗粒破磨所需的能量增加这一点上，却是正确的。上述提及的各种假说可与观测的能量一粒度关系加以比较，如图2—1所示(胡基,1961)[68]。

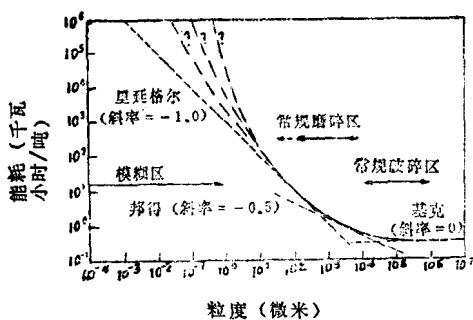


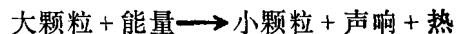
图 2—1 粉碎过程中，能量输入与颗粒粒度之间的关系曲线(胡基, 1961)

2.2.2 能量法的缺陷

初看起来，将能量输入当作磨碎系统的函数来考虑是很引人注意的，然而它比最初的理解要复杂得多。并非用于筒式磨机的全部能量都消耗在颗粒的破裂方面，磨机的功率消耗几乎与破裂的影响无关。最好将转动中的球磨机看成是一个不平衡的飞轮。在只有干的滚动介质转动而作无用功时，磨机才达到最大的不平衡。在这种条件下，需要最大的功率来保持其转动。当有矿浆给入磨机时，磨机趋向平衡，需要的磨机驱动功率下降。当改变给入磨机的给矿率时，虽然发生

的破裂量可能有显著的变化，但是驱动磨机需要的功率却变化不大。

大量的能以摩擦和声响的形式消耗在驱动磨机的传动装置中，这些损失是可以测出的；在磨机本身内部也存在能量损耗，而这些损耗则不好估计。这些损耗包括颗粒摩擦而不碎裂产生的能量损失，颗粒的动能和位能损失，颗粒的弹性和塑性变形以及生成声响等。当存在适当的破裂条件时，颗粒的弹性和塑性变形可能影响也可能不影响破裂所需的能量。以热形式耗散的许多损失在颗粒破裂方面不起任何作用。但是作为破裂过程不可避免的付产，在输入能转换成另一种形式的能时，它却是非常有可能的。在任何破作业过程中，产生声响和热可能是不可避免的，其关系表示为：



假定这点属实，则勿需准确到从破裂过程的总能量中减去所生成的全部声响与热能，以便求得一个净能值。比克(1964)利用0.6%作为在“理论”破磨中使用的输入能量[12]。奥斯汀(1964)提出小于3%的值作为用于这一目的的总能量比率[5]。一般认为实际破作业的能耗比总能耗要低。由于对筒式磨机内部能量平衡理解得不充分，所以对这类磨机不可能求出说得上准确的数值。

2.2.3 结论

最好把粉碎作为磨机的物理过程结果来考虑。这一物理过程要消耗能，而破磨则是能消耗的间接结果。一般认为能量一破磨关系并不适合定义破磨过程。磨机的给矿和产品之间的关系是一种必要手段，它可以更为直接地求出。固体给料率、磨机尺寸和磨机转速等操作变量对此关系的影响是需要了解的因素。

在任何破磨的定量讨论中，主要的关键

参数是粒度分布。因此本章简要地介绍了测量和表达粒度分布的方法，以便为第三章详细讨论给矿粒度—产品粒度关系提供基础资料。

2.3 破裂物料粒度分布的测定

形状不规则的颗粒具有特异的大小，其粒度通常以球体的直径来表示，而此球体在若干规定的特性方面与该颗粒等值。奥伦（1968）提出下列若干基于等值球体的颗粒粒度定义^[1]。

1. 表面直径 d_s : 具有与颗粒表面积相同值的球体的直径；

2. 体积直径 d_v : 具有与颗粒体积相同值的球体的直径；

3. 投影面积直径 d_a : 在垂直于静止面的方向，具有与颗粒投影面积相同值的球体的直径；

4. 投影圆周直径 d_p : 在垂直于静止面的方向，具有与颗粒投影圆周相同值的球体的直径；

5. 阻力直径 d_d : 在粘度相同的流体中，当速度相同时，具有与颗粒运动阻力相同值的球体的直径；

6. 自由降落直径 d_f : 在密度和粘度相同的流体中，具有与颗粒密度和自由降落速度相同值的球体的直径；

7. 思托克斯直径 d_{st} : $R_e = 0.2$ 层流

中的自由降落直径， $d_{st} = (d_v^3/d_d)^{1/2}$ ；

8. 筛分直径 d_A : 颗粒要通过之最小筛孔宽度；

9. 体积表面积比直径 d_{vs} : 具有与颗粒体积表面积比相同值的球体的直径 $d_{vs} = d_v^3/d_s^2$ 。

除此之外，还有两个统计直径，即马丁直径 M 和菲芮特直径 F 。它们分别为投影面积直径 d_a 和投影圆周直径 d_p 的统计当量。

就不规则的粒度而言，被测粒度通常取决于测量方法。例如沉降分析与淘洗分析用思托克斯直径 d_{st} 表示，筛析提供筛分直径 d_A ，而显微镜则可以得出表面积、投影面积和投影圆周等直径以及马氏和菲氏直径。选用的颗粒分级装置应能测出颗粒的若干尺寸，这在处理颗粒的过程中是很重要的。可能会出现不同测量方法影响不同处理设备的问题，象闭路磨碎回路中的球磨机和水力旋流器。

然而正象奥伦（1968）指出的，等值球体的各种直径之间能够相互有关连^[1]。对由同一来源或用相同方法生产的任何物料而言，清楚地发现，上述任何一对直径的比值在很宽的粒度范围内是一个常量。这就能得到多种方法分析的相关性和对仪表所得的结果进行比较。

在确定某个粒度分布时，一般情况本专论准备使用常规的筛析粒度。表 2—1 示出常见的筛析粒度。

一些试验筛的筛孔尺寸

表 2—1

泰 勒 筛			英 国 标 准 筛		
网目	筛 孔 径 (吋)	孔 径 (毫米)	网目	筛 孔 径 (吋)	孔 径 (毫米)
	2.968				
	2.496				

续表 2—1

泰 勒 篩			英 国 标 准 篩		
网目	筛孔 (吋)	孔 径 (毫米)	网目	筛孔 (吋)	孔 径 (毫米)
	2.100				
	1.766				
	1.484				
	1.248				
	1.050				
	0.833				
	0.742				
	0.624				
	0.525				
	0.441				
	0.371				
	0.312	7.925	2 $\frac{1}{2}$		
3	0.263	6.680			
	0.221	5.613	3 $\frac{1}{2}$		
4	0.185	4.699			
	0.156	3.962	5		
6	0.131	3.327		5	0.1320
	0.110	2.794	7		3.34
8	0.093	2.362		7	0.1107
	0.078	1.981	9		2.81
10	0.065	1.651		10	0.0949
	0.055	1.397	12		2.41
14	0.046	1.168		10	0.0810
	0.039	0.991	16		2.05
20	0.0328	0.833		14	0.0660
	0.0276	0.701	24		1.67
28	0.0232	0.589		14	0.0553
	0.0195	0.495	32		1.40
35	0.0164	0.417		18	1.20
	0.0138	0.351	42		16
48	0.0116	0.295		18	0.0395
	0.0097	0.246	60		1.00
				0.0275	0.85
				0.0236	0.70
				0.0197	0.60
				0.0166	0.50
				0.0139	0.421
				0.0116	0.353
				0.0099	0.295
				0.252	44
					30
					44
					60