

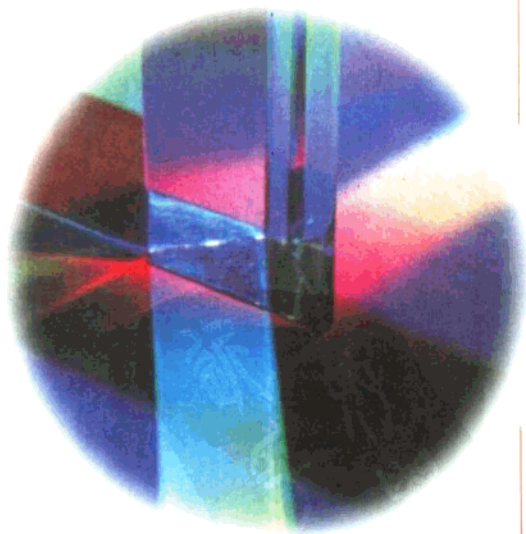
◆ 中学教师继续教育教材 ◆

数学课程问题



孙宏安
陈家俭

编著



辽宁师范大学出版社

序

国家振兴,教育为本;教育振兴,教师为本。通过继续教育提高中小学教师的素质,建设一支适应时代发展需要的师资队伍,是深化基础教育改革、全面实施素质教育的迫切要求,是培养千百万合格的社会主义事业的建设者和接班人的大事。

当代世界教育迅猛发展,各国正在面向 21 世纪,建立适合人的个性发展的终身教育体系,“管用一生的一次性教育”已被“贯穿一生的终身教育”所代替。这就决定了教师必须不断接受继续教育。我国《教师法》明确规定“接受继续教育是教师的权利和义务”。经过多年努力,到“八五”末期,教师基本完成了学历补偿教育,教师的学历达标率有了较大幅度的提高。但不容忽视的是,相当一部分教师的教育教学能力还存在着较大差距,表现为教师把握大纲和驾驭教材的能力较差,教学设计不够科学合理,教法单一,教育管理能力薄弱,教研科研能力水平较低,教学基本功不过硬等。因此,从“九五”初期开始,教师培训的重心已经转移到以提高教师的实际教育教学能力为主的继续教育上来。

根据国家教育部《关于加强在职中小学教师培训工作的意见》,适应全面实施素质教育的要求,我们组织编写了教师继续教育系列教材。这套教材是依据以提高教师教育教学能力为重点的培训宗旨,在充分调查研究和反复论证基础上完

成的。它分为思想政治和学科教育教学两类,教材内容不追求理论知识的系统性与完整性,而是侧重于专题研究,体现实用性和针对性,力求解决教育教学实践中遇到的各种实际问题。这套教材在付梓之前,经过了一年的试用,各学科编写者在广泛征求各方面意见的基础上,进行了认真的修改,教材的内容更贴近实际,更有助于提高教师的实际教育教学能力。

教师继续教育是一项系统工程,构建具有特色的教师继续教育模式更是一项艰巨的任务。目前,教师继续教育尚处于探索、研究、实践阶段,编写继续教育教材是一项正在探索的工作,教育行政部门、教师培训院校和广大基层学校只有不断的努力和探索,才能切实做好这项工作,进而提高教师的整体素质。

在这套教材正式出版之际,我谨向参与教材编写的教师们和精心审稿的专家们表示衷心的感谢,希望培训院校和教研部门的同志们在实践中不断充实和完善它,希望教师学好课程,用好教材,服务于教育教学实践。

王允法

2000年2月

前 言

开设《数学课程问题》课的目的是使中学数学教师对自己所教的中学数学课程有所了解。这是《九年义务教育全日制初中数学教学大纲》的基本要求之一实际上,本书就是对数学教学大纲——课程标准——作的一个全方位的阐释。

要了解“数学”课程,自然对数学应有所了解,而了解数学最重要的莫过于认识它所研究的(对象)是什么,它与其他科学比较有什么不同(特点)。当然对这两个问题仍有争议,但争议的存在则正表明这两个问题的重要性。我们的阐述是就人们一般的即多数文献的见解进行的,也指出一些不同的论断,对其中一些予以分析,在本丛书的《现代数学教育理论》一书中,我们还提供另一些论断。

由于数学的发展规律及数学的符号特点也是了解数学课程所必须的,本书对它们也作了论述。

所谓数学“课程”一定是适用于数学教学的课程,因而要了解它,必须对数学教育有所了解,本书中对数学教育的特点亦做了详尽的论述。考虑到中学数学教学大纲中指出了数学的文化属性:“它的内容、思想、方法和语言已广泛渗入自然科学和社会科学,成为现代文化的重要组成部分”。本书阐述了“数学科学与现代文明”,一方面为教师理解大纲的这一段话作一点阐释,一方面又指出数学教育的重要的文化—文明基础的意义——这也反映出数学教育的特点。数学教育的意义是使公民具有社会

所需要的“数学素质”。而数学素质当然又是在从应试教育向素质教育过渡时数学教育必然要探讨的东西。本书从几个方面,尤其从数学教育的要求方面阐述什么是数学素质——这也可以视为数学教育的一大特点吧。接着本书阐述了数学教育的三大特点并在此基础上阐述了数学教学的原则,对于一些当前尚无定论的内容、本书采取了介绍多种主要观点并选择一种最常被引述的,在本书中又显得最为合理的加以深入介绍,如关于数学教学原则问题。

在前述数学科学和数学教育两方面准备的基础上,本书对《九年义务教育全日制初中数学教学大纲》进行了详尽的分析的一些问题,指出了有关教学目的及目标层次和知识结构。

教学大纲是最主要的课程文件之一,掌握大纲是了解并掌握中学数学课程的根本途径之一,我们相信本书对数学教学大纲,即数学课程标准的阐释,将有助于读者对中学课程的掌握从而把自己的数学教学推到一个新的水平上。

本书第一、二讲和第三讲第一节由孙宏安撰写,第三讲其余各节由陈家俭撰写,最后由孙宏安统稿。朱秉林、郭大文两同志先后审阅了全书并提出了宝贵的意见,在此致谢。由于我们学力不足,能力有限,缺点问题在所难免,希望读者不吝赐教。

编著者

1998年6月初稿

2000年2月修订

目 录

第一讲	对数学的认识	1
一	数学的对象	2
1	对“数学的对象”的理解	3
2	关于恩格斯的论断	6
3	恩格斯论断的现代意义	9
4	对一些观点的进一步评价	12
二	数学的特点	17
1	高度的抽象性	17
2	体系的严谨性	23
3	应用的广泛性	33
三	数学的发展规律问题	42
1	数学发展的特点	42
2	数学理论发展的“概括”方式	44
3	数学理论的产生方式	46
	附 现代数学的结构	64
4	数学发展的动力问题	80
5	现代数学的发展趋势	87
四	数学符号	98
1	符号的意义	98
2	数学符号的历史	100
3	数学符号的分类	103
4	数学符号的功能	106

5	数学符号的教学	111
第二讲	数学教育的特点	115
一	数学科学与现代文明	115
1	数学科学与近现代科学技术的发展	117
2	数学科学与文化素质教育	121
3	数学科学与科学宇宙观的演变	126
4	数学科学与头脑编程	131
5	数学科学与美学原则	135
二	“数学素质”的一种阐述	141
1	从“素质”概念说起	142
2	从教育目标看数学素质	143
3	从数学工作看数学素质	147
三	数学教育的特点	149
1	数学教育是一种思维素质教育	149
2	数学教育是一种思维方法教育	165
3	数学教育是一种思维模式教育	177
四	数学教学原则	186
1	数学教学原则的概念	187
2	对数学教学原则的要求	188
3	数学教学原则的表述	194
第三讲	中学数学教学大纲	199
一	我国中学数学教学大纲的沿革	199
1	历史上的数学教育大纲	199
2	1950—1983年间的数学教学大纲	200
3	1986年之后的数学教学大纲	204
二	初中数学教学大纲概述	207
1	教学大纲简况	207

2	教学目的含义及分类	208
3	确定初中数学教学目的的依据	209
4	初中数学教学目的的特点	211
三	初中数学教学目的	211
1	知识教育目的	212
2	能力培养目的	223
3	思想教育目的	238
四	初中数学教学目标的层次分析	240
1	什么是教学目标	240
2	威尔逊的数学教学目标模型	241
3	我国数学教学目标模型	242
4	制定数学教学目标的原则	244
五	初中数学知识的结构分析	247
1	初中代数知识结构	250
2	初中几何知识结构	251
	参考文献	253

第一讲 对数学的认识

对数学的认识,在中学数学教学大纲中有所论述,如1992年国家教委编订的《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲》中指出:“数学的研究对象是现实世界的空间形式和数量关系。在当代社会中,数学的应用非常广泛,它是人们参加社会生活,从事生产劳动和学习、研究现代科学技术必不可少的工具,它的内容、思想、方法和语言已广泛渗入自然科学和社会科学,成为现代文化的重要组成部分”,在1996年国家教委编订的供试验用的新的《全日制普通高级中学数学教学大纲》中这段话只删去了“已广泛渗入自然科学和社会科学”这几个字。按大纲这一表述来认识作为课程基本内容的数学科学,从而更好地理解整个中学数学课程。不能不是每个中学数学教师的必然的要求。

我们认为,按大纲的表述正确而深刻的认识数学的种种整体性问题。是理解数学课程、研究数学并教好数学的关键环节之一,不能设想,一个对数学缺乏深刻认识的人能成为好的数学教师。而在实际当中,对中学数学教师按大纲正确认识数学的问题往往为人们所忽视,许多阐释中学教学大纲的著述对此一带而过,所用的语言甚至不多于大纲本身所用的语言。

这种对大纲的这一部分注意不够的情况已产生了负的效果,对数学认识的误导还是相当严重的,例如认为数学只是理论的产物或者只是人的实践甚至单一的生产实践的产物的观点时

有所见甚至较频繁地出现,认为数学只是定量科学或数学方法只是定量方法的观点甚至现在还充斥与数学教育有关的著述。对数学的价值评价甚低,学数学的学生甚至中学数学老师也经常发出“数学有什么用?”的叹息,报考数学系的优秀学生锐减,许多数学专业不得不向“软件”靠拢,等等。

因此正确认识数学的问题可以说非常迫切地提到日程上来了。正确认识数学不仅能避免上述误导,不仅是一种知识,而且,更为重要的,它是完成数学教学大纲规定的教学目的的保证。

正因为如此,本书设立本讲,而本讲则以数学的对象、数学的特点、数学的发展规律问题和数学符号等4节来展开数学教学大纲,即数学课程标准中的前引的论述,以为教师提供关于数学的若干信息。

一、数学的对象

数学的对象就是我们数学认识活动的客体,数学的对象问题在数学认识中占有重要地位。它是数学认识的前提,只有数学对象存在的情况下,人们的数学认识才成为可能的和现实的。数学的对象决定着数学理论的内容、数学方法的应用和数学与其他科学的联系。数学的对象的特点决定着数学认识形式,即数学科学的特点及其在整个科学体系中的作用和地位。

数学对象问题是数学认识中最重要、最早受到人们重视的课题之一。人们表述了各种各样的意见,本讲中我们努力从辩证唯物主义的观点出发处理这一问题,同时对一些代表性的观点作些简单的评价。

1. 对“数学的对象”的理解

探讨“数学的对象”，所论的无疑是作为一门科学的数学对象，而科学首先是“关于自然、社会和思维的知识体系”（《辞海》，上海辞书出版社，1989年版，第4568页），知识则是“人类认识的成果或结果”（同前，第4517页）。同时，科学又是“生产知识的活动和过程”（《中国大百科全书·哲学》，第404页）。所以，作为科学的数学是人的一种认识，包括认识的结果和认识的活动。这样，数学的对象，就是人的一种认识的对象。

认识的对象是什么？应从人的认识结构来考虑这一问题。关于认识的结构，列宁有极精辟的论述：“认识是人对自然界的反映，但是，这并不是简单的、直接的、完全的反映，而是一系列的抽象过程，即概念、规律等等的构成，形成过程，这些概念和规律等等（思维、科学 = ‘逻辑观念’）有条件地近似地把握着永恒运动着和发展着的自然界的普遍性。在这里的确客观上是三项：（1）自然界；（2）人的认识 = 人脑（就是那同一个自然界的最高产物）；（3）自然界在人的认识中的反映形式，这种形式就是概念、规律、范畴等等。人不能完全把握 = 反映 = 描绘全部自然界、它的‘直接的整体’，人在创立抽象、概念、规律、科学的世界图画等等时。只能永远地接近于这一点。”^①

这就是说，认识的根本对象即客体是自然界，当然也包括在自然界的基础上作为自然历史过程发展的人类社会和人类思维，人们常把作为客观存在的自然界、人类社会和人类思维统称为“现实世界”。人类的认识对象是现实世界，这就意味着各门科学的对象的总和就是现实世界，每一门科学的对象都是这个总的对象即现实世界的一个组成部分、一个方面或领域。这是

^① 《列宁全集》第38卷，人民出版社1959年版，第194页

不言而喻的,因为科学的区分就是由其对象的特殊性决定的。^①

作为主体的人脑怎样实现对对象的认识呢?就是利用列宁所说的第三种结构成份——反映形式或称之为认识形式表述出对对象的认识。这些认识形式包括概念、命题、假说和理论等等,它们是认识的结果,实际上都是思维形式,是人们创造出来表述自己对对象的认识的。对象是现实世界的组成部分,是认识的客体,也可以说是认识的出发点,而认识形式是认识的结果。对象是被反映物,认识形式是人的大脑对对象的反映产物,被反映物和反映产物是不应混淆的,对科学认识来说,其被反映物是现实世界的组成部分,而反映产物则是思维的创造物即“思想事物”。

随着人类实践和认识的发展,人对认识对象的认识不断深入,一方面,深入到现实世界更深的层次和更大的范围;另一方面,认识也不断向主体回归。这后一方面也有两种情况,其一,深入到人类智能和人工智能的层面;^②其二,把人造物作为认识的对象,这又分两种情况,一是物质创造物,它们是在自然界原有物质的基础上人的智力和劳动的物化;一是思维创造物,即把人类思维活动的结果作为认识的对象,例如“科学符号、科学概念和科学理论”自身也成为人的认识的对象。^③

这与前述“每一门科学的对象都是现实世界的一个组成部分、一个方面或领域”是否矛盾呢?并不矛盾。某门科学的概念、命题和理论。虽然成为人类认识的对象,但却不是该门科学自身的对象。例如,天文学的对象“是辽阔天空中的天体”,^④

① 《毛泽东选集》合订本,人民出版社,1971年,第284页。

② 张守刚等:《人工智能的认识论问题》,人民出版社,1984年,第17页。

③ 舒炜光主编:《自然辩证法原理》,吉林人民出版社,1984年,第153页。

④ 《中国大百科全书·天文学》,第1页

而不是天文学的概念、命题和理论。后者是人们用来表述对天体的认识的,它们是天文学认识的结果。那么,人类的哪一种认识是以科学概念、命题和理论为对象呢?那就是科学的“元理论”。

这涉及到科学的层次性:“各门科学是从不同的角度以客观世界为研究对象的,这是一个层次。如果以一门科学本身为研究对象,那么这门科学本身就是对象理论,研究这种对象理论的理论就是元理论。”^① 那么一门科学的元理论是什么呢?这与科学的结构体系有关。按钱学森同志的观点,现代科学分为“自然科学、社会科学、数学科学、系统科学、思维科学和人体科学六大部门”,它们“都各自认识整个客观世界,只不过从各自的着眼点或角度去考虑”,即这六大科学各以现实世界的不同领域为对象,而它们“最后由各自的桥梁汇总到马克思主义哲学—人类认识的最高概括”^②。这样,如果把这六大科学的某一门作为对象研究时,作为它的“桥梁”的理论就是该门科学的元理论:自然科学的元理论是自然辩证法,社会科学的元理论是历史唯物主义,数学科学的元理论是数学学或称之为数学辩证法,系统科学的元理论是系统论,思维科学的元理论是认识论,人体科学的元理论是人天观,当把这六座“桥梁”作为对象理论来研究时,马克思主义哲学就是它们的元理论。

某门科学的元理论以这门科学的概念、命题、理论以至整个理论体系为对象,探讨诸如概念的抽象程度、理论的真理性和价值等问题,理论所反映的对象问题也是元理论问题之一。例如这里所探讨的“数学对象”问题,就是把数学作为对象理论来考虑的问题,因而这一研究属于数学元理论研究,是数学学(数学

① 张家龙:《公理学、元数学和哲学》,上海人民出版社,1983年,第112页。

② 钱学森:《现代科学的结构》,《哲学研究》,1982年第3期。

辩证法)或哲学的内容。

2. 关于恩格斯的论断

关于数学的对象,恩格斯在《反杜林论》一书中指出:“在纯数学中悟性绝不能只处理自己的创造物和想象物。数和形的概念不是从其他任何地方。而是从现实世界中得来的。人们曾用过来学习计数,从而用来作第一次算术运算的十个指头,可以是任何别的东西,但是总不是悟性的自由创造物。……纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系,所以是非常现实的材料。这些材料以极抽象的形式出现,这只能在表面上掩盖它起源于外部世界的事实。”(《马克思恩格斯选集》第3卷第156—157页)

恩格斯在这里指出,数学的对象是现实世界的空间形式和量的关系(《反杜林论》中译本译作“数量关系”,如引文。笔者认为,应译成“量的关系”。理由如次:1. 我国著名数学家关肇直同志曾指出,原文(德文)中这个词是 Quantitätsverhältnisse, 其中 Quantität 与 Qualität 相对应,在哲学中分别表“量”和“质”的意思。因而他认为这里译为“量的关系”较贴切[见关肇直,“论数学的对象”,《自然辩证法研究通讯》,1957年第1期]。2. 考虑《反杜林论》的英、俄、日文译本分别用 Quantity、Количество、“量”来译 Quantität。这几个词在该译文中都是哲学用语“量”的意思。3. 中译文是沿用了50年代的旧译法,那时,汉语中也有以“数量”表示哲学用语“量”的意思的情况,现在已不这样用了。),它们是现实世界的特定领域,而且在对它们的认识中产生了数和形这两类数学概念。所以,恩格斯的这一关于数学对象的论断,是符合于前述我们对“数学的对象”的理解的。不仅如此,我们还要指出,恩格斯的这一论断揭示了数学对象的本质特征,从而揭示了数学的特点,在人类认识史上第一科学地解决了

数学科学的对象问题,从而为解决一系列数学哲学问题奠定了基础。

首先,这一论断阐述了数学对象的客观性。

空间和量都是现实世界的客观事物所具有的性质,都是客观存在的。因而空间形式和量的关系就是现实世界的组成部分或领域,具有不依人的意识为转移的客观性。从这点出发,不难解决这样一些数学哲学问题。

数学的现实来源问题。恩格斯的论断强调了数学知识是来源于现实世界的。这是辩证唯物主义的一个基本观点。

数学理论结果符合现实世界的问题。人们很早就发现,一些纯理论地得出的数学结果却往往符合于现实世界,例如古希腊人纯理论地推导出的圆锥曲线理论在近代用于天文学,表明这种数学理论符合于天体运动;近代数学理论地推导出来的虚数理论后来成功地应用于自然科学和工程技术,表明数学理论结果与现实世界的高度符合。为什么会这样,人们长期对此困惑不解,往往加上一些神秘的解释,恩格斯关于数学对象的论断则解决了这一问题:人的数学认识“在一定发展阶段上就和现实世界脱离,并且作为某种独立的东西,作为世界必须适应的外来规律而与现实世界相对立”,“它在以后被应用于世界,虽然它是从这个世界得出来的。并且只表现世界的联系的一部分——正是仅仅因为这样,它才是可以应用的”(同上书,第157页。着重号是原文中的)。这是辩证唯物主义的又一个基本观点。它揭示了,随着数学的发展,数学知识作为人的思维产物,就具有了一种相对于数学对象和人类实践的相对独立性,创造出新的数学概念、数学命题以至于数学理论,正是由于它们都是对数学的对象——现实世界的某些领域——的反映,所以这种独立发展的结果仍然符合现实世界。这不仅解释了数学理论结果与现实

世界相符合的问题,而且对数学的应用以至于应用数学的发展都有巨大的理论指导意义。

数学理论真理性的检验问题。恩格斯的论断指出了数学对象的客观性,也就指明了数学理论的真理性只能通过它符合现实世界的程度来判定,而这只能由人类的主观见之于客观的直接物质活动——实践——来检验。

其次,恩格斯的这一论断揭示了数学的特点。

恩格斯指出,“为了能够从纯粹的状态中研究这种形式和关系,必须使它们完全脱离自己的内容,把内容作为无关重要的东西放在一边”(同上),这指出了在数学中舍弃了作为个别物质运动形式所具有的个别性质和具体内容,其抽象程度是远高于任何其他科学——在它们中,必要的“内容”是不可缺少的,如力学中的质量、速度等——的,因而,可以说数学具有高度抽象性。恩格斯还指出,“全部所谓纯数学都是研究抽象的,它的一切数量严格说来都是想象的数量”(《马克思恩格斯选集》第3卷第608页)。由此即可推知,高度抽象性是数学最基本的特点。

任何物质运动与空间和时间都是不可分离的,因而空间形式就是物质运动形式的表现之一;量是现实世界一切事物所固有的规定性,量的关系则是各种事物量的规定性的一种表现。所以任何一种物质运动形式都表现出空间形式和量的关系的特点,因而各门科学原则上都可以利用数学来研究,尽管利用的程度不同。数学可以说是有最广泛的应用领域的科学,这一特点一般称为应用广泛性。

恩格斯指出,“为了计数,不仅要有可以计数的对象,而且还要有一种在考察对象时撇开对象的其他一切特性而仅仅顾到数目的能力”(同上书,第157页)。这种能力就是人的抽象思维能力。由于数学的高度抽象性,在数学研究中,主要依靠人类长期

的历史发展所形成的抽象思维能力,采用各种思维方法——分析和综合,归纳和演绎、一般化和特殊化等等,而在数学的表述体系中,只允许采用演绎推理的形式,于是形成了逻辑严谨的数学理论体系,与其他科学相比,数学推理的逻辑严格性和数学结论的确定性都是非常独特的,一般称这一特点为体系的严谨性。

高度抽象性、体系严谨性和应用广泛性是在相当程度上得到公认的数学的特点(见孙宏安:《数学的特点刍议》,《数学教育学报》,1993年第1期)。

3. 恩格斯论断的现代意义

恩格斯关于数学的对象的论断是在100多年前做出的。100多年来,数学有了突飞猛进的发展,进入了所谓现代数学时期。那么,恩格斯关于数学对象的论断是否仍然正确,即现代数学的对象是否仍然是“现实世界的空间形式和量的关系”呢?

一些论者对此持否定态度,其典型论点是“恩格斯的定义反映的是数学的来源,它符合19世纪的科学状况”,由于数学的发展,在现代数学阶段,恩格斯的论断已不完全、不适用了(茹可夫,“数学的对象、方法和特征”,《自然科学哲学问题丛刊》1988年第3期)。

事实果真如此吗?可以从几方面考察。

(1) 从现代数学与古典数学的关系来看

现代数学发展的基础仍然是原来的数学,就其本质来说,现代数学和古典数学并没有什么不同。法国当代著名数学家迪厄多内说得好:“必须不断地反复说明,不存在与‘古典数学’相对立的‘现代数学’,今天的数学只不过是昨天的数学的继续,它们之间没有不可逾越的鸿沟,而且今天的数学首先是致力于解决我们前辈所留下的一些重大问题。为了做到这一点,数学已经逐渐地发展了大量新的抽象概念,由于全神贯注于某个已知问