农林课程提高与应试丛书

● 涵盖课程重点及难点
● 精设典型题详解及评注
● 选配课程考试模拟及全真试卷

卢恩双　史美英　王经民　主编

高等数学

典型题解析及自测试题

西北工业大学出版社

农林课程提高与应试丛书

高等数学
典型题解析及自测试题

主编　卢恩双　史美英　王经民

西北工业大学出版社

【内容简介】 全书总共分为三部分。第一部分为典型题解析，每一章首先给出本章的内容提要，其次给出从许多试卷和习题中精选的各种典型题目并加以详细解证，同时在一些题后的评注中指出了在解同类型题目时应注意的问题，包括解题技巧、易错点和可用的其他方法。在每章的最后给出了适量的习题以备演练。第二部分为自测试题，是根据课程要求给出的模拟试题。第三部分附录为习题和自测试题答案。

本书可作为高等农林院校各专业本科、专科学生的课程辅导及应试参考书，也可以作为考研的强化训练指导书。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学典型题解析及自测试题/卢恩双，史美英，王经民主编．—西安：西北工业大学出版社，2003.5

(农林课程提高与应试丛书)

ISBN 7-5612-1616-5

Ⅰ．高…　Ⅱ．①卢…②史…③王…　Ⅲ．高等数学-高等学校-解题　Ⅳ．O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 019095 号

出版发行：西北工业大学出版社
通信地址：西安市友谊西路 127 号　**邮编**：710072　**电话**：029-8493844
网　　址：www.nwpup.com
印 刷 者：长安县第二印刷厂
开　　本：850 mm×1 168 mm　1/32
印　　张：11.375
字　　数：286 千字
版　　次：2003 年 5 月第 1 版　　2003 年 5 月第 1 次印刷
印　　数：1～5 000 册
定　　价：15.00 元

农林课程提高与应试丛书编委会

序

□ 李振岐[①]

21世纪，社会对德才兼备的高素质科技人才的需求更加迫切。通过行之有效的途径和方法培养符合时代要求的优秀人才，是摆在全社会尤其是高等院校和科学研究院（所）面前的一个艰巨而现实的问题。

为了强化素质教育，使大学生学有所长，增强才智，高等教育部门各有关单位对高等学校公共基础课、技术基础课到专业课的整个教学过程做了大量细致的工作。与之相配合，不少出版社也相继出版了指导学生理解、领会教学内容，增强分析、解决问题能力的辅导读物，其中多数是面向理工院校学生的。这些辅导读物，极大地满足了大学生学习相关课程的需求。

对于农林院校来说，学生们同样需要合适的参考书来帮助他们掌握课程重点和难点，明确解题思路、方法和技巧，提高课程学习的能力和水平。不过，这类读物目前比较少见。基于此，西北工业大学出版社的同志们深入作者、读者之中，进行深入的市场调查研究，在广泛听取意见的基础上，组织了众多在农林院校执教多年，具有较高学术造诣的一线教师，精心编撰了这套旨在有效指导农林院校学生学习相关课程，为今后参加课程结业考

---

① 李振岐，男，中国工程院院士，植物病理学家和小麦锈病专家，我国小麦锈病研究和植物免疫学教学的主要奠基人之一。现为西北农林科技大学植保系教授、博士生导师，杨凌国家农业高新技术产业示范区专家组组长。

试、研究生入学考试及为以后工作提供帮助的参考书。

该套丛书首批推出 9 种，所有书稿几经修改，并经同行专家审定。内容选材符合课程基本要求，并且重在加深对知识的理解和提高读者分析问题、解决问题的能力。我热情地向大家推荐这套丛书，希望它能对广大读者的学习有所帮助，更期望它能在强化素质教育、推动教学改革方面起到积极作用。

[illegible]

2001年10月

出版说明

随着经济建设的快速发展和科教兴国战略的实施，社会对高素质专业人才的需求更加迫切。崇尚知识，攻读学位，不仅是一种知识价值的体现，更是社会进步的标志。

过去，农林院校因为带着个“农”字，故一向不在热门之列。而今情况就不同了，因为“九五”特别是“十五”规划、“西部大开发”战略的实施，农业开发得到重视，农业单位的积极性得到调动，农业院校毕业生就业的形式随之发生变化。以河南农业大学为例，今年毕业1 000人，用人单位的需求达到了3 000人，西南农业大学毕业生的供需比则达到了1∶4，许多农业院校尤其是重点院校的毕业生也变得甚为“抢手”。专业方面畜牧、园艺显得比往年更热，一些冷门专业也开始受到青睐。预计在未来的几年里，将会有更多的单位投身到农业建设中，同时也需要更多的农林院校毕业生。

为了配合全国各农林院校加强高素质、知识型人才的培养，西北工业大学出版社精心策划和组织编写了《农林课程提高与应试丛书》，首批推出9种公共基础课，其他课程将陆续出版。

本丛书具有以下4大特点。

1. 选题新颖，独树一帜

根据市场需求，全国首家有针对性、有计划性地推出整套农林院校课程的辅导学习用书，填补市场空白，一改广大农林院校学生找不到相关辅导书的尴尬局面。

2. 紧扣大纲，严把尺度

丛书紧紧围绕国家教育部制定的教学大纲和研究生入学考试

大纲，按照“基础知识一例题解析一自测实战”的主线，把握住内容的深浅程度，既保证课程学习时开卷有益，又能对复习应试行之有效。

3. 重视能力，提高技巧

丛书严格遵从不管是课程学习还是考试，其最终目的都是为了提高学生分析问题、解决问题的能力这一主旨，重在通过阐明基础要点及典型例题解析来引导学生掌握学习知识和解决实际问题的方法与技巧，以提高个人的综合素质。

4. 选材得当，重点突出

参加本丛书编写的作者均是从事教学工作多年的资深教师，因此，在丛书内容的取舍、材料的选编以及文字表达方面能更胜一筹，使丛书内容详略得当，材料全而不滥，讲解精而易懂，注释简明扼要。

本丛书的出版得到了多方面的支持和关心，西北农林科技大学、中国农业大学、华中农业大学、华南农业大学、西南农业大学等单位的有关人士为本丛书的出版出谋划策，提出了许多建设性的意见和建议。79岁高龄的中国工程院院士、西北农林科技大学李振岐教授，献身教育事业50余年，德高望重，学识渊博，他在百忙之中出任本丛书的编委会主任，并为本丛书作序，充分肯定了本丛书的价值。为此，我们一并表示衷心的感谢。

我们坚信，这套丛书将为在书海中勤奋进取的同学们指引一条通向成功的捷径；也必将成为在知识海洋中遨游的学子们不断搏击、获取胜利的力量源泉。

丛书编委会

2001年10月

前　言

高等数学、线性代数、概率论与数理统计是农林院校三门重要的基础课，是一个高等院校学生学好许多后继课程必需的条件。而且也是农林院校有关专业硕士研究生入学考试的必考内容。

为了加强学生对所学内容的深入理解，帮助他们了解解题规律，掌握解题的方法与技巧，提高应试解题能力，强化技能训练，我们根据农林院校的教学特点，编写了“农林课程提高与应试丛书”之一的《高等数学典型题解析及自测试题》一书。

本书涵盖了教学大纲和研究生考试大纲涉及的全部内容，并突出了重点和难点内容。全书分为三个部分：第一部分是典型题解析，它是全书的主要部分；第二部分是自测试题；第三部分是附录。第一部分各章结构安排相同，具体为，首先对本章内容作一个全面系统的总结；其次对本章要求掌握的一些基本的、重要的典型例题进行解析；最后给出供读者练习以及巩固学习效果的习题。第二部分以课程考试的模拟试卷形式给出了六套自测试题，读者可以自行检测自己的整体水平和应试能力，正在学习此门课程的学生也可以从中了解课程考试的要求和命题特点，第三部分给出了各章习题及自测试题的答案。

在第一部分进行解析的例题中，基本包含了课程考试和考研试题中的常见题型。在例题的编排上，按照由易到难、由简到繁的顺序进行，并在其中强调了由特殊到一般的思维方式。在一些例题解后的“评注”中，指出解此类题目的规律、重点和易犯的错误，提示其他可用的方法及可引申的概念。读者在读完题解后，通过思考加深对此类题型的印象，总结此类题目的解题规律，使解题能

力得到进一步提高。第一部分各章给出的习题基本覆盖了教学大纲和考研大纲的要求。通过演练这些习题，读者可加深对所学知识的理解，提高应试解题能力。

在注意内容的覆盖面并突出重点的同时，针对学生较为薄弱的环节，书中还加强了综合题、应用题和证明题有关内容的解析训练，而且难易适度，比较适合实际应试要求。

本书可作为高等农林院校各专业本科、专科学生学习提高和应试的参考书，也可以作为报考硕士研究生的考生强化训练的指导书。

本书的第一至三章由卢恩双编写，第四至六章由史美英编写，第七至八章由王经民编写，梁晓茹和吴月宁参加了部分内容的编写工作，王经民、刘帆为本书绘图，全书由卢恩双负责统稿和定稿。

由于编者水平所限，不当之处在所难免，诚请广大读者批评指正。

编　者

2003 年 1 月 20 日

目　录

第一部分　典型题解析

第二部分 自测试题

附录 习题及自测试题答案

第一部分　典型题解析

第一章　函数、极限、连续

一、内 容 提 要

(一) 函数的概念与性质

1. 函数的定义

设 x 和 y 是两个变量，D 是一个给定的数集，如果对于每个数 $x \in D$，变量 y 按照一定法则总有确定的数值和它对应，则称 y 是 x 的函数，记作 $y = f(x)$. 数集 D 叫做这个函数的定义域，x 叫做自变量，y 叫做因变量.

2. 复合函数

设函数 $y = f(u)$ 的定义域为 U，$u = \varphi(x)$ 的定义域为 D，值域为 U^*，且 $U^* \subset U$，则称 $y = f[\varphi(x)]$ 为定义在 D 上的复合函数，u 称为中间变量.

3. 反函数

在一定条件下，如果能由 $y = f(x)$ 确定出函数 $x = \varphi(y)$，这时 y 成了自变量，而 x 成了因变量，则称 $x = \varphi(y)$ 是 $y = f(x)$ 的反函数，$f(x)$ 称为直接函数.

4. 分段函数

如果一个函数在其定义域内，对应于不同的区间段有着不同的表达形式，则该函数称为分段函数.

5. 初等函数

由基本初等函数与常数经过有限次的四则运算和有限次的复合步骤构成，且能用一个解析式子表示的函数，称为初等函数.

6. 函数的性质

(1) 奇偶性　设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，若对于任意给定的 $x \in D$ 有 $f(-x) = f(x)$，则称 $f(x)$ 为偶函数；若对于任意给定的 $x \in D$，有 $f(-x) = -f(x)$，则称 $f(x)$ 为奇函数.

(2) 有界性　设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，若存在 $M > 0$，使得对于任意给定的 $x \in D$，有 $|f(x)| \leqslant M$，则称 $f(x)$ 有界，或称 $f(x)$ 为有界函数，反之，称 $f(x)$ 为无界函数.

(3) 周期性　设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，若 $T \neq 0$，使得对于任给的 $x \in D$，有 $x + T \in D$，且 $f(x+T) = f(x)$，则称 $f(x)$ 为周期函数，T 为周期.

(4) 单调性　设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，对于任意的 $x_1, x_2 \in D$，当 $x_1 < x_2$ 时，若 $f(x_1) \leqslant f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在 D 上单调增加；若 $f(x_1) < f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在 D 上严格单调增加；当 $x_1 < x_2$ 时，若 $f(x_1) \geqslant f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在 D 上单调减少；若 $f(x_1) > f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在 D 上严格单调减少.

(二) 极限概念

1. 数列极限定义

如果数列 $\{x_n\}$ 与常数 A 有下列关系：对于任意给定的正数 ε，总存在正数 N，使得当 $n > N$ 时 $|x_n - A| < \varepsilon$ 成立，则称 A 为数列 $\{x_n\}$ 的极限，记作 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = A$.

2. 函数极限定义

设函数 $f(x)$ 在点 x_0 的某一去心邻域内有定义，如果对于任意给定的正数 ε，总存在正数 δ，使得适合不等式 $0<|x-x_0|<\delta$ 的一切 x，对应的函数值 $f(x)$ 满足不等式

$$|f(x)-A|<\varepsilon$$

则称常数 A 为函数 $f(x)$ 当 $x\to x_0$ 时的极限，记作 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$.

设函数 $f(x)$ 当 $|x|$ 大于某一正数时有定义. 如果对于任意给定的 ε，总存在着正数 X，使得对于适合不等式 $|x|>X$ 的一切 x，对应的函数值 $f(x)$ 都满足不等式

$$|f(x)-A|<\varepsilon$$

则称常数 A 为函数 $f(x)$ 当 $x\to\infty$ 时的极限，记作 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A$.

3. 左右极限

对任给 $\varepsilon>0$，总存在 $\delta>0$，当 $x-x_0>\delta$（或 $x_0-x>\delta$）有 $|f(x)-A|<\varepsilon$，就称 A 为函数 $f(x)$ 当 $x\to x_0^+$（或 $x\to x_0^-$）时的右（或左）极限，记作 $f(x_0+0)=\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=A$（或 $f(x_0-0)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=A$）.

类似可定义 $x\to+\infty$ 和 $x\to-\infty$ 时函数的极限.

4. 函数 $f(x)$ 有极限的充要条件

$$\lim_{x\to x_0}f(x)=A\Leftrightarrow f(x_0+0)=f(x_0-0)=A$$

$$\lim_{x\to\infty}f(x)=A\Leftrightarrow\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}f(x)=A$$

5. 极限的性质

设 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$，则

(1) 惟一性　极限存在，A 惟一.

(2) 有界性　$f(x)$ 是局部有界的，即存在 $\delta>0$，$M>0$，使得当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时，有 $|f(x)|\leqslant M$.

(3) 保号性　若 $A>0$（或 $A<0$），则存在 $\delta>0$，当

$0<|x-x_0|<\delta$ 时，有 $f(x)>0$（或 $f(x)<0$）.

若存在 $\delta>0$，当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时，有 $f(x)>0$（或 $f(x)<0$），则 $A\geqslant 0$（或 $A\leqslant 0$）.

(4) 单调性　若 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$，$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=B$，则

1° 若 $A>B$，则存在 $\delta>0$，当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时 $f(x)>g(x)$；

2° 若存在 $\delta>0$，当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时 $f(x)>g(x)$，则 $A\geqslant B$.

(5) 夹逼性　若 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=A$，且存在 $\delta>0$，当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时有 $f(x)\leqslant h(x)\leqslant g(x)$，则有 $\lim\limits_{x\to x_0}h(x)=A$.

6. 极限四则运算法则

设 $\lim f(x)=A$，$\lim g(x)=B$，则

(1) $\lim[f(x)\pm g(x)]=\lim f(x)\pm\lim g(x)=A\pm B$.

(2) $\lim[f(x)\cdot g(x)]=\lim f(x)\cdot\lim g(x)=A\cdot B$.

(3) $\lim\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim f(x)}{\lim g(x)}=\dfrac{A}{B}\quad(\lim g(x)=B\neq 0)$.

(三) 无穷小量与无穷大量

1. 无穷小量与无穷大量概念

把极限为零的量称为无穷小量；绝对值无限增大的变量称为无穷大量.

2. 无穷小比较

设 α,β 均为无穷小.

(1) 若 $\lim\dfrac{\beta}{\alpha}=0$，则称 β 是比 α 高阶的无穷小.

(2) 若 $\lim\dfrac{\beta}{\alpha}=\infty$，则称 β 是比 α 低阶的无穷小.

(3) 若 $\lim \frac{\beta}{\alpha} = C$(常数 $C \neq 0$),则称 β 与 α 是同阶无穷小.

(4) 若 $\lim \frac{\beta}{\alpha} = 1$,则称 β 与 α 是等价无穷小.

(5) 若 $\lim \frac{\beta}{\alpha^k} = C$(常数 $C \neq 0$),则称 β 为 α 的 k 阶无穷小.

3. 无穷小的性质

(1) 有限个无穷小的和、差、积仍为无穷小.

(2) 有界函数与无穷小的乘积为无穷小.

(3) 如果 $f(x)$ 是无穷大,则 $\frac{1}{f(x)}$ 是无穷小;如果 $f(x)$ 是无穷小,且 $f(x) \neq 0$,则 $\frac{1}{f(x)}$ 是无穷大.

(4) 若 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$,则 $f(x) = A + \alpha$(α 是当 $x \to x_0$ 时的无穷小);反之,若 $f(x) - A = \alpha$ 是无穷小,则 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$.

(四) 函数的连续性

1. 连续性概念

函数 $f(x)$ 在 x_0 的某个邻域内有定义,且 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$ 或 $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \Delta y = \lim\limits_{\Delta x \to 0} [f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)] = 0$,称 $f(x)$ 在 x_0 点连续.

(1) 单侧连续　若 $f(x_0 + 0) = f(x_0)$(或 $f(x_0 - 0) = f(x_0)$),则称函数在 x_0 点右(左)连续.

(2) 函数在一点连续的充要条件　左右连续.

(3) 区间上的连续函数　函数在区间上处处连续.

(4) 函数在一点间断　函数在 x_0 点不连续就称函数在 x_0 间断. 若 $f(x_0 + 0)$ 与 $f(x_0 - 0)$ 都存在,称 x_0 为第一类间断点;特别当 $f(x_0 + 0) = f(x_0 - 0)$ 时,称 x_0 为 $f(x)$ 的可去间断点. 除了第一类间断点的间断点都称为第二类间断点;特别当 $f(x_0 + 0)$