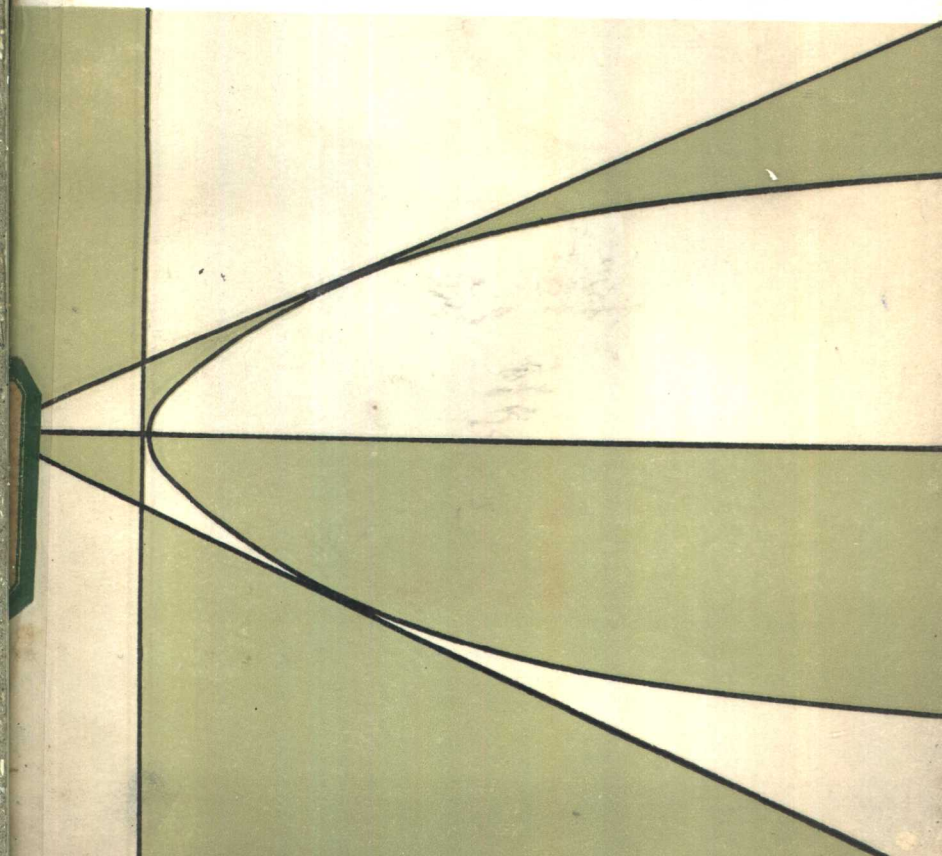


初中教师进修用书

中学数学 教学法通论

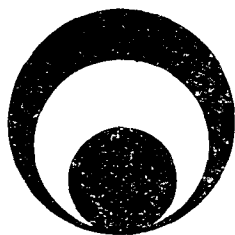
杨 弢 亮



初中教师进修用书

中学数学教学法通论

杨 弢 亮



浙江人民出版社

封面设计 妙 夫

责任编辑 郭英英

初中教师进修用书

中学数学教学法通论

杨弢亮

出版：浙江人民出版社

发行：浙江省新华书店

印刷：浙江新华印刷厂

787×1092 1/32 印张10·125 千字230

1983年8月第一版 1983年8月第一次印刷

印数：1—32,000

书号：7103·1228 定价：0.88元

出版说明

《初中教师进修用书》是为了适应培训教师的需要，由华东地区上海、山东、江苏、安徽、浙江、江西、福建等六省一市八家出版社协作组织编写出版的。目的是供在职初中教师业余进修，帮助他们系统地学习和掌握有关专业的基础理论、基本知识和基本技能，提高文化水平和教学能力，以便在一定时间内通过考核达到两年制高等师范专科毕业的水平。

这套用书，目前先出语文、数学两个学科，共十九种，以后将逐步扩大到其他学科。编写当中，在坚持四项基本原则，坚持思想性和科学性相统一的前提下，注意了以下几个方面：

一、根据教育部制订的高等师范专科学校教学大纲的要求，确定各册内容的深度和广度，既体现各学科知识的系统性，又力求做到简明、精练，避免繁琐。

二、以提高教师科学文化水平为主，适当联系中学教材和教学实际，把提高知识水平和提高教学能力有机地结合起来，达到学以致用目的。

三、从初中教师的实际水平出发，循序渐进，逐步提高要求；重视讲清学习中的难点和疑点，文字力求浅显易

懂；并根据自学或函授的需要，配置必要的提示、注释、思考题和提供参考书目等学习辅助材料。

协作编写教师进修用书，尚属初次尝试。我们将在实践过程中广泛听取读者的意见和建议，努力提高书籍质量，使它更好地适合教师自学进修的需要。

序

在中学里，相对来说，数学是比较难学的，而且是作业量较多的一门课，因此，数学教师多用点时间对学生进行讲解、辅导，多给点作业，似乎是理所当然的事。最近，社会舆论要求减轻学生负担，有些数学教师就产生了无所适从的委屈情绪。怎么办呢？

任何事物的发展都有它一定的规律。我们从事一件工作，如果遵循其发展规律去干，就叫做方法对头。常言道：“方法对了头，一步一层楼。”就是说，方法对，可以事半功倍。反之，如果违背事物发展规律去干，就叫方法不对头，是达不到预期结果的，甚至拔苗助长，适得其反。

教学方法是一种科学的方法，是教学工作要遵循的客观规律。它也是一种艺术。一个演员，不能认为只要了解剧情，会背台词，就能上场演好戏。同样，一个教师也不能认为只要懂得专业知识，能讲得头头是道，就能上好一堂课。同一个戏，同一个角色，不同的演员去表演，往往会有天渊之别的。教师工作也有和演员类似的地方。报上曾有过这样的报导：织布工在学习断纱头打结方法时，细心肯钻研的工人，在打结中除除了一个小小的不必要的动作，就会明显地提高效率。相比之下，如果我们也细心研究一下，在我们的教学活动中，难道没有一些不必要的动作甚至起反作用的动作需要剔除的吗？由于我们教学的对象是活的人，情况就更加复杂。上一堂课，不但

要尽量剔除废话，还要尽量使每一句话都能被学生接受，才能生效，这当然不会是一件容易的事。所以，我们既要提高教学质量，又要减轻学生负担，除了学校教育工作要作些相应的改进之外，从教师角度来说，要提倡学点教学法，改进教学方法。

经过十年动乱，就数学课来说，连传统的内容都被“大批判”“批”掉很多，教学方法和教学原则当然也在“批”掉之列。目前，在教材的建设上，已做出了不少成绩。可是，教学法的学习，在一些教师的思想中还是被认为是可有可无的事，甚至有些原则是对是错，还不能区别，怎样能提高教学质量呢？另一方面，目前我国自己编写的教学法方面的参考书还不多见，所以也就在客观上限制了教师的学习。看来，提高教学质量和减轻学生负担这个矛盾是目前教学中必须很好解决的问题，因而提倡教师学习点教育学和教学法也是时候了吧。如果这样的看法是对的话，杨弢亮同志的《中学数学教学法（通论）》的出版，应当是很及时的了。

由浙江人民出版社的介绍，我有幸能首先看到本书的初稿。读完之后，对本书的特点提出点个人的看法。

教学法既是一门科学，所以，教学法著作是科学著作。谈到科学著作，一般人的感觉就象鲁迅说的那样：“常人厌之，阅不终篇，辄欲睡去。”就是说，读科学著作很费力，没趣味，读着读着就要睡去，没有象读小说那样废寝忘食，久久而不知倦。可是，这本书的作者使用了近于文艺的笔法，文采诱人，读起来没有沉沉欲睡之感，而是很有趣，能使你在不知不觉之间，获得不少有益的知识。这对初学教学法的人来说，是非常重要的。

其次，教学法当然应该主要阐述教学法研究的目的，教学的原则、问题等等。但如果仅是这些东西，恐怕文采再好，内

容再丰富，也会使读者“辄欲睡去”的。纵然坚持读完，也只能给读者脑子里留下一堆模糊不清的概念，不会有多大用处。所以，一本较好的数学教学法著作，既不能是单纯的数学解题法的汇编，也不能是单纯的法则、原理的说教，两者必须结合，提出原则，要有适当的例子说明原则的具体应用，才能使读者学得具体，印象深，收到举一反三的效果。本书虽是数学教学法通论，但作者对原则与实例相结合这方面很重视，精心选配了一些数学题实例，足见作者是用了一番工夫的。

另外，本书在第一章里对数学发展的历史，目前出现的新的分支和趋势，都作了一定的介绍，这对一个数学教师粗略地去了解数学的全貌，是很有帮助的。

最后，再说几句：学习教学法固然应提倡，但怎样学好，也是一个重要问题。不要认为，只要读一本教学法书，教学问题就迎刃而解了。我认为要想真正读好一本书，第一必须要钻进去。要认真读，要边读边思考边实践。任何法则原理，都不能生搬硬套地应用，必须使之真正被自己所掌握，成为自己的东西，能因时因地，应用自如。第二必须要跳出来。就是对任何一本书，不能当作教条，奉为圣经，不准有研讨的余地。要知道，一切科学都是在不断发展的，教学法当然不例外，所以我们在学它的同时，要根据自己的教学实践，不断创新来丰富它的内容。这样，教学法才有生命力。

娄志渊 于西子湖畔

1982年3月

目 录

绪论 教学是艺术	(1)
第一章 数 学	(7)
§ 1 数学发展的历史概况	(7)
§ 2 数学的特性	(25)
第二章 教 学	(33)
§ 1 教学的特点	(38)
§ 2 教学原则	(56)
§ 3 教学过程	(68)
§ 4 数学教学	(81)
第三章 逻辑初步与数学概念的教学	(91)
§ 1 数学与逻辑思维	(91)
§ 2 逻辑思维的初步规律	(95)
§ 3 概念	(101)
§ 4 判断——命题	(118)
§ 5 逻辑推理	(124)
§ 6 论证	(130)
§ 7 数学概念的教学	(143)
§ 8 数学定理的教学	(153)
第四章 解题的教学	(171)
§ 1 编选习题	(171)
§ 2 培养解题能力	(208)
§ 3 合理化运算	(220)
§ 4 寻求解题途径	(246)

绪论 教学是艺术

教师是塑铸人的艺术家。教学是艺术。数学属于自然科学，教育属于社会科学，教学法却同时渗透着科学性和艺术性。数学教师就必须精通数学科学、教育科学和教学艺术！

表演是艺术，教学也是艺术。演员要练基本功，数学教师也要练基本功。

数学教师的专业是数学。数学作为一门科学，它的领域是非常广阔的。教师的数学知识要博而专精。博，就是要广开眼界。当然，即使是学识渊博的数学家，他也不能精通全部的数学科学。但是，作为数学教师，对于数学的性质和历史发展的概况，能够有一些常识性的肤浅了解，总是很有必要的吧。再说，不要认为那些艰深的数学知识既然现在教中学数学时暂时用不到，自己就不必学习它了。应该认识到，只有用现代数学的更高的观点来观察、分析、理解中学数学教材中的基本概念、定理、法则，方才能够正确地而且清晰地去讲解它们。很难想象，如果教师自己对数学先就缺乏浓厚的兴趣，他怎样能引起学生学习数学的热情呢？专精，就是还要选定深入钻研的主攻方向，高速度、高质量地精通某一门数学。

中学数学：算术、代数、几何、三角、解析几何、微积分等，可以说是每一个有文化的公民所必须具备的起码知识，对于数学教师，这些知识更是基本的和重要的。虽然这些还只是数学大厦的小小一角，它还是那么丰富多采、闪光灿烂啊，这是几千年来数学家们辛勤劳动的结晶所构筑成的知识宝库，这

是人类社会的珍贵遗产啊！

在数学知识的宝库中，作为它的基础的是概念、公理、定理、法则、公式等。它们由浅入深地互相联系着，有着很强的系统性，构成各种完整的数学体系。数学理论有较强的抽象性，数学的产生和发展的历史就说明了数学原来是从具体的事物和现象中抽象出来的，它的思维形式的主要特点也是抽象性的。所以数学教师还必须养成抽象思维的习惯，善于抽象思维。

数学的解题技能，包括运算和证明。从算术、代数运算到微积分运算，运算的种类逐渐扩大，运算的技能也随之逐渐复杂。数学具有高度精确性和论证严谨性，这是数学的本质属性之一，也是数学具有广泛应用和重要作用的因素之一。因此，数学要求熟练地运算，就是要正确无误地而且简明迅速地运算。这是一项技能，有时甚至需要“技巧”。这就要在牢固地记住并且透彻地理解那些数学的概念、定理、法则、公式的基础上，“熟能生巧”才能够灵活运用它们，从而在解题时能选择最适当的方法，找到最简明巧妙的解题途径。这还需要会适当而巧妙地运用归纳、演绎、分析、综合、对比、概括等方法。教师对学生、对自己都必须从严要求，养成严谨和精确的习惯，练过硬的基本功。

为了提高教学质量，为了教好并使学生学好，教师必须钻研和改进教学法。为此，教师必须研究教育学和心理学，因为这些是制订教学方法的理论基础。教育学阐述了教学原则、教学过程等教学活动所必须遵循的客观规律。心理学所研究的是学生的心理活动及其发展的规律，也就是学生的认识规律、学习规律。教师在教学活动中必须按照教和学的科学规律来进行，才能够保证教学的良好秩序的正常进行而获得良好效果。

但教育学说、心理学理论有古代的、现代的、外国的、中国的，有辩证唯物主义的，也有唯心主义的、形而上学的。一切科学都是以一定的哲学体系为指导思想的，教育学和心理学也一样，从属于一定时代和一定阶级的哲学体系。我们需要研究和建立社会主义的教育学、心理学，同时也要批判地继承古今中外先辈的优秀的经验，尊重他们的研究和实验的成果。

为了善于分析教材，透彻理解数学概念，掌握数学知识体系，也为了能够严谨地正确地推理和论证，数学教师比其他教师更有必要学习逻辑学，掌握逻辑思维的基本规律和方法，善于逻辑思维。

数学教学法还包括通论——一般的教学法和分论——各种特殊的学科教学法。许多先辈优秀教师的各种关于教学法的著作，记载着宝贵的经验，是一项丰富的遗产，我们必须去认真阅读钻研。

教学是艺术！这句话的意义原是很明显的。我们可以从教学的形式、内容和教师的素质几方面来观察和理解它。

例如：有些教师的板书和作图是那样美观、秀丽，并且经过精心设计，编排得象出版一期黑板报那样鲜明、生动；有些教师的语言、声调、动作、姿态象演员那样给学生以鲜明、深刻的印象，同样能使学生心情激动。这就是从外形上来理解教学的艺术性的。

教师怎样把课讲得清新、透彻，富于启发性？怎样能吸引学生全神贯注、兴趣盎然地来听课，做作业？怎样启发学生主动积极地、创造性地思维？怎样培养学生的抽象思维能力？怎样培养学生的熟练地、灵活机敏地解题和计算的能力？这就是从数学教学的内容上来理解教学艺术了。

教师能掌握教材的重点并且讲透、突出这些重点，又能掌

握教材各部分之间的有机联系并能达到对整体的融会贯通，然后把数学知识由浅入深、层次井然、系统分明地教给学生，这是教师善于分析教材的教学艺术。教师的讲课能启发学生开动脑筋，积极思维，使学生追随着教师的声音和动作而进行紧张的学习活动。教师善于提问并且充分发挥提问的启发作用，用它来作为发挥教师主导作用的积极方法。这是教师善于讲课的教学艺术。教师在了解学生情况的基础上善于结合学生的程度来控制教学进度和布置作业，善于指导复习和课外活动，把它们组织得新鲜有趣。这是教师善于辅导的教学艺术。

青少年学生具有强烈的求知欲和灵敏的好奇心，必须利用这些有利因素来引导学生去探索科学的美妙境界和欣赏知识宝库的宏伟景象，要使用丰富多采的方式，作适合于学生兴趣及程度的及时指导，使学生爱好数学，造成浓厚的学习气氛，以达到最终养成学生独立思考的能力及完成学习任务的坚强意志力和强烈责任感。教师在教学活动中，随时随地都要发挥他的教学的艺术，教学的艺术显得特殊地光辉灿烂之处，就表现于教师的善于激发学生学习的主动积极性。

教学是艺术。教师要掌握打开学生心扉的“金钥匙”！教师首先而且最重要的是要了解学生。了解学生是为了圆满地处理教师与学生之间的关系，特别主要地是为了顺利地处理科学知识与学生之间的关系。教师必须清楚地了解自己的教育对象，就象将军必须清楚地了解自己的将士以及敌情一样，“知己知彼，百战百胜”，这是打胜仗的条件。教师要了解每个学生的各方面的情况，如家庭情况，生活、劳动、学习等的态度，习惯、特性和思想作风，智慧、才能、积极性和创造性怎样，语文、数理化、政史地、体音美等各科文化水平和兴趣怎样，等等。当然，对学生的情况能了解得越全面、越深入

细致，教学效果也就可能越好。这是已为经验证明其为正确的普遍规律。了解学生是要从热爱学生的思想感情出发，继之以辛勤艰苦的工作。从家访、谈心、辅导等经常而长期的接触中，从学生平时的提问回答中，从检查批改学生作业的过程中，积累着对学生的心理、特点、情况的观察和认识，从点滴琐屑的东西积累起以至达到更深刻而全面的了解，从而建立起互相了解、信任、尊重、爱护的亲密情谊。为此，教师该要化费多少精力和时间啊！在这个基础上，才能够因材施教，提高教学质量。实现这些，是多么崇高的教学艺术啊！

教学是艺术！一则教学小品中曾谈到：有一位教师有意识地安排一名后进生板演一道算术题。这位学生很快算对了。老师带动全班学生为之鼓掌。作者热情地赞扬道：这掌声，凝集着教师的满腔热情；寄托着教师对后进生的无限期望和坚定信念；也是教师教学艺术的体现。

教学是艺术！教师也就需要用艺术来丰富自己的教学法。所谓教学艺术，就是把教学内容和形式有机地统一起来，从而引起美感的教学手段。教师要使自己的工作具有美感，就应当善于在自己的教学工作中发现美、感觉美，应用美的力量，给学生以强烈的美感。这就要求教师具有“艺术家”的才能和修养。学习一些美学理论，观看戏剧、歌舞的表演，学会一些琴棋书画的技能，教师要用各种方式来加深自己的艺术修养。艺术修养能培养人的高尚优美的情感、品质，提高人的艺术鉴别力和艺术创造力，因此也就能启发和影响教师提高教学艺术。唐代书法家张旭，经常观公孙大娘舞剑，自此草书长进，具有浩荡奔放之势，更能激动人的优美情感。

教学艺术是在不断学习、积累中逐渐改进、提高的。教师要认真地广泛阅读先辈优秀教师的各种关于教学法的著作，要

经常从教学书刊里吸取丰富的营养，还必须善于吸收别位教师（包括理化、语文、史地等其他学科的教师）在教学方法上的优点，借鉴他们在教学改革上的创新或经验。但是，却不能生套硬搬，而要结合自己的实践经验来改造创新。真理的标准是社会实践，教学法只有从教学实践中来检验其效果是优是劣。在教学法的研究中，教师要勤学、苦练、深思、善问，要坚持经常地积累自己的点滴经验并且不断改进创新，把经验、心得、感想等随时记录下来保存着作为参考，积少成多，去粗取精，自己的教学水平就会逐年提高。

模范班主任的先进事迹，特级教师们在教学改革中的创新精神和丰硕成果，也都是我们学习的榜样。

总之，数学教师必须热爱本职工作，热爱数学专业，热爱学生。努力学习，不断提高教学水平，在平凡的工作岗位上做出出色的成绩。

第一章 数 学

§ 1 数学发展的历史概况

一、数学的启蒙时期

太古时代，我们的原始祖先从不会计数到学会计数，从没有数的概念发展到形成抽象的数的概念，曾经历了漫长的岁月。

在我国伏羲氏结绳纪事的时代，数是用具体的东西来表现的，也许是用“绳结”来表示的。原始人进入了游牧时代，为了对家畜的头数进行统计，通常用一堆石块或一捆树枝来计数。中国数码一、二、三、……是排列着的树枝的象形符号。如埃及人的数“三”用“∴”表示，是排列着的石块的象形符号。英语的“计数”calculate 这字原本于拉丁语 calculus，意思是石子。可见欧洲原始民族也是用堆聚石子以表示数的多少的。

用石块或树枝来计数的方法，用现代的话来说，他们那时是建立了两个集合，即建立了石块和家畜这两种元素之间的一一对应关系。这种一一对应的思想及其方法，就是抽象的“数”的概念的起源。这种对应的思想及其方法，经过漫长时期的发展，经过广泛地传播运用，被概括地抽象化，才逐渐形成“数”的概念，并用一定的声音来表示它。例如，一切集合

(人、羊、石块、树枝、……)，它们的元素能够和手的指头的集合有一一对应关系的，以“五”这个语言，以后是符号，来说明它们的共同特性。于是人类获得了自然数的概念。原始人类是最先用两只手的十个手指来计算的。有些民族用的数目的名称和手指的名称一样。在世界上各民族的语言中，普遍地是用“十”做记数法的基础，采用了十进位制。人类自从有了抽象的自然数的概念，开始学会了计数及数的简单运算，数学的知识就此萌芽了。

我国古代的“洛书”，曾被认为是震动全民族的重大发现。据说是大禹治水的时候，曾经在洛水里发现了一只神龟，在那个神龟的背上有这样一个数字图形(图1)，人们把它叫做“洛书”。古算书中称之为“九宫”。我们现在用数码把它写成方阵形状(图2)。从1至9的九个数码，分别写在三行

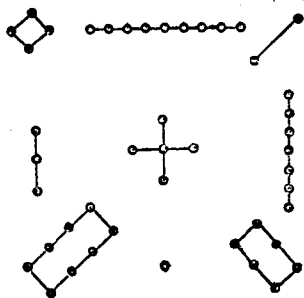


图 1

4	9	2
3	5	7
8	1	6

图 2

三列的九个方格内。你看！它有什么特征？原来，这个方阵内有三行（横线）三列（竖线）还有二条对角线，共八条线，每一条线上有三个数，其和全等于15。欧洲人称它为“魔方阵”。在印度、阿拉伯等地方的古代风俗中，曾把这种“魔方