

應用數學文集

蘇步青題



應用數學文集

蘇步青題 

● 湖南科学技术出版社

应用数学文集

责任编辑：胡海清

*

湖南科学技术出版社出版发行

(长沙市展览馆路3号)

湖南省新华书店经销 湖南省新华印刷二厂印刷

*

1989年7月第1版第1次印刷

开本：787×1092毫米 1/16 印张：20.5 插页：6(精) 字数：515,000

印数：(精)1—310 (平)1—1,300

(精) ISBN 7—5357—0530—8
O·62 定价：14.00元

(平) ISBN 7—5357—0531—6
O·63 定价：10.30元

目
湘科 89—25

集智慧於一堂議應用數學之發展
報中華以四化求教學科研雙豐收

國家教委直屬院校

第五屆應用數學學術和工作會議召開誌慶

復旦大學蘇步青題賀



序

1988年10月27日至11月1日,国家教委直属高等学校第五届应用数学学术与工作会议在成都科技大学召开。参加这次会议的,有来自77个单位的代表142人。他们之中有国家教委直属高等学校,部、省属高等学校以及科研单位的应用数学工作者;还有以上单位中从事其他专业的学者以及来自企业的技术专家。

根据第四届会议的决定,这次会议的学术交流集中于对国民经济中实际问题的数学模型及其解法的研究。这次提交会议的200多篇论文:绝大多数都是围绕上述主题论述的。这些文章涉及到工业设计、工农业管理、经济规划、生产及国民经济的预测和控制、评价及决策、信息处理、城市交通、水资源、环境,以及化工、流体力学、生物与医学、地球物理学等不同的方面和范围;还有一些文章专门讨论了有关我国应用数学工作发展以及应用数学人才培养等问题。

会议的学术报告除了大会报告外,还按不同的问题分为20个小组分别进行。这本文集所包含的内容,就是作者在报告后提交的详细摘要。

这本文集,从一个方面反映了我国广大应用数学工作者在把应用数学与国民经济结合起来所作的努力。我们希望通过它的出版能使社会上更多地了解应用数学,使应用数学工作者中,能有更多的人投入这方面的工作。

湖南科技出版社为出版这本文集作出了努力,我们对他们支持应用数学事业的热忱表示感谢!

肖树铁

1988年12月

目 录

测绘中一类复杂部件的处理.....	李钦震(1)
通过对比试验推断齿轮安全寿命的数据处理方法.....	古德煜(4)
轴承安全使用寿命统计分析.....	魏国庭(8)
成败型元件串联系统可靠性的Bootstrap置信下限某些问题的讨论	范大茵(12)
多个独立同分布应力作用下的极值I型-正态模式结构可靠性当量正态设计	郑道钦(15)
关于正态母体变异系数的假设检验及其应用.....	佟毅(17)
大米仓储“三温”之间的关系.....	魏福基(20)
w分布加速寿命试验可靠性分析的数学模型及统计程序包(定时间间隔测试)	张皓 张智丰(23)
一类多目标最大相关预测.....	温启愚(26)
多重混料系统及其D——最优设计.....	关颖男(29)
农村地区社会养老保险基金交付系统的模型和模拟.....	杨庆中(31)
M-EVOP法在啤酒工艺参数优化中的应用.....	陈永华(34)
动态系统模型的应用.....	袁震东(37)
学生素质综合评估AHP模型.....	陆心杰 杨林(39)
环境-经济系统多极双向控制模型.....	汤兵勇 韩志刚 石碰(42)
商品需求预测模型的辨识及应用.....	韩志刚 王洪桥(45)
县级系统发展战略研究及模型体系.....	汪贤裕 张勇(48)
农田最优复种的多目标几何规划模型及其求解.....	胡毓达 林国钧(51)
河段水资源综合利用规划的一个多目标优化模型及算法.....	唐焕文 姜冶(56)
优化作息时间多目标规划决策与数理统计分析	朱金明 全理伟 段虞荣 伊亨云 邓先礼(59)
最优化方法在烟囱设计中的应用.....	吴振国 徐承贤 童军锋(62)
分式目标规划在编制工厂年度生产大纲中的应用.....	周根贵 富驾六 蔡兴国(66)
城市交通系统的数学模型及其算法.....	谭泽光 郑乐宁 王力 刘坤林(68)
一个综合型交通分配模型及其算法.....	吴继峰 唐焕文(71)

由道路交通量估计 O—D 阵	熊西文	曾理	(73)
动态交通分配系统的结构稳定性	赵志伟	贺国光	(76)
二维土壤洗盐分析		余婉贞	(79)
地下水流与水质耦合反问题的最优控制法	孙纳正	赵卫东	(83)
河——含水层经济环境多目标决策		穆永科	(85)
离散裂隙溶质传输的边界元—有限元方法		王滨	(87)
某市地下水污染的数学模拟	梁文康	孙纳正	董发开(91)
路面体系的温度场	方爱农	吴赣昌	(94)
大规模集成电路模拟计算中的数学问题		吴启明	(97)
统计电路设计问题及求解方法	王志华	刘润生	范崇治(100)
半导体器件的数学模型与研究	王元明	管平	(104)
CMOS 集成硅流量传感器的动态模拟	谢虹	曹国祥	(107)
合格率优化过程的一个判敛准则	王志华	刘润生	(110)
图论在行星变速箱设计中的应用	罗由学	吴淦淦	齐晓玲(113)
Klein-Gordon 型方程的 Hirota 形式		曾云波	(115)
可渗透性肾基部细管中低速流动状态的数值分析		高应才	(117)
心电逆问题的边界单元解		杨又山	(120)
微血管自律运动的数学模型		徐明瑜	(123)
人体内分泌系统失调与酸中毒的数学模型探索	顾清芳	梁荃忠	(126)
具有密度制约的一类微分生态系统的定性分析		符天武	(129)
一个血吸虫病模型的数学分析	王明新	叶其孝	张秦(132)
环形空腔内自然对流问题的广义解	高应才	阎庆银	(135)
河口混浊带区域 COD 模型的一种修正形式		汪礼初	(138)
城市污水自然处理选址决策		边馥萍	(141)
传染病数学模型的建立与研究		欧斐君	(146)
河流污染物移动随机模型的应用研究	陈焕章	杨麒	何娟娟(149)
飞行器的数学模型及其计算机绘图	倪士昇	许有信	王艳春(153)
线变换与机械手运动的奇性		华宣积	(157)
飞机外形总体设计数学模型		李建新	(161)
电阻率测井参数辨识电极均匀化		谭永基	(163)
矿藏分布描述的插值模型及其特殊性		吴宗敏	(166)
具有间断层的一维地球模型物性参数在时空域上的反演方法		刘继军	(168)
地震反演的 L_1 模极小化方法		王嘉松	(172)
汽车阻力参数识别的 L_1 模解	李明霞	孔敏	(175)
用模拟退火法由部分采样点和幅谱重建离散有限时宽信号		徐雷	王国印(177)

利用概率松弛法追踪地震同相轴·····	孙 静(180)
根据Walsh 谱幅值及部分采样点恢复原信号·····	曾泳泓(184)
某县水稻产量预测·····	郭来虎 任善强 魏家富(187)
某省中短期宏观经济模型·····	徐 伟(190)
择优分配原理的改进·····	何伦志(192)
资源内部价格的数学模型·····	马国瑜(195)
变分原理及其在经济数学中的应用·····	张石生 袁先智(197)
相补问题及其应用·····	张石生 舒永乐(201)
某农牧场的稳态及过渡期的规划问题的模型和求解方法 ·····	黄 钧 戴立群 李 懿(204)
边值线性系统的能控性、能观性、和对偶性·····	杨孝先 奚宏生(207)
加热模型及其最优控制·····	蔡常丰(210)
模糊数学和运筹学方法在水火电力系统经济调度中的应用 ·····	段虞荣 王 勇 杨 丹 杨懋源 王 平(213)
水电能源投入产出与经济系统的优化模型·····	匡永祝(216)
广义不等式约束问题的最优性必要条件·····	李泽民(221)
并行序列的分析·····	龚 光(225)
幂律流体在双重孔隙介质中的不稳定渗流·····	白东华(228)
三重介质单相渗流数学模型·····	姚恒申(231)
热双金属的热应力分析·····	陶志刚(233)
热流体循环方程组的数值解法·····	文世鹏(235)
二固定平行圆盘间流体径向流动的数学模型和解法·····	黄德成 滕克利(238)
教学评估数学模型的探讨·····	张光澄 徐玖平(241)
胶鞋硫化深度控制的数学模型·····	征道生 赵书钦 黄丽萍(243)
论森林救火的数学模型·····	段 奇 俞绍宏(245)
思维链及其在思维品质定量分析中的应用·····	孟凯韬(247)
整数规划在食品工业中的应用·····	傅远德 唐明春(250)
对偶线性规划问题的若干实际应用·····	黄力民(252)
工业企业中的数学应用与生产工艺的系统优化·····	刘祥官 李吉鸾(254)
科技发展战略抉择·····	邢慧明 黄 芸(257)
一个库存定货模型·····	陈绍仲 傅远德 古福文 刘光中(260)
图书发行中的决策模型·····	高成修(263)
数字通讯系统及其数学理论和方法·····	朱思铭 伍咏棠(266)
PETRI网及其在通讯系统中的应用·····	伍咏棠(268)
高炉喷煤系统喷吹罐罐压调节的模型辨识·····	徐礼格 杨来仪 李丽芬(270)

模式识别技术在泵源系统故障诊断中的应用	王进华 童 心	(272)
小型程控交换机的构模与仿真	关朵霏	(274)
调频输入正弦合成锁相环路方程的次谐波分支与混沌性	李继彬 王 琳	(276)
正弦锁相环路方程周期扰动下的混沌与分枝	郭瑞海 袁晓凤	(280)
石油化工中的数学问题综述	刘正庚	(284)
关于钢轨接头形式的讨论	高隆昌	(287)
一种特殊类型规划问题的解法及其应用	许 超 潘兆鸿 雷海平	(290)
常减压蒸馏装置设计的综合进度模型	陈嵩强	(293)
钻井参数优化方法	施光燕 孙育贤 顾善洪	(296)
关于核聚变托卡马克装置的撕裂模不稳定性	赵善中	(299)
几类电机漏磁场的统一性	王植槐	(302)
可控硅触发电路的数学模型	符启宇	(305)
电力系统 P、T 谐振过电压发生的机理及其消除措施	王政贤 赖定文	(309)
铸态球墨铸铁型内孕育的最优条件的研究	冯学渊 董秉恒 何奖爱	(312)
液压气阀机构动力学研究的模型和方法	尚汉冀	(315)
桩-土系统承载与破坏的数学描述	罗惟德 尚汉冀	(317)
附录		(320)

测绘中一类复杂部件的处理

李 钦 震

当今世界各国为迅速发展本国工业十分重视引进技术。引进技术有多种方法，其中很重要的一种就是仿造。仿造别国的先进产品并在该产品已有的基础上加以改进和创新是加快发展进程的有效方法。日本战后经济振兴中这方面的工作为世界所瞩目。我国也有不少成功的例子。仿造一部复杂的现代机器绝非易事，简单的照葫芦画瓢的方法肯定是不行的。要搞好这项工作必须尽量利用各种现代科学技术对要仿制的产品进行深入细致的剖析工作，分析原设计机理，设计尺寸、工艺加工方法，材料成份等。这是一项庞大的系统工程，围绕这些工作正在形成一门崭新的边缘科学——反求工程学。作者多次参加测绘工作中一些复杂部件的测绘数据处理工作，在工作中综合多学科技术形成一些处理方法并在电脑上进行具体实施。我们这里所指的复杂部件是剖面的外型线由一组或若干组列表曲线，或一些样条函数所确定的零件，如叶片、凸轮等。我们的工作分两步进行：第一步对测绘数据进行预处理工作；第二步的工作是处理这些数据得出设计图所需的外形尺寸。处理方法我们归纳为下面三种：再设计法——通过分析原设计机理和寻找原设计参数来完成被测零件外型的再设计；光顺拟合法——利用数理统计等数学方法对测绘数据进行处理以便形成符合工程要求的光顺的外型数据；混合法——将再设计法和光顺拟合法结合起来使用的方法。

一 数据的预处理

众所周知，任何零件在工艺加工中都是有公差的或者说有一个公差带。任何样件的外型测绘数据应落在公差带内。预处理工作是对样件的测绘数据进行综合处理得出较好反应零件外型的数据。这一工作又分两步进行：

1. 消除变形的影响

被测绘的零件由于种种原因可能产生这样或那样的变形。这个问题是比较复杂的，只能具体问题具体处理。叶片是一个薄壁零件，分析认为主要有弯曲和扭转变型，反映到各截面将造成各截面相对于设计位置有平移和旋转。为了克服变型造成的影响，我们应将各样件作适当的平移和旋转，尽量向原设计位置靠拢，这中间还要照顾到沿叶高的光顺情况。这一切都是借助于电脑并利用叶片造型等知识完成的。凸轮可以认为是一个刚体没有变形。

2. 统计处理

叶型各截面由一组坐标值 (x_i, y_{1i}, y_{2i}) $i=1, 2, \dots, N$ 所确定 y_{1i} 表上型线 y 值, y_{2i} 表下型线 y 值。任一 x_i 对应的 y_{1i} (或 y_{2i})，对不同的样件是不同的。它是一个随机变量，可以

通过对样件的统计分析来确定它的分布。这里假设它属于均匀分布。设公差带宽为 d ，由概率论易于推出

$$Ey_{1i} = y_{1i}^* - \frac{1}{2}d,$$

由此得出 $y_{1i}^* = Ey_{1i} + \frac{1}{2}d = \sum y_{1i} / M + (\text{Max}y_{1i} - \text{Min}y_{1i})$ 。

对所有的 x_i 和相应的 y_{1i} ， y_{2i} 重复上面的工作，就可得到一组较好反映叶片截面外型的数据 $(x_i, y_{1i}^*, y_{2i}^*) i=1, \dots, N$ 提供后面的处理。

凸轮的测绘数据统计处理工作和叶片的处理类似，只是它的外型由转角 $(0^\circ \sim 360^\circ)$ 和相应的升程值所确定，这里就不赘述了。

二 基本处理方法及其应用

1. 再设计法

在处理wp13和wp15发动机压气机定子叶片测绘数据时，我们提出一种再设计方法。这种方法是将数理统计等数学方法和压气机叶片气动力造型原理妥善地结合起来而形成的。这种方法的优点在于处理结果既可以很好符合样件，又可得到合理的气动力叶型。由叶片机原理等资料知一类压气机中，所采用的叶型是由对称的飞机机翼叶型或薄翼螺旋桨叶型按一定要求弯曲而成。未弯曲之前的叶型有BC6，NACA65，C4等。在设计叶片时根据气动设计选择原始翼型和确定造型参数后造型。测绘中根据情报资料和实物分析认为某些叶片可能属于BC6叶型。由资料知BC6叶型各截面型线主要由下面的造型参数所确定：最大厚度 C_{max} ，最大弯度 F_{max} ，弦长 L ，安装角 γ ，前沿半径 R_1 ，后沿半径 R_2 。在测绘中我们通过测绘出来的数据来寻找这些参数值。具体如下：用拉样条（或最小二乘）的办法形成叶型过渡轮廓线。在过渡轮廓线内套若干圆，所有这些圆的圆心构成叶型的中弧线。在叶型前后沿用逐次逼近法作若干内切圆求出和前后边界相切的小圆半径 R_1, R_2 。由此计算出中弧线和前后沿的交点，这就是叶弦的两个端点。然后由此计算出弦长 L 和安装角 γ 。在已求出的最大圆附近用爬山法求出最大内切圆从而求出最大厚度 C_{max} 。以叶弦为 x 轴中弧线所确定的函数之最大值的绝对值就是最大弯度 F_{max} 。有了这些造型参数后就可以按BC6造型方法造型了。对每一截面重复上述工作，比较重新设计出来的型值点和实测数据的差异。反复沿叶高检查叶型的光顺情况，根据具体情况适当调整造型参数值后再造型，直到满意为止。

2. 光顺拟合法

一般来说，寻找一个零件的原设计机理的难度是极大的，因此经常采用的是另一种办法：利用数理统计等方法对测绘数据进行某种“光顺”处理以便形成一个符合一般工程要求的零件外型数据。最常用的是多项式拟合，这在凸轮型线拟合中得到了应用。只是在这个应用中为了满足动力学要求加入了一些较为复杂的约束条件。在叶型拟合中对某些叶型根据种种需要采用了二次曲线拟合。设其表达式为：

$$F(x, y) = a_1x^2 + a_2xy + a_3y^2 + a_4x + a_5y + 1 = 0$$

设叶型实测数据为 $(x_i, y_i) i=1, 2, \dots, N$

令 $\varepsilon_i = a_1x_i^2 + a_2x_iy_i + a_3y_i^2 + a_4x_i + a_5y_i + 1, i=1, \dots, N$ 。

$$\varphi(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5) = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2.$$

显然, 使 $\varphi(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ 取极小值的 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 所表示的二次曲线是较好逼近实测数据的二次曲线。由此易于推出求解 $a_1, \dots, a_5$ 的线方程组, 并可证明此线性方程组有解, 而且此解确实使 $\varphi(a_1, \dots, a_5)$ 取极小值。若用多段曲线拟合, 要求这段二次曲线和前段曲线在点 (x_i, y_i) 相切, 则问题归结为求

$$\varphi(a_1, \dots, a_5) = \sum_{i=1}^N (a_1 x_i^2 + a_2 x_i y_i + a_3 y_i^2 + a_4 x_i + a_5 y_i + 1)^2$$

在约束条件

$$\begin{cases} a_1 x_i^2 + a_2 x_i y_i + a_3 y_i^2 + a_4 x_i + a_5 y_i + 1 = 0, \\ 2a_1 x_i + a_2 y_i + a_4 + T \cdot (a_2 x_i + 2a_3 y_i + a_5) = 0 \end{cases}$$

下之极值。用待定系数法将此带约束条件之极值化为无条件约束之极值, 并由此得出计算 $a_1, \dots, a_5$ 的线方程组。利用这种办法求出叶型型线后其它的处理这里就不赘述了。

3. 混合法

在具体处理测绘数据时往往简单的用一种方法是不行的, 经常把二种方法混合起来使用。在某凸轮型线测绘时看到: $76^\circ \sim 113^\circ$ 为消除气门间隙段, 实测数据基本无规律。分析认为是由于这一段本身数据变化小, 加工误差和测量误差又相对大造成的。这一段我们根据凸轮设计原理和测绘数据进行了重新设计。 $113^\circ \sim 180^\circ$ 为凸轮主要工作段, 是改进者改进的重点, 也是测绘者最感兴趣的。这一段数据起伏大实测数据能很好反应情况。我们采用了几段光滑连接的多项式来拟合。在叶型测绘数据处理中也有类似的情况。以上谈到的方法我们都得到成功的应用。

通过对比试验推断齿轮安全寿命的数据处理方法

古 德 煜

为了了解某齿轮零件经过喷丸后寿命提高多少,随机取5对喷丸与未喷丸的零件,在力封闭齿轮试验台上进行成对对比试验。试验结果证明喷丸的效果是明显的,取显著度 $\alpha=0.05$,得出喷丸后齿轮零件中值疲劳寿命是喷丸前的1.66至4.58倍。

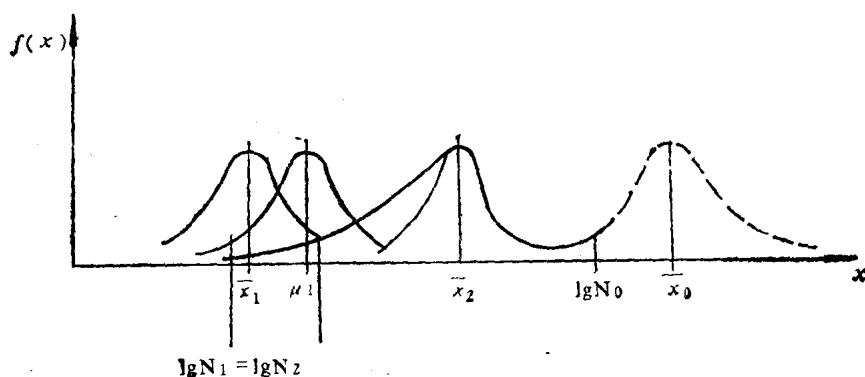


图1

工厂和用户对这样的试验结果不甚满意,对只有50%存活率的中值寿命不感兴趣,要求给出具有较高存活率的安全寿命,在对该齿轮零件工作载荷知之甚少,这样的要求很难满足,有关书籍和手册没有给出计算程序。

根据对比试验结果,结合关于未喷丸齿轮工作寿命的调查材料,依靠疲劳强度的有关公式,参照有关试验方法,运用数理统计学的方法给出喷丸后齿轮零件安全工作寿命估计。过程如下:

一 已知条件

1. 对比试验结果:

子样数: 5对。

未喷丸试件遵从(对数)正态 $N(\bar{x}_1, S_1)$ 分布。

喷丸试件遵从(对数)正态 $N(\bar{x}_2, S_2)$ 分布。

2. 关于未喷丸零件工作寿命的调查结果:

子样数: 464件。

未喷丸零件工作寿命遵从(对数)正态 $N(\bar{x}_0, S_0)$ 分布。

二 关于零件疲劳寿命常规试验换算比 A_p

做零件的疲劳试验需要这样的比值:

$$A_p = \frac{\text{零件工作小时数或循环数}}{\text{试件试验循环数}}.$$

用来衡量试验和工作的关系。

由疲劳损伤累积公式:

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} + \dots = 1, \quad (1)$$

疲劳曲线方程:

$$S_i^q N_i = C, \quad (2)$$

对于试验载荷 T_e 有:

$$S_e^q N_e = C. \quad (3)$$

对于接触疲劳, 应力和载荷的关系可简化为:

$$S = RT^q. \quad (4)$$

式中 R, q 为常数。

联立以上四式并令 $qm = P$, 有

$$\begin{aligned} N_e T_e^P &= n_1 T_1^P + n_2 T_2^P + n_3 T_3^P + \dots \\ &= \sum n_i T_i^P. \end{aligned} \quad (5)$$

(5)式称为等效载荷公式, 它表明零件在工作中各级载荷循环次数在“疲劳损伤”上等效于在试验台上用载荷 T_e 试验的循环次数。

在漫长的工作过程“ $\sum n_i$ ”中, 可选择有一个代表性的工作循环, 或称典型的开停过程 $\sum n_i^*$, 使得 $\sum n_i T_i^P = A \sum n_i^* T_i^{*P}$. 这个工作循环 $\sum n_i^* T_i^{*P}$ 称为工作载荷谱, 或称工作载荷循环图。

A ——表示零件经过 A 次典型工作循环失效。于是(5)式可写成:

$$N_e T_e^P = A \sum n_i^* T_i^{*P}.$$

最后得试验换算比:

$$A_p = \frac{A}{N_e}.$$

通过对实际情况的细致调查, 制定工作载荷谱, 推算试验换算比是零件疲劳寿命试验的首要步骤。

在 A_p 确定之后, 用试验载荷 T_e 去试验, 得出试验循环数 N_e , 用来估计实际工作寿命 N_0 , 两者之间的比值是 A_p 。

换句话说, 对给定试验循环数 N_e , 通过试验数据可得出存活率 $P(\xi \geq N_e)$, 用来估计实际工作寿命 $N_0 \geq A_p N_e$, 存活率 $P(\xi \geq N_0) = P(\xi \geq N_e)$, 置信度 $1 - \alpha$ 。

三 关于零件疲劳寿命对比试验换算比的假设

1. 若已知零件工作寿命分布, 任意给定一工作寿命 N_0 , 可知对应存活率 $P(\xi \geq N_0)$ 。

同样, 可以找出该试件的一个试验循环数 N , 使对应存活率 $P(\xi \geq N) = P(\xi \geq N_{0x})$ 。

$$\frac{N_{0x}}{N} = A,$$

为试验换算比。

以上假设显然和二的结论一致。

2. 对比试验的两组试件, 成对安装在试验台上, 用同一台加载器加载, 试验载荷相同, 两组零件工作位置相同, 工作载荷相同。因此上述试验换算比 A_r 对两组零件都适用。

四 借助数理统计方法, 结合上述两点假设, 处理试验结果

1. 关于母体的估计:

对未喷丸试件, 为了安全认为试件是母体中较差的, 用 $N(\mu_1, S_1)$ 来代替 $N(\bar{x}_1, S_1)$, 其中

$$\mu_1 = \bar{x}_1 + t_a \frac{S_1}{\sqrt{n_1}}.$$

式中: n_1 ——子样数

t_a —— t 函数值

对于喷丸试件, 用具有置信度的安全寿命

$$x_{p_1} = \bar{x}_2 + KS_2.$$

$$\text{式中: } K = \frac{u_p - u_r \sqrt{\frac{1}{n_2} \left[1 - \frac{u_r^2}{2(n_2 - 1)} \right]} + \frac{u_p^2}{2(n_2 - 1)}}{1 - \frac{u_r^2}{2(n_2 - 1)}}$$

称为单侧容限系数, 考虑了子样数量和置信度的影响。

$x_{p_1} = \lg N_2$ 为子样数为 n_2 , 置信度为 r , 存活率为 $P(\eta \geq N_2)$ 的试件试验寿命。

2. 估计安全寿命

预选未喷丸零件工作寿命 N_0 , 一般为机器大修期寿命。

由于 N_0 遵从 $N(\bar{x}_0, S_0)$, 可查得未喷丸零件工作寿命为 N_0 的存活率 $P_0 = P(\xi \geq N_0)$ 。

对未喷丸试件存在一个试验寿命 N_1 遵从 $N(\mu_1, S_1)$, 使其存活率 $P_1 = P(\xi \geq N_1) = P_0$, 可得 N_1 。

对比试验换算比 $A_r = N_0/N_1$ 。

对喷丸试件, 取试验寿命 $N_2 = N_1$ 。

$$\text{由 } K = \frac{\lg N_2 - \bar{x}_2}{S_2}$$

和子样数 n_2 查表, 得出存活率 $P_2 = P(\eta \geq N_2)$ 。

最后对喷丸零件的安全工作寿命的估计为: 有 r 的把握说, 喷丸齿轮工作 N_0 小时的存活率为 $P_2 = P(\eta \geq N_2)$ 。

实例中, 由调查材料, 未喷丸零件工作寿命200小时存活率为0.959。

经过对比试验后, 运用上述方法对喷丸零件安全工作寿命的估计为: 有95%的把握说, 喷丸零件工作寿命200小时存活率在0.9995以上。

工厂和用户对这样的试验结果较为满意，在更广泛的调查中（子样数以数千计）证实这样的估计是正确的。

五 结 论

对比试验的两组试件，当满足以下条件时：

1. 具有相同工作载荷谱。

2. 已知其中一组试件的工作寿命分布。

用这种处理方法可对另一组零件的安全寿命做出估计。

轴承安全使用寿命统计分析

魏 国 庭

一 问题的提出

发动机前、后轴承使用寿命的确定，以往是根据实际使用和翻修情况，凭实际经验确定的。由于科学性不够加上人的主观因素影响，确定的使用寿命往往偏于保守。为了求得有科学依据符合使用实际的安全使用寿命，我们收集了多年积累的大量使用寿命记录数据，进行数据整理，采用数理统计和寿命计算理论，得出科学的可靠的安全使用寿命，从而得到用户代表的好评。

二 判断轴承使用寿命遵从何种寿命分布

对轴承失效寿命数据进行计算以前，首先要判断轴承使用寿命是遵从何种寿命分布的。是威布尔分布，对数正态分布，还是负指数分布。然后根据判断出的某种寿命分布进行分析计算。采用回归法进行判断。

1. 设该轴承失效寿命随机变量 ξ 是遵从对数正态分布的，则有以下关系式成立：

$$T = \lg \xi \sim N(a, \sigma^2),$$

$$F(t) = \int_{-\infty}^{\phi^{-1}[F(t)]} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

($F(t)$ 系标准正态分布函数)。

令 $x = \lg t$

($\lg$ 系以10为底的对数， t 系轴承失效寿命小时数)，

$$y = \phi^{-1}[F(t)]$$

($\phi^{-1}[F(t)] = \phi^{-1}\left[\frac{x-a}{\sigma}\right]$ 系标准正态分布函数 $F(t)$ 的反函数)。

现判断点(x, y)是否近似地落在一直线上。如果近似落在一直线上，则有下列回归直线方程成立：

$$\phi^{-1}[F(t)] = \frac{1}{\sigma} \lg t - \frac{a}{\sigma}.$$