五年制 高等职业技术教育教材

初等数学

高职数学教材编写组 编

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

五年制高等职业技术教育教材

初　等　数　学

高职数学教材编写组　编

本套教材　主　编　王化久
副主编　耿　莹
主　审　曹成龙

机 械 工 业 出 版 社

本套教材是根据教育部颁布的五年制高职数学课程的基本要求编写的。全套教材共分初等数学、高等数学、技术数学三册，总学时为280～330。本书是初等数学，内容包括集合、不等式与逻辑用语，函数，幂函数、指数函数、对数函数，任意角的三角函数，三角函数的图像与性质、解斜三角形，数列，平面向量，复数，空间图形，直线，二次曲线，Mathematica使用简介（一）等。标有 * 的内容，供不同专业选用。本书的授课时数为110～120。

图书在版编目（CIP）数据

初等数学/王化久主编 .—北京：机械工业出版社，2003.8
五年制高等职业技术教育教材
ISBN 7-111-12507-X

Ⅰ.初… Ⅱ.王… Ⅲ.初等数学－高等学校：技术学校－教材 Ⅳ.012

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 052021 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号　邮政编码 100037）
策划编辑：韩雪清　郑　丹
责任编辑：郑　丹　版式设计：冉晓华　责任校对：李秋荣
封面设计：姚　毅　责任印制：路　琳
北京机工印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行
2003 年 8 月第 1 版第 1 次印刷
1000mm×1400mm　B5·9.75 印张·379 千字
定价：24.00 元

前　　言

本套教材是根据教育部2000年颁布的全国五年制高等职业教育《〈应用数学基础〉课程基本要求》编写的。在编写过程中紧密围绕高职培养目标，以“必需、够用”为度，遵循“强化能力，立足应用”的原则，在教材内容、体例安排、习题设置等方面，力求体现五年制高等职业教育的特点。

全套书共包括《初等数学》（第一章至第十一章）、《高等数学》（第十二章至第十七章）、《技术数学》（第十八章至第二十三章）三册，供招收初中毕业生的五年制高职院校使用。

本教材有以下特点：

1. 注重基础知识

对传统的初等数学、高等数学内容进行精选，把在理论上、方法上以及在现代生产、生活及各类专业学习中广泛应用的基础知识作为必学内容，以保证必要的、基本的数学水准。同时适度更新，增加逻辑用语、映射、向量、计算器使用简介、计算机软件使用简介等内容，并注意渗透数学建模思想和方法。

2. 教材富有弹性

本教材采用模块式结构编排方式，将内容分为必学、选学（标有 * ）部分，便于各类院校根据不同专业的不同要求灵活选用，增强了教材的弹性和适用性。

3. 深入浅出，易教易学

针对当前五年制高职学生的数学基础和实际水平，在编写中力求做到降低知识起点，温故知新、深入浅出，并采用数形结合的方法，用图、表直观地讲解概念、定理，加强分析过程，使教材易教易学。

4. 突出应用与实践，注意培养学生应用数学的意识与能力

本教材采取分散与集中相结合的方式，编排了有价值的应用题。基本上每章设有应用节，每节设有应用题，并安排了专题学习内容，列为“应用与实践”，引导学生运用所学的数学知识解决日常生产、生活中的简单实际问题。同时，尽量安排能够使用计算器、计算机来计算各类数值的例题与习题，培养和提高学生使用计算工具的能力。

本册为《初等数学》，内容包括：集合、不等式与逻辑用语，函数，幂函数、指数函数、对数函数，任意角的三角函数，三角函数的图像与性质、解斜三角形，数列，平面向量，复数，空间图形，直线，二次曲线，计算器的使用方法简介、Mathematica使用简介（一）等。在每章、节后配有一定数量的习题、复习

题，供教师和学生选用，并附有部分习题答案。

参加本册编写的有：卢秀慧、杨松梅、刘宏斌、姜俊彬、张雷、王化久。本册主编卢秀慧，副主编杨松梅，主审岳文宇。

本册参编院校：渤海船舶职业学院、辽宁石化职业技术学院、沈阳职业技术学院机械电子学院、朝阳工业学校。

本书在编写过程中，得到了机械工业出版社的热情关怀和指导，各编、审同志所在院校对编审工作给予了大力支持和协助，在此一并致谢。

由于编者水平有限，不妥之处在所难免，敬请广大读者批评指正。

高职数学教材编写组

目　录

第一章　集合　不等式与逻辑用语

集合是现代数学中最基本的概念之一，它已被广泛地运用到数学的各个领域。不等式是数学的一个重要课题，是研究代数、三角、几何的重要工具。逻辑用语是数学中最常用的语言，是数学中说明问题和论证结论的主要工具。本章将介绍集合的一些初步知识，讨论不等式的解法，并介绍一些常用的逻辑用语。

第一节　集　　合

一、集合

在初中，我们已经遇到过“集合”一词。如：“正数的集合”，“负数的集合”等。在数学和日常生活中，也经常把某些指定的对象作为一个整体加以研究，例如：

（1）一个班里的全体学生。

（2）某图书馆的全部藏书。

（3）所有的直角三角形。

（4）与一个角的两边距离相等的所有点。

（5）不等式 $2x-1>3$ 的所有解。

（6）某工厂金工车间的所有机床。

它们分别是由一些人、书、图形、点、数和机床组成的。

一般地，我们把某些指定的对象的全体叫做**集合**，简称**集**。把组成集合的每一个对象叫做这个集合的**元素**。

例如，上面例子中的（1）是由这个班全体学生组成的集合，班里的每个学生都是这个集合的元素；（5）是由不等式 $2x-1>3$ 的所有解组成的集合，任何一个大于 2 的实数都是这个集合的元素。可以看出，有些集合中元素的个数是有限的，有些集合中元素的个数是无限的。

含有有限个元素的集合叫做**有限集合**，上面（1）、（2）、（6）这三个集合都是有限集合；含有无限个元素的集合叫做**无限集合**，上面集合（3）、（4）、（5）都是无限集合。

通常用大写字母 A、B、C、…来表示集合，用小写字母 a、b、c、…来表示集合的元素。如果 a 是集合 A 的元素，就说“a 属于集合 A”，记作 $a\in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，就说“a 不属于集合 A”，记作 $a\notin A$（或 $a\overline{\in}A$）。

由数组成的集合叫做**数集**。

下面是一些常用的数集及其记号。

全体非负整数的集合叫做**自然数集**，用 $\mathbf{N}$ 表示。

自然数集内排除 0 的集合叫做**正整数集**，用 $\mathbf{N}_+$（或 $\mathbf{N}^*$）表示。

全体整数的集合叫做**整数集**，用 $\mathbf{Z}$ 表示。

全体有理数的集合叫做**有理数集**，用 $\mathbf{Q}$ 表示。

全体实数的集合叫做**实数集**，用 $\mathbf{R}$ 表示。

为了方便起见，有时我们还用 $\mathbf{Q}_+$ 表示正有理数集，用 $\mathbf{R}_-$ 表示负实数集，等等。

集合中的元素必须是确定的。这就是说，给定一个集合，任何一个对象是不是这个集合的元素也就确定了，不能模棱两可。例如，给出自然数集 $\mathbf{N}$，可以断定 $2\in\mathbf{N}$，$10\in\mathbf{N}$，而 $\sqrt{2}\notin\mathbf{N}$，$\frac{1}{3}\notin\mathbf{N}$。又如，“高个子的全体”就不能组成一个集合，因为组成它的对象是不确定的。

集合中的元素又是互异的，即集合中的元素是不能重复出现的，任何两个相同的元素在同一个集合中时，只能算作一个元素。

集合中的元素是没有顺序的。例如，由三个数字 4，5，6 组成的集合和由 5，6，4 组成的集合是同一个集合。

二、集合的表示法

1. 列举法

把集合中的元素一一列举出来，写在大括号 $\{\ \}$ 内，这种表示集合的方法叫做**列举法**。

例如，由方程 $x^2-1=0$ 的所有解组成的集合（简称解集），可以表示为 $\{-1,1\}$。又如，地球上的四大洋组成的集合可以表示为 {太平洋，大西洋、印度洋，北冰洋}。

2. 描述法

把集合中元素的共同性质描述出来，写在大括号 $\{\ \}$ 内，这种表示集合的方法叫做**描述法**。

通常在大括号内先写出这个集合中元素的一般形式，再画一条竖线，在竖线右边写出集合中元素所具有的共同性质。

例如，方程 $x^2-3x-4=0$ 的解集，可以表示为

$$\{x\mid x^2-3x-4=0\}$$

由所有 2 的正整数倍所组成的集合，可以表示为

$$\{x\mid x=2n,\ n\in\mathbf{N}_+\}$$

有些集合用描述法表示时，可以省去竖线及其左边的部分。例如，由所有直

角三角形所组成的集合，可以表示为

$$\{直角三角形\}$$

以上所述列举法和描述法是集合的两种不同表示方法，实际运用时究竟选用哪种表示法，要看具体问题而定。

例 1 用列举法或描述法表示下列集合。

（1）大于 4 而小于 17 的偶数。

（2）某校的所有电脑。

（3）一次函数 $y=3x-1$ 图像上所有的点。

解 （1）用列举法表示为 $\{6, 8, 10, 12, 14, 16\}$；用描述法表示为 $\{x \mid x=2n, 2<n\leqslant 8, n\in \mathbf{N}\}$，或 {大于 4 而小于 17 的偶数}。

（2）用描述法表示为 {某校的所有电脑}。

（3）用描述法表示为 $\{(x, y) \mid y=3x-1\}$ 或 {一次函数 $y=3x-1$ 图像上的点}。

只含有一个元素的集合，叫做**单元素集**。例如，$\{a\}$ 是单元素集。

不含任何元素的集合叫做**空集**，记作 $\varnothing$。

应当注意：a 与 $\{a\}$ 不同。a 表示一个元素，$\{a\}$ 表示由一个元素 a 组成的集合。

空集 $\varnothing$ 与集合 $\{0\}$ 不同。$\varnothing$ 指的是不含任何元素的集合，$\{0\}$ 是由一个元素 0 组成的单元素集。

为了形象地表示集合，我们常常画一条封闭的曲线，用它的内部来表示一个集合。

例如，图 1-1 表示任意一个集合 A；图 1-2 表示集合 $\{6, 8, 10, 12, 14, 16\}$。

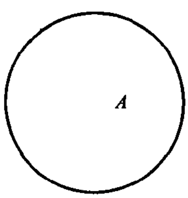


图 1-1

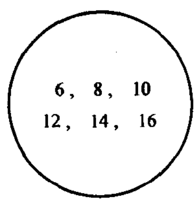


图 1-2

三、子集、真子集、集合的相等

1. 子集

观察集合 $A=\{0, 2, 3\}$ 与集合 $B=\{0, 1, 2, 3, 4\}$。容易发现，集合 A 中的每一个元素都是集合 B 的元素。对于两个集合间的这种关系，给出下面定义。

定义 对于两个集合 A 和 B，如果集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 叫做集合 B 的**子集**，记作 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$，读作"A 包含于 B"或"B 包含 A"。

例如，$\{0, 2, 3\}\subseteq\{0, 1, 2, 3, 4\}$；$\mathbf{Z}\supseteq\mathbf{N}$；$\mathbf{Q}\subseteq\mathbf{R}$。

若 A 不包含于 B，记作 $A\nsubseteq B$ 或 $B\nsupseteq A$。如若 $A=\{0, 2, 3\}$，$B=\{0, 2, 5, 6\}$，则 $A\nsubseteq B$。

对于一个非空集合 A，因为它的任何一个元素都是集合 A 的元素，所以 $A\subseteq A$。也就是说，任何一个集合是它本身的子集。

此外，我们规定：空集是任何集合 A 的子集，即 $\varnothing\subseteq A$。

2. 真子集

定义 如果集合 A 是集合 B 的子集，且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A，那么集合 A 叫做集合 B 的**真子集**，记作 $A\subsetneqq B$ 或 $B\supsetneqq A$。可用图 1-3 来表示。

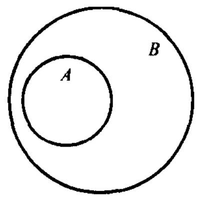


图 1-3

例如，$\{0, 2, 3\}\subsetneqq\{0, 1, 2, 3, 4\}$；$\mathbf{N}\subsetneqq\mathbf{Z}$。

显然，空集是任何非空集合的真子集。

例 2 写出集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集与真子集。

解 集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集是：$\varnothing$、$\{a\}$、$\{b\}$、$\{c\}$、$\{a, b\}$、$\{a, c\}$、$\{b, c\}$、$\{a, b, c\}$。除 $\{a, b, c\}$ 外，其余都是真子集。

在上例中，集合 $\{a, b, c\}$ 有 3 个元素，所有子集个数为 $8=2^3$ 个。可以证明，如果集合 A 含有 n 个元素，它的所有子集的个数一定是 2^n。

例如，设 $A=\{1, 3, 5, 7\}$，则 A 的所有子集的个数一定是 $2^4=16$。

例 3 讨论集合 $\{x\mid x-2=0\}$ 与 $\{x\mid x^2+x-6=0\}$ 的关系。

解 设集合 $A=\{x\mid x-2=0\}$，集合 $B=\{x\mid x^2+x-6=0\}$。方程 $x-2=0$ 的解为 $x=2$，即 $A=\{2\}$；方程 $x^2+x-6=0$ 的解为 $x_1=-3$，$x_2=2$，即 $B=\{-3, 2\}$，所以 A 是 B 的真子集，即 $A\subsetneqq B$。

3. 集合的相等

已知集合 $A=\{x\mid (x+1)(x+2)=0\}$，$B=\{-1, -2\}$。它们的元素完全相同，只是表示方法不同。

定义 如果两个集合 A 与 B 的元素完全相同，那么我们就说这两个**集合相等**，记作 $A=B$。

例 4 指出以下两个集合之间的关系。

(1) $A=\{1, 3, 5, 7\}$，$B=\{1, 5\}$

(2) $C=\{x\mid x^2=1\}$，$D=\{-1, 1\}$

(3) $P=\{$偶数$\}$，$\mathbf{Z}=\{$整数$\}$

解 (1) $B\subsetneqq A$ (2) $C=D$ (3) $P\subsetneqq\mathbf{Z}$

习 题 1-1

1. 写出下列集合中的所有元素。

(1) 一年的四个季节的集合。

(2) 自然数中小于 20 的质数的集合。

(3) 我国古代四大发明的集合。

(4) 方程 $x^2-11x+28=0$ 的解的集合。

(5) 太阳系的九大行星的集合。

2. 用列举法或描述法表示下列集合。

(1) 大于 0 的偶数。

(2) 方程 $x^2-5x+6=0$ 的解。

(3) 直线 $y=kx+b$ 上所有的点。

(4) 所有的矩形。

(5) 组成中国国旗图案的颜色。

(6) 世界上最高的山峰。

3. 用适当的符号 $\in$、$\notin$、=、$\subsetneqq$ 填空。

(1) 0 ________ $\mathbf{N}$, -3 ________ $\mathbf{Q}$, $\frac{1}{2}$ ________ $\mathbf{Q}$, $\sqrt{3}$ ________ $\mathbf{R}$

(2) a ________ $\{a, b\}$, a ________ $\{b, c, d\}$, $(2, 4)$ ________ $\{2, 4\}$

(3) $\varnothing$ ________ $\{a\}$, a ________ $\{a\}$, $\mathbf{Q}_+$ ________ $\mathbf{R}_+$

(4) $\{1, 2\}$ ________ $\{0, 1, 2\}$, $\{a, b, c\}$ ________ $\{c, a, b\}$

4. 写出集合 $\{1, 3, 5\}$ 的所有子集。

5. 把下列集合用另一种方法表示出来。

(1) $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

(2) {目前世界乒乓球锦标赛的七个比赛项目}

6. 设 $A=\{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B=\{1, 2, 4, 6\}$, 写出由 A 和 B 所有元素组成的集合 C。

7. 设 $A=\{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B=\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\}$, 写出由 A 和 B 的公共元素组成的集合 C。

第二节 交集 并集 补集

一、交集

设集合 $A=\{1, 2, 3, 6\}$, $B=\{3, 4, 5, 6\}$, 容易看出, 集合 $\{3, 6\}$ 是由属于 A 且属于 B 的所有元素 (即 A、B 的公共元素) 组成的, 对于这样的集合给出下面定义。

定义 由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合叫做 A 与 B 的**交集**, 记作 $A\cap B$, 读作 “A 交 B”, 即

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$$

集合 A 与 B 的交集 $A \cap B$ 可用图 1-4 中的阴影部分表示。

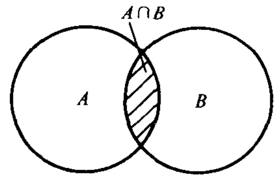


图 1-4

由交集的定义及图 1-4 可以看出，集合 A、B 的交集既是 A 的子集，也是 B 的子集，即 $A \cap B \subseteq A$，$A \cap B \subseteq B$。

例 1 设 $A=\{2, 5, 7, 8\}$，$B=\{5, 6, 8, 10\}$，求 $A \cap B$。

解 $A \cap B=\{2, 5, 7, 8\} \cap \{5, 6, 8, 10\}=\{5, 8\}$

例 2 设 $A=\{(x, y) \mid 2x+y=5\}$，$B=\{(x, y) \mid x+2y=7\}$，求 $A \cap B$。

解
$$\begin{aligned} A \cap B &= \{(x, y) \mid 2x+y=5\} \cap \{(x, y) \mid x+2y=7\} \\ &= \{(x, y) \mid 2x+y=5 \text{ 且 } x+2y=7\} \\ &= \{(1, 3)\} \end{aligned}$$

例 3 设 $A=\{$等腰三角形$\}$，$B=\{$直角三角形$\}$，求 $A \cap B$。

解 $A \cap B=\{$等腰三角形$\} \cap \{$直角三角形$\}$
$=\{$等腰直角三角形$\}$

例 4 设 $A=\{$奇数$\}$，$B=\{$偶数$\}$，$\mathbf{Z}=\{$整数$\}$，求 $A \cap \mathbf{Z}$，$B \cap \mathbf{Z}$，$A \cap B$。

解 $A \cap \mathbf{Z}=\{$奇数$\} \cap \{$整数$\}=\{$奇数$\}=A$

$B \cap \mathbf{Z}=\{$偶数$\} \cap \{$整数$\}=\{$偶数$\}=B$

$A \cap B=\{$奇数$\} \cap \{$偶数$\}=\varnothing$

例 5 设 $A=\{x \mid 1 \leqslant x \leqslant 3\}$，$B=\{x \mid 2 \leqslant x \leqslant 5\}$，求 $A \cap B$。

解 $A \cap B=\{x \mid 1 \leqslant x \leqslant 3\} \cap \{x \mid 2 \leqslant x \leqslant 5\}=\{x \mid 2 \leqslant x \leqslant 3\}$，如图 1-5 所示。

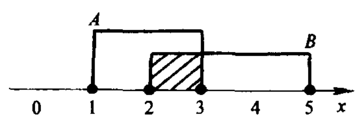


图 1-5

对于任何集合 A、B，显然下式成立：

$A \cap \varnothing=\varnothing \quad A \cap A=A \quad A \cap B=B \cap A$

二、并集

设集合 $A=\{1,2,3,6\}$，$B=\{3,4,5,6\}$，容易看出，集合 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 是由所有属于 A 或属于 B 的元素组成的，对于这样的集合给出下面定义。

定义 由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合叫做 A 与 B 的**并集**，记作 $A \cup B$，读作“A 并 B”，即 $A \cup B=\{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$。

集合 A 与 B 的并集 $A \cup B$ 可用图 1-6 的阴影部分表示。

由并集的定义和图 1-6 可以看出，集合 A、B 都是它们并集的子集，即

$A\subseteq A\cup B, B\subseteq A\cup B$。

对于任意集合 A、B，显然有

$$A\cup\varnothing=A \quad A\cup A=A \quad A\cup B=B\cup A$$

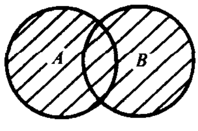


图 1-6

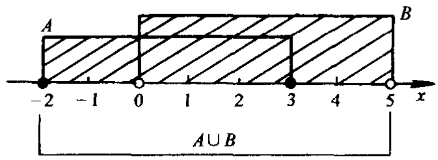


图 1-7

例 6 设 $A=\{2, 4\}$，$B=\{-2, 0, 2\}$，求 $A\cup B$。

解 $A\cup B=\{2, 4\}\cup\{-2, 0, 2\}=\{-2, 0, 2, 4\}$

例 7 如图 1-7 所示，设 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{x\mid 0<x<5\}$，求 $A\cup B$。

解 $A\cup B=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 3\}\cup\{x\mid 0<x<5\}$

$=\{x\mid -2\leqslant x<5\}$

例 8 设 $A=\{$锐角三角形$\}$，$B=\{$钝角三角形$\}$，求 $A\cup B$。

解 $A\cup B=\{$锐角三角形$\}\cup\{$钝角三角形$\}$

$=\{$斜三角形$\}$

例 9 设 $A=\{x\mid -3<x<-1\}$，$B=\{x\mid x\geqslant -1\}$，求 $A\cup B$，$A\cap B$。

解 $A\cup B=\{x\mid -3<x<-1\}\cup\{x\mid x\geqslant -1\}$

$=\{x\mid x>-3\}$

$A\cap B=\{x\mid -3<x<-1\}\cap\{x\mid x\geqslant -1\}$

$=\varnothing$

三、全集与补集

设集合 I 是全班同学的集合，集合 A 是班上所有参加校运动会的同学的集合，而集合 B 是班上所有没参加校运动会的同学的集合，那么这三个集合有什么关系呢？容易看出，集合 B 就是集合 I 中所有不属于 A 的元素所组成的集合。

在研究集合与集合之间的关系时，这些集合往往又是某一个给定集合的子集，这个给定的集合叫做**全集**，记作 I。

在上面的例子中，集合 I 就是全集。

定义 设 I 是全集，A 是 I 的一个子集（即 $A\subseteq I$），由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做集合 A 在 I 中的**补集**，记作 $\complement_I A$。通常 I 可省去，简记为 $\complement A$，读作"A 补"，即

$$\complement A=\{x\mid x\in I \text{ 且 } x\notin A\}$$

集合 A 在 I 中的补集 $\complement A$ 可用图 1-8 的阴影部分表示出来。图中的矩形内部

表示全集 I，圆内部分表示集合 A。

由补集的定义和图 1-8 可以看出

$$A \cup \complement A = I \quad A \cap \complement A = \varnothing \quad \complement I = \varnothing$$

$$\complement \varnothing = I \quad \complement(\complement A) = A$$

补集是对全集而言的，即使是同一个集合 A，由于所取的全集不同，它的补集也是不同的。

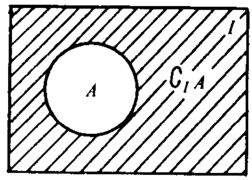


图 1-8

例如，设 $I=\{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$，$A=\{0, 2, 4\}$,则$\complement A=\{6, 8, 10\}$；若 $I=\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$，$A=\{0, 2, 4\}$，则$\complement A=\{1, 3, 5\}$。

例 10 设 $I=\{1, 3, 5, 7, 9\}$，$A=\{1, 5, 7\}$，$B=\{1, 7, 9\}$，求 (1) $(\complement A)\cap(\complement B)$；(2) $(\complement A)\cup(\complement B)$；(3) $\complement(A\cup B)$；(4) $\complement(A\cap B)$。

解 (1) 因为$\complement A=\{3, 9\}$，$\complement B=\{3, 5\}$，所以 $(\complement A)\cap(\complement B)=\{3, 9\}\cap\{3, 5\}=\{3\}$；

(2) $(\complement A)\cup(\complement B)=\{3, 9\}\cup\{3, 5\}=\{3, 5, 9\}$；

(3) 因为 $A\cup B=\{1, 5, 7\}\cup\{1, 7, 9\}=\{1, 5, 7, 9\}$，所以$\complement(A\cup B)=\{3\}$。

(4) 因为$A\cap B=\{1, 5, 7\}\cap\{1, 7, 9\}=\{1, 7\}$，所以$\complement(A\cap B)=\{3, 5, 9\}$。

由上面的例子可以得到两个重要的关系式

$$\complement(A\cup B)=(\complement A)\cap(\complement B) \qquad \complement(A\cap B)=(\complement A)\cup(\complement B)$$

事实上，这两个等式对于任意的集合 A 和 B 都是成立的。

例 11 设 $I=\{$三角形$\}$，$\complement A=\{$锐角三角形和直角三角形$\}$，求 A。

解 $A=\{$钝角三角形$\}$

习 题 1-2

1. 设 $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$，$B=\{3, 4, 5, 6, 7\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$。
2. 设 $A=\{(x, y)\mid 3x+2y=1\}$，$B=\{(x, y)\mid x-y=2\}$，求 $A\cap B$。
3. 学校开运动会，设 $A=\{$参加百米赛跑的同学$\}$，$B=\{$参加跳高比赛的同学$\}$，求 $A\cap B$。
4. 设 $A=\{x\mid -2<x<1\}$，$B=\{x\mid 0<x\leqslant 2\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$，并在数轴上表示出来。
5. 某商店进了两批货。第一批货品种的集合 $A=\{$彩电，冰箱，微波炉，热水器$\}$，第二批货品种的集合 $B=\{$彩电，冰箱，空调，电风扇$\}$。求两批货中相同品种的集合 C 及所有品种的集合 D。
6. 设 S_1 表示某校全体学生的集合，S_2 表示该校全体男生的集合，S_3 表示该校全体女生的集合，S_4 表示该校全体教工的集合。

(1) S_1、S_2、S_3、S_4 中，哪两个集合的交集是非空集合?

(2) 求 $S_2\cup S_3$。

(3) 求 $S_1\cup S_4$。

(4) S_2、S_3、S_4 中，哪些集合是 S_1 的真子集?

7. 设 $I=\{$小于 9 的正整数$\}$，$A=\{1, 2, 3\}$，$B=\{2, 3, 4, 5\}$，求 $\cancel{A\cap B}$，$A\cup B$，$\complement A$，$\complement B$。

8. 设 $I=\mathbf{R}$，$A=\{x|-3<x<2\}$，$B=\{x|-1<x<5\}$，求 $(\complement A)\cap B$，$(\complement A)\cap(\complement B)$。

第三节　区间　绝对值不等式的解法

一、区间

设 a、b 是两个实数，且 $a<b$。我们规定：

(1) 满足不等式 $a\leqslant x\leqslant b$ 的实数 x 的集合叫做**闭区间**，记作 $[a, b]$。

(2) 满足不等式 $a<x<b$ 的实数 x 的集合叫做**开区间**，记作 (a, b)。

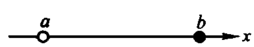
(3) 满足不等式 $a<x\leqslant b$ 的实数 x 的集合叫做**左开区间**，记作 $(a, b]$。

(4) 满足不等式 $a\leqslant x<b$ 的实数 x 的集合叫做**右开区间**，记作 $[a, b)$。

左开区间与右开区间统称为**半开区间**，这里的实数 a 与 b 叫做相应**区间的端点**。称区间 $[a, b]$，(a, b)，$[a, b)$，$(a, b]$ 为**有限区间**。

在数轴上，这些区间都可以用一条以 a 和 b 为端点的线段来表示（如表 1-1 所示）。在表中，用实心点表示端点包括在区间内，用空心点表示端点不包括在区间内。

表 1-1

定　义	名　称	符　号	数轴表示
$\{x\|a\leqslant x\leqslant b\}$	闭区间	$[a, b]$	
$\{x\|a<x<b\}$	开区间	(a, b)	
$\{x\|a\leqslant x<b\}$	右开区间	$[a, b)$	
$\{x\|a<x\leqslant b\}$	左开区间	$(a, b]$	

实数集 $\mathbf{R}$ 也可用区间 $(-\infty, +\infty)$ 表示，符号“∞”读作“无穷大”，其中“$-\infty$”读作“负无穷大”，“$+\infty$”读作“正无穷大”。它们不是数，仅是记号。

我们还可以把满足 $x\geqslant a$，$x>a$，$x\leqslant b$，$x<b$ 的实数 x 的集合分别表示为

$[a, +\infty)$，$(a, +\infty)$，$(-\infty, b]$，$(-\infty, b)$，称这些区间为**无限区间**。

例 1 用区间表示下列集合。

(1) $\{x \mid -1 \leqslant x \leqslant 6\}$ (2) $\{x \mid x \geqslant 5\}$ (3) $\{x \mid 1 < x < 2\}$

(4) $\{x \mid x \in \mathbf{R}, x \neq 1, x \neq 2\}$。

解 各集合用区间表示为：(1) $[-1, 6]$，(2) $[5, +\infty)$，(3) $(1, 2)$，(4) $(-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, +\infty)$。

二、绝对值不等式的解法

1. $|x| < a$，$|x| > a$ $(a > 0)$ 型不等式

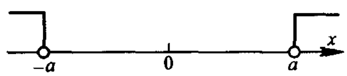
我们知道，在实数集 **R** 中，有

$$|a| = \begin{cases} a & a > 0 \\ 0 & a = 0 \\ -a & a < 0 \end{cases}$$

例如，$|3| = 3$，$|0| = 0$，$|-3| = -(-3) = 3$。

$|x| < a$，$|x| > a$ $(a > 0)$ 是最简单的绝对值不等式。依据绝对值的定义可知，$|x|$是数轴上表示 x 的点到原点的距离。因此，从数轴上看，$|x| < a$ 的解集就是与原点的距离小于 a 的点的集合；$|x| > a$ 的解集就是与原点的距离大于 a 的点的集合（见表 1-2）。

表 1-2

绝对值不等式	解　　集	数轴表示
$\|x\| < a$ $(a > 0)$	$\{x \mid -a < x < a\}$	
$\|x\| > a$ $(a > 0)$	$\{x \mid x < -a$ 或 $x > a\}$	

例 2 解不等式$|x| < 3$。

解 此不等式可归结为表 1-2 中的$|x| < a$ 型。由原不等式得，$-3 < x < 3$，解集为 $\{x \mid -3 < x < 3\}$，如图 1-9 所示。

例 3 解不等式$|x| > 5$。

解 此不等式可归结为表 1-2 中的 $|x| > a$ 型。由原不等式得，$x < -5$ 或 $x > 5$，解集为

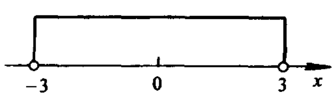


图 1-9

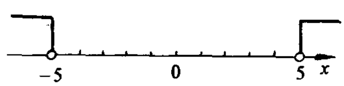


图 1-10