1984

全国中考题选解

（数学）

林庆中

责任编辑：何伍鸣
封面设计：

一九八四年全国中考题选解《数学》

四川教育出版社出版（成都盐道街三号）
四川省新华书店发行　渡口新华印刷厂印刷

开本 787×1092 毫米　印张 6.5　字数 100 千
1985 年 3 月第一版　1985 年 3 月第一次印刷
印数：1—255,000 册

书号：7344·153　定价：0.77 元

出版说明

应广大中学学生、教师和社会青年的需要，我们出版了这套《1984年全国中考题选解》，包括语文、数学、物理、化学和英语五科，每科各一册。在这套书中，重点选收了1984年全国各省市中一些具有代表性的初中毕业及升学考试试题，这些试题一般都比较典型和具有一定特色，在一定程度上体现了教育部有关新的考试要求，重点放在考核学生的基础知识和基本技能方面，并反映了当前各地教育改革的动态和教育质量测试的标准及各种测试形式，具有一定的方向性和指导意义。

为了便于读者学习和使用，文科的每套题后均附有“参考答案”，部分浅显易懂的题目答案从略，较难的题则作简明的提示；理科的每套题后均附有“解答”，对较难的填空题、选择题给出答案根据，较复杂的题则理出解题思路，并进行分析，指出解题关键，对较典型的题目还进行了讨论。答案和题解都力求做到准确、清楚。

本套书可供中学学生、社会青年进行自我考核和参加初中毕业及升学考试复习之用，并可供中学教师指导学生学习时参考，同时也可作为教师改进教学工作的借鉴，于学于教，

均有助益。

由于编选水平所限，书中缺点错误在所难免，敬请读者批评指正。

一九八四年十一月

目　　录

上海市中等学校招生文化考试试题

一、填空 （每空3分，共45分）：

1．$(x^3)^2 \div (-x^2) =$ __________；

2．若 $a<0$，$b>0$，则 $\sqrt{a^2b} =$ __________；

3．函数$y=\dfrac{\sqrt{-x}}{x+1}$的自变量x的取值范围是________________；

4．函数 $y=x^2-4x+9$ 的最小值是__________；

5．若 $\lg 1.3713=0.13713$，则 $\lg 0.13713=$ ________________；

6．内角和为 $1800°$ 的多边形是__________边形；

7．和已知角两边距离相等的点的轨迹是__________；

8．在直角坐标平面内，已知两点 $A(2,\ -6)$，$B(-4,\ 2)$，则 $|AB| =$ __________；

9．已知角 α 的顶点在原点，始边在 x 轴的正半轴上，终边经过点 $p(3,\ 4)$，则 $\cos\alpha =$ __________；

10．$\triangle ABC$ 中，已知 $AB=2$，$BC=1$，$\angle C=45°$，则 $\sin A =$ __________；

11．两圆半径分别为 9 和 4，圆心距为 5，则两圆位置关

系为__________；

12．如图 1-1，已知 PA 是圆的切线，A 是切点，PCB 是圆的割线，其中 $PA=4$，$PB=8$，则 $BC=$__________；

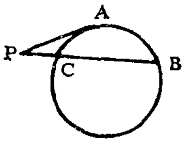

图1-1

13．勾股定理的逆定理是____________________；

14．某厂原来每天平均用煤 n 吨，节约能源后，每天减少用煤 2 吨，那么库存 m 吨煤可多用______________天；

15．若圆上一段劣弧所对的弦长等于圆的半径 R，则此弦和劣弧所围成的弓形面积为______________。

二、计算 （每小题6分，共12分）：

1．$(\frac{1}{2})^0+(0.125)^{-\frac{1}{3}}+\lg 4+\lg 25-2^{\log_2 3}$；

2．$2\sin 90^\circ+\frac{\cos 30^\circ}{\mathrm{tg}60^\circ}+\cos 135^\circ$。

三、解方程和解不等式 （每小题6分，共18分）：

1．解方程 $\sqrt{3x+6}-2x=1$；

2．解方程组 $\begin{cases}\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=a-b, & ①\\ \frac{a}{x}-\frac{b}{y}=a+b; & ②\end{cases}$ （其中 $a\neq 0$，$b\neq 0$）

3．解不等式组 $\begin{cases}(x-3)^2>(x+3)(x-3), & ① \\ \left|\dfrac{x}{2}\right|\geqslant 1. & ②\end{cases}$

四、（本题14分，第1小题6分，第2小题8分）

1．如图 1—2 是一次函数 $y=kx+b$ 的图象，试填写下列数值：

（1）$k=$ __________；

（2）$b=$ __________

（3）当 $x=30$时，$y=$ __________。

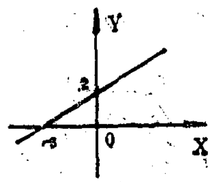

图1-2

2．如图1-3 是二次函数$y=ax^2+bx+c$的图象，试填写下列符号：

（1）a 的符号为__________；

（2）b 的符号为__________；

（3）c 的符号为__________；

（4）b^2-4ac的符号为__________。

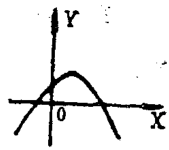

图1-3

五、（本题9分）

如图 1-4，$\triangle ABC$ 中，已知 I 为其内心，并且 $ID\parallel AB$，$IE\parallel AC$，分别交 BC 于 D、E。求证：

$AB:AC=BD:EC$。

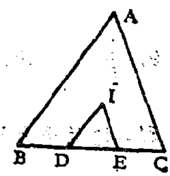

图1-4

六、（本题10分）

已知关于 x 的方程 $(m^2-1)x^2+(m+1)x+1=0$，其中 m 为实数，

（1）当 m 为何值时，方程有实数

根；

（2）若 x_1、x_2 是方程的两个实数根，且 $x_1 \cdot x_2 = 1$，求m的值。

七、（本题12分）

如图 1-5，正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 1，延长 AB、BC、…、FA 至 G、H、…、L，使 $\frac{AG}{AB} = \frac{BH}{BC} = \cdots = \frac{FL}{FA} = k$，其中 $k > 1$。

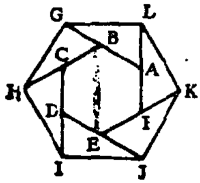

图 1-5

（1）当 $k = 2$ 时，求六边形 $GHIJKL$ 的面积；

（2）如果六边形 $GHIJKL$ 的面积是正六边形$ABCDEF$ 面积的 7 倍，求 k 的值。

解　　答

一、填空

1. $-x^4$.　2. $-a\sqrt{b}$.　3. $x \leqslant 0$ 且 $x \neq -1$.　4. 5.

5. $\bar{1}.13713$.　6. 12.　7. 这个角的平分线.　8. 10.

9. $\frac{3}{5}$.　10. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　11. 内切.　12. 6.　13. 如果三角形一边的平方等于另外两边平方的和，则此边所对的角是直角。

14. $\frac{2m}{n(n-2)}$（或 $\frac{m}{n-2} - \frac{m}{n}$）.　15. $\frac{(2\pi - 3\sqrt{3})R^2}{12}$.

二、计算：

1．解原式$=1+2+2-3=2$。

2．解原式$=2+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{5-\sqrt{2}}{2}$。

三、解方程和解不等式：

1．解　移项 $\sqrt{3x+6}=2x+1$，

两边平方，得　$3x+6=4x^2+4x+1$，

即　$4x^2+x-5=0$，

$(4x+5)(x-1)=0$，

$x_1=-\frac{5}{4}$，　$x_2=1$，

经检验，$x_1=-\frac{5}{4}$是增根，舍去。

$\therefore$　$x=1$。

2.解：①+②，得　$\frac{2a}{x}=2a$。

$\because a\neq 0$，　$\therefore x=1$．

①−②，得　$\frac{2b}{y}=-2b$。

$\because b\neq 0$，　$\therefore y=-1$。

经检验，$\begin{cases}x=1,\\y=-1\end{cases}$是原方程组的解。

$\therefore\begin{cases}x=1,\\y=-1.\end{cases}$

3．解　由①，得 $x^2-6x+9>x^2-9$，

$-6x>-18$，

$\therefore\ x<3$ (3)

由②，得 $\dfrac{x}{2}\geqslant 1$ 或 $\dfrac{x}{2}\leqslant -1$，

即 $x\geqslant 2$ 或 $x\leqslant -2$， (4)

由③、④，得 $x\leqslant -2$ 或 $2\leqslant x<3$。

四、 1.（1）$\dfrac{2}{3}$；（2）2；（3）22。

2.（1）负；（2）正；（3）正；（4）正。

五、[证一] $\because\ AB\parallel ID$，$AC\parallel IE$，

$\therefore \angle B=\angle IDE$，$\angle C=\angle IED$。

于是 $\triangle ABC\backsim\triangle IDE$，

因此，$\dfrac{AB}{ID}=\dfrac{AC}{IE}$， 即 $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{ID}{IE}$。

连结 IB、IC，在 $\triangle BDI$ 中，

$\because\ DI\parallel AB$，$\angle 3=\angle 2$，

又 $\because\ I$ 是 $\triangle ABC$ 的内心，$\angle 1=\angle 2$，

$\therefore\ \angle 1=\angle 3$，从而有 $ID=BD$。

在 $\triangle CEI$ 中，同理可得 $IE=EC$。

$\therefore\ \dfrac{AB}{AC}=\dfrac{BD}{EC}$。

[证二] 连结 AI，并延长交 DE 于 F。

$\because\ ID\parallel AB$，$IE\parallel AC$，

$\therefore\ \dfrac{ID}{AB}=\dfrac{FI}{FA}=\dfrac{IE}{AC}$，得 $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{ID}{IE}$。(1)

$\dfrac{DF}{BD}=\dfrac{FI}{IA}=\dfrac{FE}{EC}$，得 $\dfrac{BD}{EC}=\dfrac{DF}{EF}$。(2)

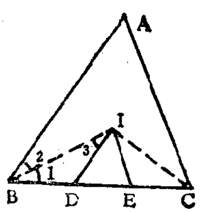

图 1-6

∵ I 是$\triangle ABC$ 的内心，$\angle 1=\angle 2$，

又∵ $\angle 3=\angle 1$，$\angle 4=\angle 2$，

∴ $\angle 3=\angle 4$，IF 是$\angle DIE$ 的角平分线。

那么有 $\dfrac{ID}{IE}=\dfrac{DF}{EF}$，

由①、②即得 $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{BD}{EC}$。

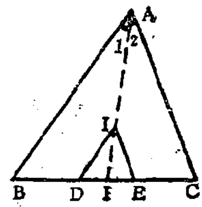

图 1-7

[证三] 连结 AI，并过 I 作 $MN /\!/ BC$，分别交 AB、AC 于 M、N。

∵ $MN /\!/ BC$，$ID /\!/ MB$，$IE /\!/ NC$，

∴ 四边形 $BDIM$、$ECNI$ 都是平行四边形。

于是 $MI=BD$，$IN=EC$， (1)

∵ I 是$\triangle ABC$ 的内心，AI 平分$\angle MAN$，

∴ $\dfrac{AM}{AN}=\dfrac{MI}{IN}$，将(1)代入，得$\dfrac{AM}{AN}=\dfrac{BD}{EC}$ (2)

又∵ $MN /\!/ BC$，$\dfrac{AM}{AN}=\dfrac{AB}{AC}$。

与(2)比较，得 $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{BD}{EC}$。

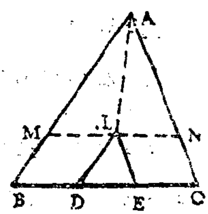

图 1-8

六、解 (1) 当 $m^2-1\neq 0$，

即 $m\neq\pm1$ 时，方程为一元二次方程，它有实数根的条件是

$\Delta=(m+1)^2-4(m^2-1)=-3m^2+2m+5\geqslant 0$，

即 $3m^2-2m-5\leqslant 0$

$(3m-5)(m+1)\leqslant 0$ 故 $-1\leqslant m\leqslant\dfrac{5}{3}$。

∵ $m\neq\pm1$，∴ $-1<m\leqslant\dfrac{5}{3}$，且 $m\neq 1$.

但当 $m^2-1=0$，即 $m=\pm1$ 时，有两种情形：$m=1$ 时，原方程

为一元一次方程 $2x+1=0$，它有实数根；而当 $m=-1$ 时，原方程无解．因此，当 $-1<m\leqslant\frac{5}{3}$ 时方程有实数根．

(2) 根据一元二次方程根与系数的关系，有 $x_1\cdot x_2=\frac{1}{m^2-1}=1$，解得 $m=\pm\sqrt{2}$．

但从(1)知一元二次方程有实数根的条件是 $-1<m\leqslant\frac{5}{3}$，且 $m\neq1$。$m=-\sqrt{2}$ 舍去．

$\therefore\ m=\sqrt{2}$．

七、解一　(1) 当 $k=2$ 时，$\frac{AG}{AB}=\frac{BH}{BC}=\cdots=\frac{FL}{FA}=2$，

$\because$ 六边形 $ABCDEF$ 为正六边形，且边长为 1，

$\therefore$ 在 $\triangle ALG$ 中，有

$AG=2AB=2$，$AL=FL-FA=2-1=1$，

$\angle GAL=60^\circ$，

$\therefore$ $\triangle ALG$ 的面积 $=\frac{1}{2}AG\cdot AL\cdot\sin60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

同法可得 $\triangle BGH$、$\triangle CHI$、$\triangle DIJ$、$\triangle EJK$、$\triangle FKL$ 的面积都是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，于是六边形 $GHIJKL$ 的面积 $=$ 正六边形 $ABCDEF$ 面积 $+\triangle ALG$ 面积 $\times6=6\times\frac{\sqrt{3}}{4}+6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{9}{2}\sqrt{3}$（面积单位）

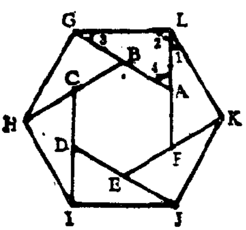

图 1-9

(2) 当 $\frac{AG}{AB}=\frac{BH}{BC}=\cdots=\frac{FL}{FA}=k$ 时，

在 $\triangle ALG$ 中．

$\because$ $AG=KAB=k$．

$AL=FL-FA=k-1$，

$\angle GAL=60^\circ$．

$\therefore$ $\triangle ALG$ 的面积 $=\frac{1}{2}AG\cdot AL\cdot\sin60^\circ=k(k-1)\frac{\sqrt{3}}{4}$．

∵ 六边形$GHIJKL$的面积是正六边形$ABCDEF$面积的7倍，因此有

$$6\times k(k-1)\frac{\sqrt{3}}{4}+6\times\frac{\sqrt{3}}{4}=7\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{4},$$

即 $k^2-k-6=0$,

解得 $k_1=-2$（舍去）， $k_2=3$.

∴ $k=3$.

解二 （1）当 $k=2$ 时， $\frac{AG}{AB}=\frac{BH}{BC}=\cdots=\frac{FL}{FA}=2$.

∵ 六边形$ABCDE$为正六边形，且有边长为1，

∴ 在$\triangle FKL$和$\triangle ALG$中，

$FL=AG=2$, $FK=AL=2-1=1$,

$\angle KFL=\angle LAG=60^\circ$,

∴ $\triangle FKL\cong\triangle ALG$.

于是 $KL=LG$，同法可证 $LG=GH=HL=IJ=JK$.

又∵ $\angle 1=\angle 3$，$\angle 3+\angle 2=180^\circ-\angle 4=120^\circ$,

∴ $\angle KLG=120^\circ$ 同法可证六边形$GHIJKL$的每个内角都是120°,

∴ 六边形$GHIJKL$是正六边形.

在$\triangle ALG$中，

∵ $LG^2=AL^2+AG^2-2AL\cdot AG\cdot\cos 60^\circ=3$,

∴ 正六边形$GHIJKL$的面积$=6\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times 3=\frac{9}{2}\sqrt{3}$（面积单位）.

（2）∵ 任意两个正六边形都是相似形，

∴ $\frac{S_{GHIJKL}}{S_{ABCDEF}}=\frac{LG^2}{AB^2}=LG^2=7$.

在$\triangle ALG$中，

∵ $AL=(k-1)AF=k-1$,

$AG=k\,AB=k$,

$\angle GAL=60°$,

$\therefore \quad LG^2=AL^2+AG^2-2AL\cdot AG\cos 60°=k^2-k+1$. (2)

由①、②得方程 $k^2-k+1=7$,

$k^2-k-6=0$

解得 $k_1=-2$（舍去），$k_2=3$

$\therefore \quad k=3$.