

51.211

LYZ

# 整数四则和分数四则

刘永政 著

新 知 識 出 版 社

211  
7

# 整數四則和分數四則

劉永政 著

新知識出版社

一九五七年。上海

# 整 数 四 则 和 分 数 四 则

刘 永 政 著

\*

新 知 識 出 版 社 出 版

(上 海 湖 南 路 9 号)

上海市书刊出版业营业许可証出 015 号

上海协兴印刷厂印刷 新華書店上海發行所总經售

\*

开本：787×1092 1/32 印张：3 5/8 字数：83,000

1957年3月第1版 1957年3月第1次印刷

印数：1—80,000 本

統一書号：13076·65

定 价：(7)0.32元

## 作 者 的 話

整数四則和分数四則在算術中占着很重要的地位，它常常是学生感到难学、教师感到难教的部分之一。在計算整数和分数四則应用題时，正确地理解題意和确定运算方法具有很大的意义。在这方面作者有一些心得和体会，願意把它貢獻出來与广大讀者一起研究。

由于希望这本小冊子能够帮助算術教師們和具有高小以上文化水平的同志解决一些教学和自修上的实际問題，因此，除了比較詳尽地介紹了算術的基本知識以及整数和分数四則应用題的解法外，特別着重闡述了对問題分析和思考的途徑。書中所运用的一些分解方法，如網式分析法在現有的一些算術書中是不多見的，希望这些方法能对讀者透徹地理解題意从而求出正确的答案方面有所啓發。

作者限于水平，缺点和錯誤一定很多，懇求讀者同志提出宝貴的意見。

本書在有些地方曾参考了張元鼎同志著的“从算術到代数”一書，特此声明。

# 目 錄

|                                 |     |
|---------------------------------|-----|
| 第一章 基本知識 .....                  | 1   |
| (一)加法、減法、乘法、除法的用处 .....         | 1   |
| (二)加法和減法、乘法和除法的关系 .....         | 2   |
| (三)加法和乘法的运算定律 .....             | 3   |
| (四)加法、減法、乘法、除法的名数規定 .....       | 5   |
| (五)分析法、綜合法 .....                | 6   |
| 第二章 整数四則 .....                  | 9   |
| (一)逆运算問題 .....                  | 9   |
| (二)和差問題(附流水問題) .....            | 13  |
| (三)倍数問題(包括定和、定差、年齡問題) .....     | 17  |
| (四)归一問題 .....                   | 30  |
| (五)匀速运动問題(附列車問題) .....          | 34  |
| (六)平均和分配問題 .....                | 47  |
| (七)面積問題 .....                   | 51  |
| (八)体積問題 .....                   | 55  |
| 第三章 分数四則 .....                  | 59  |
| (一)第一类:某数是另一数的几分之几 .....        | 60  |
| (二)第二类:求一个数的几分之几是多少 .....       | 62  |
| (三)第三类:已知一个数的几分之几是多少,求这个数 ..... | 70  |
| (四)工程問題 .....                   | 111 |
| 附錄 圓面積,直圓柱体 .....               | 107 |
| 習題答案 .....                      | 110 |

# 第一章 基本知識

## (一) 加法、減法、乘法、除法的用处

### (一) 加法的用处:

1. 求几个数的和.

例如: 3 尺布和 4 尺布共是多少?

2. 已知小数和差, 求大数. (即  $\text{小数} + \text{差} = \text{大数}$ )

例如: 甲有 3 元, 甲比乙少 2 元, 問乙有多少元?

### (二) 減法的用处:

1. 从一个数中去掉另一个数, 求还剩多少. (这一个数一定不少于另一个数)

例如: 从 7 尺布中剪去 3 尺, 还剩多少?

2. 已知大数和差, 求小数. (即  $\text{大数} - \text{差} = \text{小数}$ )

例如: 甲有 5 元, 甲比乙多 2 元, 問乙有多少元?

### (三) 乘法的用处:

1. 求一个数的若干倍是多少.

例如: 3 尺布的 4 倍是多少?

2. 已知小数及大数是小数的若干倍, 求大数. (即  $\text{小数} \times \text{倍数} = \text{大数}$ )

例如: 甲有 3 元, 乙所有是甲的 4 倍, 問乙有多少?

### (四) 除法的用处:

1. 已知大数和大数是小数的若干倍, 求小数. (即  $\text{大数} \div \text{倍数} = \text{小数}$ )

例如：甲有 10 元，甲有的錢数是乙有的錢数的 2 倍，問乙有多少元？

2. 把一个数分为若干等份，求一份是多少。

例如：把 9 尺布分为 3 段，每段是多少？

3. 求大数是小数的几倍。

例如：甲有 10 元，乙有 5 元，問甲的錢数是乙的几倍？

## (二) 加法和減法、乘法和除法的关系

例如有这样一个題目：弟弟有 13 本書，哥哥的書比弟弟的多 5 本，問哥哥有几本書。这是加法运算。

列式是：
$$\begin{array}{ccc} 13 \text{ 本} + 5 \text{ 本} = 18 \text{ 本} & \cdots \cdots & \text{哥哥有書} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{被加数} & \text{加数} & \text{和} \end{array}$$

如果已知哥哥有書 18 本，哥哥比弟弟多 5 本，求弟弟有書几本。这就是減法的运算。

列式是：
$$\begin{array}{ccc} 18 \text{ 本} - 5 \text{ 本} = 13 \text{ 本} & \cdots \cdots & \text{弟弟有書} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{和} & \text{加数} & \text{被加数} \end{array}$$

另外，如果知道哥哥有書 18 本，弟弟有書 13 本，求哥哥比弟弟多几本，这也是減法运算。

列式是：
$$\begin{array}{ccc} 18 \text{ 本} - 13 \text{ 本} = 5 \text{ 本} & \cdots \cdots & \text{哥哥比弟弟多的書} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{和} & \text{被加数} & \text{加数} \end{array}$$

从上面可以看出，加法中的三个数，如果知道其中任意两个数，都可求出第三个数；如果知道和及任一个加数，都可用減法得到另一个加数。加法和減法的这种关系叫逆运算关系。

这种关系可以寫成：

被加数 + 加数 = 和，

和 - 加数 = 被加数，

和 - 被加数 = 加数。

乘法和除法也有着同样的逆运算关系。

如某人每小时走8里路,問他3小时共走几里,这是乘法运算。

列式:  $8 \text{ 里} \times 3 = 24 \text{ 里}, \dots\dots \text{共走里数}$

$\downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow$   
被乘数 乘数 積

如果已知他3小时走24里,問他1小时走多少里,这就是除法运算。

列式:  $24 \text{ 里} \div 3 = 8 \text{ 里}, \dots\dots \text{每小时走的里数}$

$\downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow$   
積 乘数 被乘数

如果已知他每小时走8里,又知他共走了24里,問他走了几小时,也該用除法。

列式:  $24 \text{ 里} \div 8 \text{ 里} = 3 \text{ (小时)}, \dots\dots \text{共走时间}$

$\downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow$   
積 被乘数 乘数

从上面也可以看出,在乘法中,如果已知積和任一个乘数,都可运用除法得到另一个乘数。

这种关系可寫成:

$$\text{被乘数} \times \text{乘数} = \text{積},$$

$$\text{積} \div \text{被乘数} = \text{乘数},$$

$$\text{積} \div \text{乘数} = \text{被乘数}.$$

由此可知,減法是加法的逆运算;同样,除法是乘法的逆运算。

弄清楚这种关系非常重要,它是以后解决逆运算問題及其他問題,如倍数問題、匀速运动問題等的基礎。

### (三) 加法和乘法的运算定律①

#### (一) 加法:

- ① 減法和除法沒有交換律和結合律,因为被減数或減数不能任意交換和結合,被除数或除数也不能任意交換和結合。

1. 加法交換律：被加數和加數的位置任意交換，它們的和不變。

例如： $3+4+5=3+5+4=4+3+5=\cdots=12$ 。

2. 加法結合律：幾個數相加，可先將其中的兩個數或幾個數相加，再和其他的數相加，它們的和不變。

例如： $3+4+7+8=3+(4+7)+8$   
 $=3+(4+7+8)$   
 $=\cdots$   
 $=22$ 。

## (二) 乘法：

1. 乘法交換律：被乘數和乘數的位置任意交換，它們的積不變。

例如： $3\times 4\times 5=3\times 5\times 4=4\times 5\times 3=\cdots=60$ 。

2. 乘法結合律：幾個數相乘，可先將其中的幾個數結合成一組相乘，然後再和其他的數相乘，它們的積不變。

例如： $3\times 4\times 5\times 6=(3\times 4)\times (5\times 6)$   
 $=(3\times 5\times 6)\times 4$   
 $=5\times (6\times 3\times 4)$   
 $=\cdots$   
 $=360$ 。

3. 乘法分配律：幾個數的和或差乘以某數，等於將各個數分別乘以某數，然後再把它們的積相加或相減。

例如： $(7+4-5)\times 2=7\times 2+4\times 2-5\times 2=12$ 。

〔注意〕除法也有和乘法分配律類似的情況，即幾個數的和或差除以某數，等於將各個數分別除以某數，然後再把它們的商相加或相減。

例如： $(12+6-8)\div 2=12\div 2+6\div 2-8\div 2=5$ 。

#### (四) 加法、減法、乘法、除法的名數規定

##### (一) 加法和減法的名數規定：

1. 不名數相加或相減，仍得不名數。

例如： $3+4=7$ 。

2. 同名數相加或相減，所得的名數和原名數相同。

例如：7 斤 + 8 斤 = 15 斤。

3. 不同名數不能相加或相減。

例如：7 斤不能與 8 元相加。

##### (二) 乘法的名數規定：

1. 不名數乘以不名數仍得不名數。

例如： $7 \times 3 = 21$ 。

2. 乘數一定是不名數，積的名數和被乘數名數相同。

例如：7 斤  $\times$  3 = 21 斤。

3. 在名數乘法中不能利用交換律：

例如：7 斤  $\times$  3  $\neq$  3  $\times$  7 斤。

##### (三) 除法的名數規定：

1. 不名數除以不名數仍得不名數。

例如： $12 \div 3 = 4$ 。

2. 被除數是名數，除數是不名數，商的名數和被除數名數相同。

例如：12 斤  $\div$  3 = 4 斤。

3. 被除數和除數的名數相同，得商是不名數。①

例如：12 斤  $\div$  3 斤 = 4 (倍)。

4. 被除數和除數名數不同，相除就沒有意義。

例如：12 斤  $\div$  3 人 = ?

① 如因題意的需要，可加添異名數；但必須放在括弧內。

## (五) 分析法、綜合法

許多讀者對解式題還不感困難，但在解整數和分數四則應用問題時，往往會因題目的類型很多而感到茫無頭緒，無從下手。這樣，在運算的時候，不僅花費很多精力和時間，也很容易由於方法的不對頭而得不到正確的答案。應該怎樣按一定的思維方法、步驟來進行運算呢？現在我們舉以下例子來說明：

〔例〕某縫紉廠做了8件大衣和幾套制服，共用布17丈9尺。每一件大衣用布1丈1尺，每套制服比一件大衣多用布2尺。問這廠共做多少套制服？

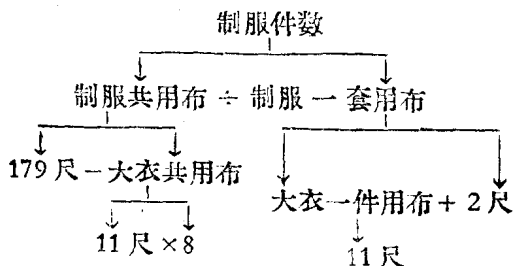
題目所求的是共做幾套制服。要想求得這個結果，就必須知道做制服共用多少布和每套制服要用多少布。

由題的條件，知道每套制服比一件大衣多用布2尺，而大衣一件用布已知是11尺，所以每套制服用布多少不難求得。

做制服共用多少布呢？

根據題意，從179尺中減去做8件大衣所用的布，剩下的就是做制服共用的布了。8件大衣共用布多少，是直接可以求出的。這樣，做制服共用的布就不難求出了。

假如用下面的圖式表示出來，就更為清楚了。



再根據圖式列出算式。這是非常容易的。

這種方法是從問題所要求的開始推究。我們先要想一下，要知道所求的是多少，就必須知道什麼條件？要想使這些條件成立，又必須知道什麼條件？這樣推究下去，直到所需要的條件都是題中已給的條件時，問題就告解決；這種方法就是分析法。我們如果根據這些已知的條件，一步步列出式子計算下去，而得到題上所問的，這種方法就是綜合法。

分析法是由未知而推得已知的方法，因為它完全合乎思考推理的過程，所以它是最有效的解題方法之一。

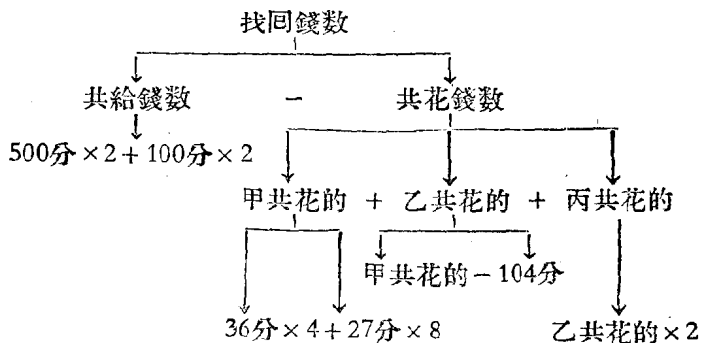
反過來，由已知而推得未知的方法叫做綜合法。一般說來，對於一些比較複雜難懂的題目可用分析法，而對於比較簡易的題目可用綜合法。

像下面講的勻速運動問題、倍數問題就是着重利用分析法；歸一問題就是着重利用綜合法。綜合法和分析法必須相輔應用，才能收到良好的效果。

下面再舉一個實例：

〔例〕甲乙丙三人同去買布，甲買了每尺 3 角 6 分的布 4 尺和每尺 2 角 7 分的布 8 尺，乙比甲少買了 1 元零 4 分的布，丙買的布的總值是乙的 2 倍。他們共付出 5 元的人民幣和 1 元的人民幣各兩張，問可找回多少？

（思考）我們從題里所要求的一步步地推究，要求找回多少錢，就必須知道共給了多少錢和共花了多少錢；要知道共給了多少錢，又必須知道什麼？要知道共花了多少錢又必須知道什麼？這種分析步驟用網式分析法是較便利的。



利用綜合法可列出式子：

(列式)  $36\text{分} \times 4 + 27\text{分} \times 8 = 360\text{分}$ .....甲共花的

$360\text{分} - 104\text{分} = 256\text{分}$ .....乙共花的

$256\text{分} \times 2 = 512\text{分}$ .....丙共花的

$(500\text{分} \times 2 + 100\text{分} \times 2) - (360\text{分} + 256\text{分} + 512\text{分}) = 7\text{角}2\text{分}$ .....(找回錢數)

〔注意〕本書着重敘述整數四則和分數四則的應用題，因此，第一章關於加法、減法、乘法、除法的基本知識只能提綱挈領的提出，關於這一部分的詳細的內容，讀者可參看初中算術教科書。

## 第二章 整 数 四 則

整数四則是算術中最难学的部分之一，但实际的应用却極為广泛。有人認為整数四則变化无穷，高不可攀；但事实并不如此。只要我們努力鑽研，就可以發現整数四則可分为若干类型，同一类型又有若干共同的性質，解題的方法也基本上相似。我們如果能够理解和掌握这些共同的性質，学会这些类型的基本解題方法，也就不会感到困难了。

本章把整数四則分为逆运算問題、和差問題、倍数問題、归一問題、匀速运动問題、平均和分配問題、面積問題、体積問題等几类，而以倍数問題和匀速运动問題叙述的較為詳尽。

### (一) 逆运算問題

#### (一) 本类問題的基礎知識：

1. 凡知道了一个数量經過很多变化的最后結果，而要求这个数量的題目都属于逆运算問題。

2. 解逆运算問題应根据題的最后結果做相反的运算。即：原來是加的，逆运算时用減；原來是減的，逆运算时用加；原來是乘的，逆运算时用除；原來是除的，逆运算时用乘。

3. 較难的問題，应画圖作为推理的輔助。

(二) [范例一]某数加上2，減去4，乘以6，除以8得12。求某数。

(思考) 1. 这是一道逆运算問題，因为已知某数經過了加2 減4 乘以6 和除以8 的变化最后的結果是12。

2. 解題時，從最後的結果 12 做相反的運算即得。  
 原來除以 8 得 12，未除以前應是  $12 \times 8 = 96$ ，即原來除以 8，逆運算時就乘以 8。同樣，原來乘以 6，逆運算時就除以 6，即  $96 \div 6 = 16$ 。原來減去 4，逆運算時就加上 4，即  $16 + 4 = 20$ 。原來加上 2，逆運算時就減去 2，即  $20 - 2 = 18$ 。

(列式)  $12 \times 8 \div 6 + 4 - 2 = 18$ 。……某數

[注意] 懂得上面的道理，用下法計算最為方便：

首先，根據題意把題目用數學關係式列出來：

(某數  $+ 2 - 4$ )  $\times 6 \div 8 = 12$ 。倒轉過來，就是：

$12 \times 8 \div 6 + 4 - 2 = 18$ 。……某數

[范例二] 某數加上 300，除以 25，再乘以 7，從所得積中減去 124，正好是 100。求某數。

(思考) 1. 這是一道逆運算問題，最後結果是 100。

2. 原題是：(某數  $+ 300$ )  $\div 25 \times 7 - 124 = 100$ 。

利用逆運算法則：

(列式)  $(100 + 124) \div 7 \times 25 - 300 = 500$ 。……某數

[注意] 這算式中有一括弧，初學的人往往容易漏掉，錯寫成：

$$\begin{aligned} 100 + 124 \div 7 \times 25 - 300 &= 100 + 17\frac{5}{7} \times 25 - 300 \\ &= 100 + 442\frac{6}{7} - 300 = 242\frac{6}{7}. \end{aligned}$$

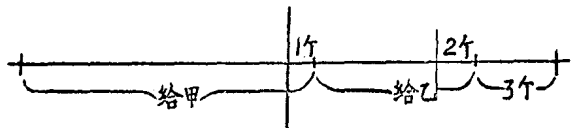
這樣就得不到正確的答案了。

[范例三] 某人將所有的桃子的一半加上 1 個給甲，又以所剩的桃子一半加上 2 個給乙，他自己還有 3 個。求他原有多少個桃子？

(思考) 1. 這是一道逆運算問題，因為這人把桃子給甲、乙

后結果还有 3 个。

2. 可先以画圖作为推理的輔助。画圖时,应完全根据題意,用綫段表示大小,并註明各綫段代表什么、是多少等。



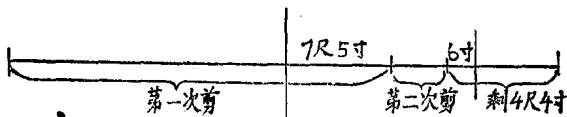
(列式)  $[(3\text{个} + 2\text{个}) \times 2 + 1\text{个}] \times 2 = 22\text{个}$ 。……原有桃子数

[注意] 也許有人要問,原題是加 1 个,逆运算时不是應該減 1 个嗎,为什么在算式上仍是加呢? 这是因为給甲所有桃子多 1 个,对剩下的講,就是所有桃子的一半少 1 个。既然是少 1 个,逆运算时,当然就是加 1 个了。

[范例四] 將一条繩剪去一半多 7 尺 5 寸,再剪去所剩一半少 6 寸,还剩 4 尺 4 寸。求这条繩長。

(思考) 1. 这是一道逆运算問題,最后結果是 4 尺 4 寸。

2. 根据題意,可画圖如下:



(列式)

$[(44\text{寸} - 6\text{寸}) \times 2 + 75\text{寸}] \times 2 = 3\text{丈零}2\text{寸}$ 。……繩長

### 習 題 一

(1) 某数加上 1, 減去 2, 乘以 3, 除以 4 得 9. 求某数。

(2) 某数加 3, 乘以 3, 再減 3, 又除以 3, 得商是 16. 求某

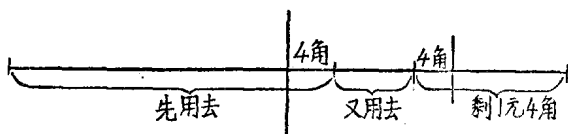
数。

提示①： $[(\text{某数} + 3) \times 3 - 3] \div 3 = 16$ 。

(3) 有一老翁，有人問他的年齡。他說：“把我的年齡加 6，除以 2，減 30，加 85 是 100 歲。”問這老翁的年齡是多少？

(4) 李同志去合作社買東西，先用去所帶錢的一半多 4 角，又用去所余的一半少 4 角，還剩 1 元 4 角。問他帶去的錢是多少？

提示：



(5) 甲乙兩地共駐軍隊 2300 人，如果甲地移駐 150 人至乙地，則兩地的軍隊人數相等。問甲乙兩地各駐軍若干人？

提示：最後的結果是： $2300 \text{ 人} \div 2$ 。

(6) 某工人把一個月的工資分為三等份，拿出其中一份去買東西：買米用去一半少 1 元 5 角，買布用去 3 元 6 角，買菜用去余下的一半，還剩 2 元 7 角 5 分。問這工人全月的工資是多少？

提示：



(7) 有梨一簍，甲取一半又 1 個，乙取其餘的一半又 1 個，丙又取其餘的一半又 1 個，結果只剩下 1 個。如果此簍梨共值

① 提示是為便利自修者的參考而設，因之，讀者不應輕易參看提示。