

重力高次导数解释法

(校正原理, 技术方法和应用实例)

[德意志民主共和国] S·格洛塞 著

曾 佩 韦 译

中国工业出版社



FREIBERGER FORSCHUNGSHEFTE

C 40

GEOPHYSIK

SIEGFRIED GROSSE

GRAVIMETRISCHE AUSWERTEVERFAHREN

FÜR HÖHERE POTENTIALABLEITUNGEN

(Grundlagen der Reduktion,

• Technische Durchbildung und Anwendungsbeispiele)

Akademie-Verlag, Berlin 1957

* * *

重力高次导数解释法

(校正原理, 技术方法和应用实例)

曾佩韦 译

王懋基 郑克强 陈昌礼 校

*

地质部地质书刊编辑部編輯 (北京西四羊市大街地质部院内)

中国工业出版社出版 (北京佟麟阁路西10号)

北京市书刊出版业营业许可延出字第110号

中国工业出版社第四印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店經售

*

开本 $850 \times 1168^{1/32}$ ·印张 $2^{1/2}$ ·字数48,000

1965年3月北京第一版·1965年3月北京第一次印刷

印数0001—2680·定价(科六) 0.40元

*

統一书号: 15165·3731(地质-307)

本书討論了从重力观测值的校正开始，到把資料整理成专门图幅为止的重力值的整个处理过程。特别注意了如何使局部异常得到突出显示的问题。

书中简单叙述了计算区域場和重力位垂直高次导数的各种方法，并且进行了对比研究；討論了各种方法的誤差和应用范围，最后并举有实例。

本书供从事重力测量的生产及科研人員閱讀，也可作为有关专业师生的教学参考书。

序 言

虽然在 S. 格洛塞 (Siegfried Grosse) 已經完成很久的学位論文“重力观测的解释方法”中, 不可能再参考 O. 罗森巴赫 (Rosenbach) 的“关于重力观测結果解释的二次导数法的理論及实际問題的原則性意見”(Geophysical Prospecting, V(1957), 165—192) 这篇新的文章, 但就重力測量文献来看, 为了对重力測量結果的解释問題作一个綜合評述的实际需要, 我仍然認為这篇学位論文的出版是很有益处的。

O. 迈塞尔 (MeiBer)

目 录

1. 重力解釋中的問題	1
2. 观测重力值的校正	2
2.1 概述	2
2.2 各种校正	3
2.21 自由空間校正	3
2.22 布格及地形校正	6
2.3 岩石密度的測定方法	7
2.31 概述	7
2.32 奈特尔頓密度剖面	7
2.33 矿井及鉆孔內測量	8
2.34 地下巷道扭秤測量	9
2.4 参考基准面的选择	10
3. 测点的布置及資料的整理	13
3.1 测点的布置	13
3.2 內插法	14
3.21 等值綫間的一次內插	14
3.22 等值綫間的双重內插	14
3.23 观测值間的双重內插	15
4. 区域及局部重力場的划分	16
4.1 概述	16
4.2 区域場及剩余异常的确定方法	17
4.21 图解法	17
4.22 数值法	21
4.221 算术平均法	22
4.222 圓周及多边形求和法	23
4.223 格蘭特解析法	26
5. 重力位高次导数	29
5.1 概述	29
5.2 計算垂直梯度及二次导数的原理	33

VI

5.21 概述	33
5.22 应用公式	40
5.221 彼得斯及艾勒金斯法	40
5.222 罗森巴赫法	42
5.223 哈克法	43
5.224 亨德尔森及吉茨法	44
5.225 巴兰诺夫法	45
5.226 总结	47
5.23 误差讨论	47
5.231 误差传递	51
5.232 系数误差	52
5.233 网格定向误差	57
5.3 计算二次导数的各种近似公式在一个综合实例中的应用	57
6. 附录	66
7. 结论	68
参考文献	70

1. 重力解釋中的問題

各種實用地球物理方法的應用總是受到這些方法的測量技術發展的影響，而技術物理資料的細微改進常常會促使有關方法的應用範圍得到擴大。同時這一個過程本身又意味着對於方法的理論方面的一種推動或者甚至是对它的一種要求。例如，測量結果的表示形式應該與高的測量精確度相適應，而且要保證觀測資料的充分發揮作用。

在重力測量方面，由於採用了觀測精度為 ± 0.01 毫伽和零點變化小於每小時 0.1 毫伽的新型重力儀，已經使重力勘探的應用有了重大的發展，並使這一領域中的學術活動空前活躍。

在過去幾年內，經反復研究而至今沒有得到最後的或是完滿的解決的，主要有如下兩個問題：

1. 重力值的校正問題；
2. 由觀測重力場內劃分出有意義異常的問題。

布格及地形校正的不可靠性，特別是在地形強烈切割的地區，超過了重力值的誤差範圍，因為還沒有一個合理的方法來確定這些地區用於校正的岩石密度數值。測量技術和整理技術的現狀將在後面討論。

第二個問題是帶有根本性質的，因為每一個重力值是一種積分效应的總和，應該把此效应區分為對於礦產勘探有意義的和沒有有意義的兩個部分。這樣就推導出了大量圖解的和數值計算的方法，通過它們把重力場劃分為區域部分和局部部分或者求得重力位的高次導數。利用這些辦法在一定程度上可以研究由於較小的礦體密度不均勻性所引起的重力異常的細微的結構變化。在文獻中已經發表的許多例子里，最有成效的方法是重力垂直梯度等值綫法和重力垂向二次導數等值綫法。

虽然V. 威尔頓 (Weelden) [73] 表示反对用数学处理方法对观测場作任何加工, 因为在場的向下延拓(集中到一点)时, 密度异常的随意变化及誤差传递会导致相应的不可靠性, 但是除了已經得到的一些結果以外, 重力图本身在解决問題的能力方面所常存在的缺陷, 也为繼續进行这方面的工作提供了足够的根据。

这許多从不同的出发点得出的由重力异常来計算上述数值的方法, 都有它們共同的缺陷, 那就是得出的結果常常只是所求数值的一个某种程度的近似值, 这个近似值对于原始資料的精度提出了最大的要求。本文的任务就是对这些方法加以整理和比較, 确定其近似程度, 并估計其誤差传递情况。

本文所用的名詞和术语, 除了一个概念以外, 其他都是国际通用的。哈克 (Haalck) [23] 以及其他許多德国作者以 $W_{...}$ 符号表示重力的垂向二次导数, 而在英国、法国及意大利文献中則通常都是以“二次导数”的字样来表示。由于它在語言上的明确性, 本文內也将这样表示。

2. 观测重力值的校正

2.1 概 述

以重力仪测得的重力值, 是所有作用物质在它們相对于测点的特定分布状况下的重力效应的总和。并不是所有这些物质分布状况的效应都对矿产勘探的目的具有意义, 同时物质和测点之間的相对空間关系并不可能原封不动地全部保持下来, 如果最終結果只是为了矿产勘探的目的 而把重力值特別表示在一个平面上的話。

在实际工作中这就意味着: 在由矿体的密度不均匀所引起的异常中必須排除各种干扰的效应, 然后把每个重力值換算到一个

平面上，以便于在它們之間进行互相比較。

杰科斯基 (Jakosky) [33] 曾將組成觀測重力值的不同因素分為下列六個部分：

1. 測點高程；
2. 近區地形；
3. 遠區地形；
4. 正常重力場；
5. 測點附近地面表層物質的密度及其分布；
6. 區域與局部的地質構造。

1 至 5 類均屬於干擾因素，應將其計算值從觀測值中除去，第 6 類則是所需要的數值。在許多情況下也還需要把它區分為區域場及局部場兩部分（參看第 4 章）。

以下將簡短地敘述與上列各部分相應的各種校正計算（緯度校正除外），由於精度要求極高，這一方面的繼續研究是值得指望的。

2.2 各種校正

2.21 自由空間校正

重力測量的測點很少位於同一個平面。為了有可能相互比較和表示結果，應該把觀測結果換算到同一個平面上去。這個平面常是水平面，但是新的方法（什洛依森納 [Schleusener] [59]）也有校到“傾斜基準面”的（參看 2.32）。

若暫不考慮測點與平面之間的岩石質量的影響，則由測點高度到校正平面進行重力值的自由空間校正：

$$g(x, y, z) = g_0(x, y, z_0) + f(x, y, h) \quad (1)$$

$f(x, y, h)$ 即是應加的自由空間校正，其數值將以正常重力值隨高度的綫性變化來近似地表示。

赫爾默特 (Helmert) [28] 對貝塞爾 (Bessel) 橢球體曾提出如下的數值：

$$g - g_0 = -h(0.3086 + 0.0002191 \cos 2\varphi) \quad (2)$$

其中 Δg 以毫伽, h 以米为单位。

此外, 数值 0.3086 是緯度 45° 处正常重力值的垂直自由空間梯度 (以毫伽/每米为单位)。

应该指出, 采用正常重力梯度值进行校正, 不会給重力場高次导数的計算結果带来超过重力仪精度的誤差。若認為高度測定沒有誤差, 自由空間校正的誤差 $\partial \Delta g$ 将与自由空間梯度的誤差 ∂a 成正比例:

$$\partial \Delta g = \partial a \cdot h \quad (3)$$

图 1 說明, 当垂直梯度异常为 $100\text{EE} = 10^{-7} \text{ cgs}$, 且校正高度 h 为 100 米时, 誤差将为 1 毫伽。

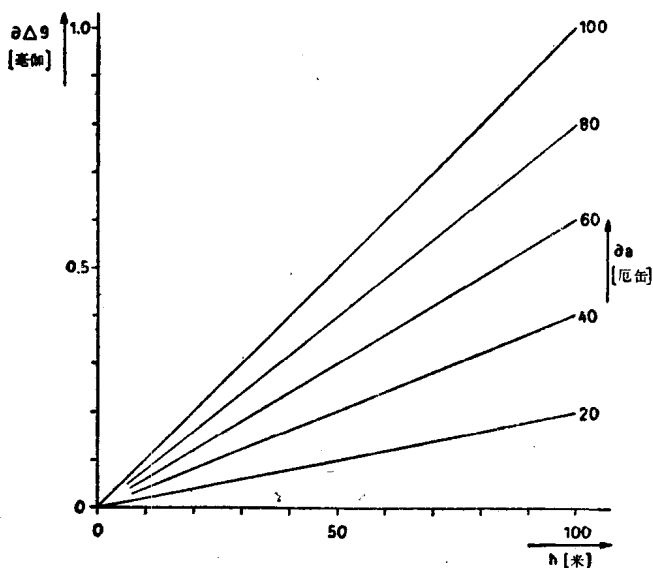


图 1. 自由空間校正的誤差与校正高度 h 的函数关系
(以垂直梯度誤差 ∂a 为参数)

原則上, 按正常梯度将重力异常换算到一較低的水准面时, 也将引入一个系統性的誤差。

图 2 即說明此点。 N_1 为异常的观测平面; N_2 为換算平面。

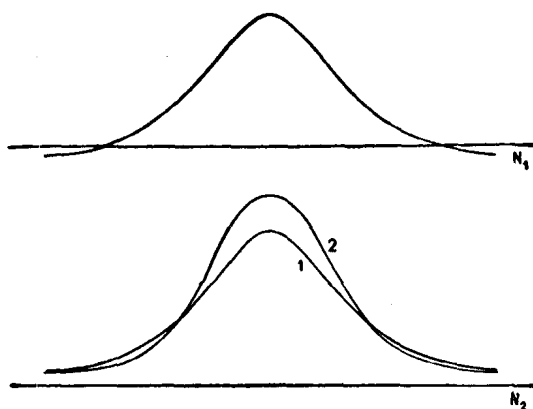


图 2. 忽略垂直梯度时异常值的系统性误差

以正常梯度进行校正得异常 1，考虑梯度影响时得异常 2。由异常 1 计算垂直梯度影响得出的数值就会太小。对于一个位于 1000 米深处 ($N_2=0$) 的球形密度异常体，当 h 为 100 米时，将有极大值约为 27% 左右的垂直梯度误差。

目前在重力勘探工作中，位于一个平面的重力观测值已经很少换算到另一个平面上去。但是不同的校正高度(包括负值在内)将使所得结果有所偏差，不过这方面的影响能由计算高次导数时的平差作用减低下来。

正如绝对值测定的困难所表明的那样，以实验的办法来测定垂直梯度的局部性变化在目前是不可设想的。因为垂直梯度异常的计算是以校正后的重力值作为前提的，于是以后在校正时此后一数值一直不予考虑，因为在逐次近似法方面的重复计算将意味着一种很大的浪费。但是注意这一误差来源将是有益的。

垂向重力梯度的理论值 (dg/dh) 已为实验所证明。早期的测定(von Jolly 1881, Thyssen 1890, Scheel 与 Diesselhorst 1895, Richarz 与 Krigar-Menzel 1898) 得出一个系统偏低的数值，而新近的测定(Hammer^[24]1938) 则仅与理论值相差约 ± 0.004 毫

伽/每米。根据有些作者的意見，这一偏差系由紧靠测点附近的物质影响所致。

垂直梯度异常的导出推論将要在以后的章节中談到，不过这里有必要把实验結果的一覽表列举出来。

垂直梯度绝对值测定^[43]

表 1

順序	观测者		地 点	測定之 高 差	dg/dh
				米	毫伽/米
1	V. Jolly	1881	明 亨	21.0	-0.295
2	Thyssen	1890	布雷托伊耳 (Breteuil)	11.5	-0.303
3	Scheel 和 Diesselhorst	1895	沙罗特頓堡	14.1	-0.289
4	Richarz 和 Krigar-Menzel	1898	史潘道 (Spandau)	2.3	-0.285
5	Hammer	1938	匹 茲 堡	137.8	-0.3060 ± 0.0004
			匹 茲 堡	158.3	-0.3048 ± 0.0006
			华 盛 頓	152.5	-0.3124 ± 0.0014
			紐 約	290.6	-0.3128 ± 0.0003

这些数值的分散情况清楚地說明了垂直梯度的实验測定在技术上遇到了很大的困难。这些困难是由于测点附近干扰质量的强大影响造成的。

2.22 布格及地形校正

这两种校正决定了与所研究的密度不均匀体异常无关的物质的影响。布格校正相当于充滿物质的自由空間校正，可以当作高为 h 、密度为 σ 的无限延伸的直立圓柱体的影响值求出，地形起伏的效应則以高为 h 、密度为 σ 的扇形柱体的形式来决定。

这里密度显然是主要的誤差来源。密度誤差为 0.1 克/立方厘米时，对 100 米的布格校正将引起 0.42 毫伽的誤差。有两种可能降低誤差范围的办法，就是：提高研究地区內密度測定的精确度，并尽可能地减小校正高度的数值。

2.3 岩石密度的測定方法

2.31 概 述

實驗室內測定标本密度的常用方法有一个缺点，那就是取得的标本破坏了岩石的自然結合状态，并且測定的結果仅对一些分散孤立点有效。全面地布置标本点只能部分地消除这些缺点。对深部地下状况的考虑总是多少有欠周到的地方，特别是在鑑定岩心时往往容易忽略其物理状态变更的可能性。

首先，由于这里所求的积分效应，地球物理方法本身就提供了进行密度測定的一种可能性，这种密度測定对于广大范围包括地下部分在內都是有效的。下面将简单地介紹这些方法的現状和存在的問題。

2.32 奈特尔頓密度剖面

由L.L.奈特尔頓(Nettleton)^[46]提出的以重力測量确定密度的方法，原則上是以某一个剖面重力值的布格校正作为基础的，这个剖面布置在沒有任何地下干扰的地段。随着在校正中所选用密度值的不同，地形起伏将以正或反的形态反映在重力剖面中。

地形在重力剖面上消失时的这种极限状态所用的密度值，就是所求密度值。

需要完成的各种校正有自由空間校正、地形校正及緯度校正。巴尔尼茨基(Barnitzke)^[9]認為，在地形切割較小的地区不必作地形校正，这主要是因为密度值还是未知的。但是很显然，以很好地估計出的密度值进行校正所产生的誤差，总要比完全忽略这项校正时小些。緯度校正仅仅对于弯曲的或很长的剖面才有必要进行。这一校正一般地都是相对于“零点”(剖面上最低的点)而言。对于短的直綫剖面，零綫相应于重力隨緯度的綫性变化。

在奈特尔頓^[46]、巴尔尼茨基^[9]发表的文献的实例中，所达到的密度精确度約为 ± 0.1 克/立方厘米。應該說明，这时以这种

方法求得的密度进行校正时，同样要求保持較小的校正高度。

2.33 矿井及钻孔内测量

地面以下重力随深度的变化，是重力垂直梯度以及在这个深度之内的岩石密度的函数。反之这也表示，在钻孔或者矿井中可以进行两次或多次重力测量来求密度。

由里歇 (Rische) [51] 导出的密度随深度变化的关系式如下：

$$\Delta\sigma = \frac{\Delta g_0 - \delta\Delta g_{(t+s)} - W_{zz} - \Delta g}{(C_1 - C_2)\Delta T} \quad (4)$$

式中各符号的意义为：

Δg_0 ——理想剖面 ($\sigma = \sigma_0 = \text{常数}$, $W_{zz} = \delta\Delta g_{(t+s)} = 0$) 上的理论重力变化值；

Δg ——观测所得的重力差；

$\delta\Delta g_{(t+s)}$ ——两测点的地形及矿井校正值之差；

W_{zz} ——重力垂直梯度异常；

C_1, C_2 ——两测点的布格校正系数；

ΔT ——两测点间的深度间隔。

这个方法需要大量计算工作。由于测点的深度位置不同，地形校正必须作到很大的距离 (600 公里)。对矿井空洞的影响必须进行矿井校正，并且根据里歇 [51] 的建议，在进行布格校正时还必须考虑地球的曲率。

垂直梯度异常值 W_{zz} 可以按以后 (第 5 章) 将要讨论到的方法来计算。

图 3 表示当测点间深度差为 ΔT 、重力观测精确度不超过 $\delta\Delta g$ 时，对 W_{zz} 最大容许误差的数值。

是否有可能根据地面上少数 (但不至于影响这个方法的实用价值) 重力观测结果，以足够的精确度计算出垂直梯度异常值呢？这个问题将留到以后回答。在各种情况下，重力测量资料的解释中高次导数的广泛应用使这种密度测定的方法受到极大的影响，以后随矿井研究而兴起的井中测量法就可能使目前的局面有

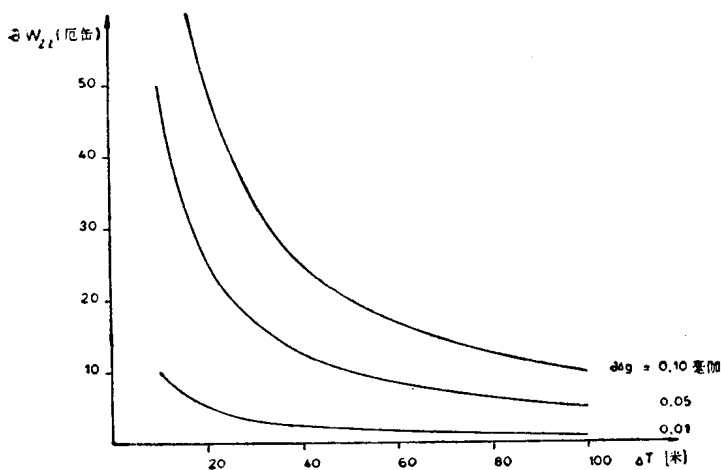


图 3. W_{zz} 的精确度同深度差 ΔT 及重力测定精确度 $\partial \Delta g$ 间的关系^[51]

所改观。

什洛伊森納^[60] 由矿井观测得出之密度值，其平均误差为 ± 0.06 克/立方厘米，这一误差主要是由垂直梯度的误差引起的。

2.34 地下巷道扭秤测量

迈塞尔 (MeiBer) 与沃耳夫 (Wolf) ^[44] 的文章给出了矩形断面的巷道对扭秤观测数值的影响如下：

$$W_{\Delta} = 2k\sigma(\alpha + \beta) \quad (5)$$

$$W_{xy} = 0 \quad (6)$$

$$W_{ye} = 2k\sigma \ln \frac{r_2 r_2'}{r_1 r_1'} \quad (7)$$

$$W_{ze} = 0 \quad (8)$$

其中 σ 为平巷中岩石的密度，其他各符号的意义见图 4。

巷道中心点的梯度校正也变为零值，故剩下 W_{Δ} 可供密度测定之用。

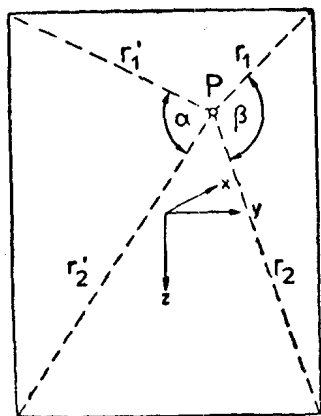


图 4. 扭秤悬臂重心在巷道中的位置^[43]

$$W_d = 8k\sigma \arctg \frac{h}{b} \quad (9)$$

h 为巷道的高, b 则为其宽度。

岩石密度不均匀体可能产生的干扰可以由梯度值不为零而发现, 并且当其轮廓已由矿山开采大致确定后, 就可以近似地考虑这种干扰。最大的误差来源是巷道本身的不规则性, 而这样的计算工作意味着花费大量时间。这种密度测定方法所能达到的精确度, 根据里歇^[51]所述, 平均约为 3%, 而对一个观测点所花的工作量不需太多。

2.4 参考基准面的选择

虽然上述这些方法是用来扩大岩石密度的知识, 但是在目前还很缺少这些方法的应用结果。就是这些方法的误差范围也已经说明要探索其他的可能性, 以保持校正的影响及其误差为较小的数值。

正如前面已经着重指出的那样, 适当地选择参考基准面就有可能尽量地使校正高度保持最小的数值。关于这个问题可以从什洛依森纳^[59]、^[60]、哈默尔 (Hammer) ^[26]及泰森 (Thyssen)^[67]等人的著作中找到大量的论述。为区域测量工作而提出的一部分方法, 可以合理地用于矿产勘探的目的。

欲保持校正误差数值较小, 就必须这样选择参考平面, 尽可能使校正高度不超过测区范围内测点间的最大高度差, 并使测点与参考基准面间的密度能以足够的精确度求出。

我们可以选择相对于地形起伏的下述四种不同的参考基准面:

1. 通过最高测点的水平面；
2. 通过最低测点的水平面；
3. 位于测点平均高度处的水平面；
4. 沿着地形平均坡度的倾斜平面。

为了叙述的简便，以下将以平面 1，2，3，4 来表示相应的参考基准面分布情况。平面 1 与 2 不同之处仅在于表示出不同高度上的重力观测的结果。当各测点分布高度近乎均匀时，这两种情况中的校正效应即相同。若高度分布不均匀时，选取两个平面中校正高度之总和为最小的一个平面将具有决定性的意义。这两个平面的优点是，问题中所包含的密度值或者可以由奈特尔顿剖面法求出，或者能以足够的精确度来测得，因为这些山区都是人能到达的地方。

平面 3 比平面 1 和 2 的必要的校正高度减少了大约一半。校正时使用的密度则与平面 1 与 2 时相同。

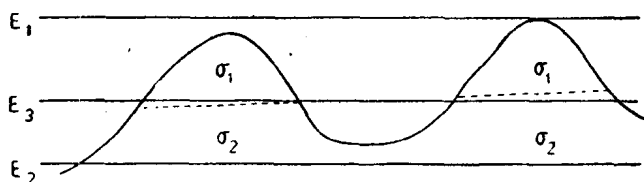


图 5. 校正平面 1，2，3

当地形平均高度处有一由地质建造形成的近于水平的密度分界面时，采用平面 3 有其特殊的优点。如果 E_3 恰位于此密度分界面处，那末就可以采用与这个平面上下相应的密度来作布格校正。这时比 E_1 与 E_2 要简化计算工作，因为对任一个测点只要用一个标准密度值。

平面 4 就是什洛依森纳^[59]所提出的平面。在地形倾斜地带，为了避免过大的校正高度，可使校正平面和地形的平均坡度相应。

什洛依森纳提議使校正平面与主要的山谷坡度相一致，因为