

481233

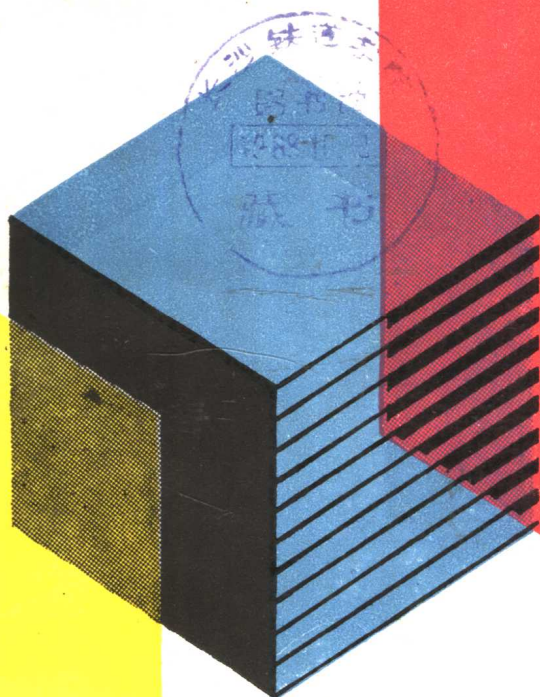
51.22054

W X W

1

中学数理化 自学指导与评价手册

高中代数 (第一册)



闻炘威 纪大为 编
上海科学技术出版社

中学数理化自学指导与评价手册

高中代数

闻浙威 纪大为 编

上海科学技术出版社

中学数理化自学指导与评价手册

高中代数

(第一册)

闻折威 纪大为 编

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路 450 号)

新华书店上海发行所发行 常熟文化印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 6 字数 130,000

1988 年 3 月第 1 版 1988 年 3 月第 1 次印刷

印数 1—59,200

ISBN 7-5323-0276-8/G·51

定价: 1.45 元

序

目前我国的基础教育发展得相当快，但是教育质量一般不高。如何提高多数学校的教育质量是一个亟待解决的问题。我们必须实现“大面积丰收”，要使所有的中学，不仅是那些重点普通中学，而且包括一般普通中学、其他类型的中学和自学者，都能达到较高的质量标准。也就是说，每个学校都要使大多数学生取得较好的成绩。这当然是个艰巨任务，也许可以说，世界上目前还没有一个国家的基础教育达到了这样的水平。但是从国内外许多学校的教育改革经验看来，这是可以做得到的。

为了实现这个理想，首先要有明确的具体的教育目标。在总的教育目标下，中学的每个学科都应该明确整个学科的及其每个单元的教学目标。我们这几年常说，现在一般学校中许多学生只会记忆一些知识，但解决问题的能力不强，也缺乏学习的兴趣。这样的话已经说得很多，听得也很多，为什么就不能把这种现象改变过来呢？原因之一就在于没有明确的具体的学科教学目标。各科教学大纲中虽然提到了教学目标，但往往太简略、抽象，不能起具体指导作用，教师只好仍旧按自己的习惯去进行教育。上海科学技术出版社现在出版了这套《中学数理化自学指导与评价手册》，基本上参考了美国教育心理学家布卢姆的目标分类学，对每个学科、每个单元的教学目标具体地分层次地作了规定。当然，学科目标如何分类尚无定论，每门学科各有它的特点，目标分类也会有所不同，

目标是否恰当,要经过教学实践的检验。目标定出来了,教师要研究它,学生也要学习它,然后才能按照目标的要求进行教学。对实现目标的教学方法我们目前还不能提出很高的要求,只希望教师能够注意发挥每个学生的主动性、积极性。我们应该强调的一个行之有效的经验,就是每一单元教学完毕,都要按照目标进行检查,通过“形成性评价”,了解学生对哪些目标要求已经掌握了,哪些还没有掌握好。没有掌握好的地方,有的可由教师再加以指导,有的可由学生互助。学期末了,再进行“总结性的评价”。没有评价,目标必然落空。这种做法的指导思想其实并不新鲜。我们常说的打好基础、单元过关、一步一个脚印、循序渐进等,都是这个意思。问题是要认真去做,如果认真做了,你就会发现学生的水平提高得很快。按布卢姆和他的学生的实验,实验班中70%的学生可以达到对比班中只占20%的尖子学生能够达到的水平。我国有些教师的实验也得出类似的结果。

我国近年有一些教师很注意教学目标和教学评价问题,对这方面的实验跃跃欲试。但是真正动起手来,又会碰到很多困难。因为在目标的规定,评价试验的编拟,学习的指导等方面都缺乏可供参考的材料。《中学数理化自学指导与评价手册》把这些内容都包括在内,因此我觉得这套书出得很及时,对开展教育改革能起重要的作用,我相信它会受到教师们的欢迎。

刘佛年

1987年5月于上海

出版说明

这是一套运用现代教育评价原理，促进教学质量提高的实用性自学指导与评价手册。它的程度与现行中学数理化教学大纲与统编教材相当，共二十二册，每一册包括各单元的知识要点与学习水平、到达目标与例证、形成性测验、学习指导、提高要求例证、本章总结性测验与评价、本章答案，供有关教师、家长、学生使用。

长期以来，教师、家长习惯于用分数管理与评价学生的学习情况。为了应付这种评价，追求一个好分数往往就成了学习的直接动因。而学习知识、培养能力反而成了获取好分数的手段，成为间接动因。苏联著名教育家苏霍姆林斯基曾经一针见血地指出：“一旦学生的学习受制于分数，他就失去了认识的欢乐。”学生为了追求分数，往往看不清一门功课的具体教学目标，到底应该掌握哪些知识，形成什么能力，完全处于一种被考试、测验牵着鼻子走的盲从地位。而教师也因传授教学大纲的模糊性，把握不准要教会学生什么才算完成了一门学科的教学任务。

教师与学生要争得教与学的主动权就必须将教与学应达到的目标事先而又具体地告诉他们，本书每一单元的第一部分“知识要点与学习水平”就提供了教学目标的纲要。双向表中既列出应该学习的知识要点，又指出每个知识要点应该达到的深度，即学习水平。这种学习水平是参照了美国著名教育心理学家布卢姆(B. S. Bloom)的教育目标分类学修订的。

知识、领会、应用、分析、综合、评价六级水平体现了能力由低到高的纵向层次。

本书的第二部分“到达目标与例证”是第一部分纲要的具体化。每一条目标都给学生提供了一种可把握的具体学习内容。对于某些一时难以用语言表述得十分清楚的行为目标，还进一步给出了评定例示，供读者理解教学目标。有了这套目标与例证，无论是教师、家长，还是学生，可以清楚地知道学完这一单元后，在那些知识要点上，应该会做些什么。

当然光有目标还不够，还必须用手段检查学生实际达到的程度。只有及时地发现教学上的不足之处，采取补救措施，才能使教学过程中的失误减到最小程度，实现教学的优化。现代教育评价参与提高教学质量的有力措施就是“形成性测验”。这是一种以检查目标到达度为目的的测验，为调节下一阶段的教学提供反馈信息。它的试题与教学目标一一对应（在每一试题后面都有括号标出该试题检查的目标序号）。

达到目标，可以增强学生学习的兴趣与自信心；没有达到目标，予以适当的指导，给学生一次重新学习的机会。本书的“学习指导”部分将为学生指出重点、难点、解题技巧、错例分析、易混淆的概念辨析，以起到矫正、补差作用。相信通过教学目标的导向，形成性测验的检查及学习指导的具体帮助，绝大多数学生都能达到他们应该达到的目标，顺利地完成任务。

对于学有余力的学生，书中“提高要求例证”特为他们提供进一步学习的素材和导向，起到因材施教的作用。

本书打“*”部分属选学内容，供有兴趣的学生阅读。

教学的最佳效果模式是一个教师对一个学生的个别教学，如何使现行的班级授课制也达到一对一，个别教学的效

果,是广大教学工作者与家长孜孜不倦地追求的目标,而本书就为实现这种追求架桥铺路,凡认真按本书要求去做,每一位学生都会在原有基础上取得较大的进步。

如何运用现代教育评价原理于教学,促进大面积教学质量提高,本书尚属开端与尝试,因此不妥之处在所难免,敬请广大读者批评指正,以期不断修订完善。

目 录

第一章 幂函数、指数函数和对数函数	1
一、集合	1
知识要点与学习水平	1
到达目标与例证	1
形成性测验	5
学习指导	7
提高要求例证	8
二、映射与函数	10
知识要点与学习水平	10
到达目标与例证	11
形成性测验	13
学习指导	14
提高要求例证	17
三、幂函数	19
知识要点与学习水平	19
到达目标与例证	20
形成性测验	23
学习指导	25
提高要求例证	27
四、指数函数和对数函数	29
知识要点与学习水平	29
到达目标与例证	29
形成性测验	33
学习指导	34

提高要求例证	37
本章总结性测验与评价	40
本章答案	43
第二章 三角函数	48
一、任意角的三角函数	48
知识要点与学习水平	48
到达目标与例证	49
形成性测验	55
学习指导	57
提高要点例证	61
二、三角函数的图象和性质	63
知识要点与学习水平	63
到达目标与例证	65
形成性测验	69
学习指导	71
提高要求例证	78
本章总结性测验与评价	79
本章答案	83
第三章 两角和与差的三角函数	87
知识要点与学习水平	87
到达目标与例证	88
形成性测验	100
学习指导	104
提高要求例证	112
本章总结性测验与评价	112
本章答案	115
第四章 反三角函数和简单三角方程	120
一、反三角函数	120
知识要点与学习水平	120

到达目标与例证	121
形成性测验	128
学习指导	131
提高要求例证	136
二、简单三角方程	137
知识要点与学习水平	137
到达目标与例证	138
形成性测验	143
学习指导	145
提高要求例证	150
本章总结性测验与评价	151
本章答案	154
附录一 条件等式及其证明	164
附录二 函数图象在解题中的应用	170
附录三 平面几何的三角解法	174

第一章 幂函数、指数函数 和对数函数

一、集 合

知识要点与学习水平

节 次	知 识 要 点	学 习 水 平					
		知识	领会	应用	分析	综合	评价
1.1 集合	(1)集合、元素	✓	✓				
	(2)集合的表示方法	✓	✓				
	(3)属于、不属于	✓	✓	✓			
	(4)常用的集合记号	✓					
1.2子集、 交集、 并集、 补集	(5)子集、真子集	✓	✓	✓			
	(6)空集	✓	✓				
	(7)交集、并集	✓	✓	✓			
	(8)全集、补集	✓	✓				

到达目标与例证

1.1 集合

知识

1. 要明确集合表示的是“一组对象的全体”这个整体及集合中的元素的确定性、互异性。

2. 应熟记自然数集、整数集、有理数集、实数集(以及正有理数集等)的意义及记号。

3. 应正确掌握集合的表示法:列举法、描述法(及描述法的简略形式)以及用规定的大写英文字母表示特定的集合。

4. 要熟练掌握“属于”和“不属于”概念。

领会

5. 理解集合这概念,要注意确定性、互异性和无序性,另外还应重视集合的元素的任意性。

[例证] 下列四个表示形式中,正确表示集合的是

()

(A) {近似等于零的实数};

(B) $\left\{ \text{使} \left| \frac{x^2-1}{x-1} - 2 \right| \text{非常接近于零的实数 } x \right\}$;

(C) {我校全面发展的学生};

(D) $\{R\}$ 。

6. 应准确分辨列举法和描述法这两种表示法的共同点及区别。

[例证] 以 3, 4, 5, 6 作为元素的集合, 用下列四种形式表示, 其中正确的是 ()

(1) 3, 4, 5, 6;

(2) $\{x | 3 \leq x \leq 6, x \text{ 是整数}\}$;

(3) {3, 4, 5, 6};

(4) {大于 2, 且小于 7 的整数}。

(A) (1)、(2)、(3)、(4); (B) (2)、(3);

(C) (2)、(3)、(4); (D) (3)。

应用

7. 要学会应用特定的集合记号和符号“ $\in$ ”，简洁地使用一些常用的数学语言。

[例证] 用数学符号表达下列语句：

(1) n 是自然数； (2) q 是负有理数；

(3) 任何实数的平方大于或等于零。

1.2 子集、交集、并集、补集

知识

1. A 是 B 的子集 (记号: $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$) 和 A 是 B 的真子集 (记号: $A \subset B$ 或 $B \supset A$) 的定义需按其原文记忆。

2. 掌握空集的定义、记号及其与任何集合、非空集合的包含关系。

3. 掌握集合相等的定义。

4. 会写简单的方程与不等式的解集并化简。

5. 明确两集合的交集和并集的定义与记号, 了解一个集合与自身、空集或另一集合的交集和并集的有关规律。

6. 掌握全集与补集的定义及记号。

领会

7. 准确区分两类符号: “ $\in$ 、 $\notin$ ”, “ $\subseteq$ 、 $\subset$ 、 $\supseteq$ 、 $\supset$ ”的不同涵义。

[例证] 用适当的符号填充: 0 ___ $\{0\}$, 0 ___ ϕ , ϕ ___ $\{0\}$, $\{a\}$ ___ $\{a, b\}$, a ___ $\{a, b\}$ 。

8. 运用数学符号, “ A 是 B 的子集”的定义可叙述为: 如果 $x \in A \Rightarrow x \in B$, 那么称 A 是 B 的子集。应能运用这种叙述形式, 简化关于“包含”的命题证明。

[例证] 试证: 对于集合 A, B, C , 如果 $A \subseteq B$, $B \subseteq C$, 那么 $A \subseteq C$ 。

9. 要懂得将“ A 是 B 的子集”理解成为“ A 是由 B 的部分元素组成的集合”与原意有着偏差。

[例证] 说明上述理解的两处偏差。

10. 对于两集合相等,可理解为“所有元素公有”,但从理论高度上掌握其定义(“相互包含”)十分必要。

[例证] 试证:对于集合 A, B, C , 如果 $A = B, B = C$, 那么 $A = C$ 。

11. 应能对空集概念作加深理解:“一个集合,只要它有元素,就不是空集”。

[例证] (1) 集合 $\emptyset$ 和 $\{\emptyset\}$ 各自有多少个元素?

(2) 填充题:“ $\emptyset \underline{\hspace{1cm}} \{\emptyset\}$ ”可以有哪些正确的答案?为什么?

12. 应懂得全集和补集都是相对于所研究的问题而言的相对概念。

[例证] 设 $A = \{2, 4, 6, 8\}$, 求 $\bar{A}$, 若:

(1) $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$;

(2) $I = \{\text{绝对值不大于 } 8 \text{ 的偶数}\}$ 。

应用

13. 可用“公共元素”及“且”帮助理解交集的定义;可用“所有元素”及“或”帮助理解并集的定义。应熟练掌握实数集的常用的子集(区间)的交集与并集的求法。

[例证] 求 $A \cup B, A \cap B$, 若:

(1) $A = \{x | x < 2\}, B = \{x | -1 < x < 3\}$;

(2) $A = \{x | -3 < x < 2\}, B = \{x | x \geq 2\}$ 。

14. 要掌握集合的包含关系、交集、并集及补集用图形表示的方法。

[例证] 下列图中, A, B, C 表示集合, 用适当的符号表

示:

(1) 阴影部分; (2) ①阴影重迭部分; ②阴影部分。

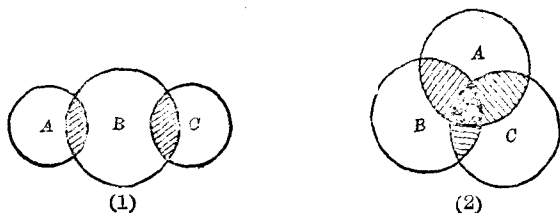


图 1-1

形成性测验

1. 选择题(每小题都有且仅有一个结论是正确的, 将你的选择填入括号):

(1) 下列集合 M 与 N 表示同一个集合的是 ()

(A) $M = \{(2, 3)\}$, $N = \{(3, 2)\}$;

(B) $M = \{\pi\}$, $N = \{3.1416\}$;

(C) $M = \{0\}$, $N = \emptyset$;

(D) $M = \{1, 2, 3, \dots, n-1, n\}$,

$N = \{n, n-1, \dots, 3, 2, 1\}$, ($n \in N$). [1.1-5]

(2) 在(A)~(D)中不能表示集合的是 ()

(A) $\{a, b, \{a, b\}\}$; (B) $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$;

(C) $\{1, \pi, -\sqrt{3}, e, \dots\}$;

(D) $\{y = kx + b \mid k, b \in R, k \neq 0\}$. [1.1-5]

(3) 若 $P = \{x \mid x \leq 3\sqrt{2}\}$, $a = \sqrt{17}$, 则下列关系式中正确的一个是 ()

(A) $a \subset P$;

(B) $a \notin P$;

(C) $\{a\} \in P$;

(D) $\{a\} \subset P$. [1.2-7]

(4) 满足关系式 $\{a_1, a_2\} \subseteq X \subseteq \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 的集合 X 的个数是 ()

(A) 7; (B) 8; (C) 16; (D) 32. [1.2-1]

2. 填空题:

(1) 集合 $\{(x, y) | 2x + y - 7 = 0, x \in N, y \in N\}$, 用列举法表示为_____。 [1.1-3]

(2) A 是任意一个集合, $A \cap A = \underline{\hspace{1cm}}$, $A \cup A = \underline{\hspace{1cm}}$, $A \cap \emptyset = \underline{\hspace{1cm}}$, $A \cup \emptyset = \underline{\hspace{1cm}}$ 。 [1.2-5]

(3) 若集合 $M = \{6 \text{ 的质因数}\}$, 集合 $N = \{10 \text{ 的质因数}\}$, 则 $M \cup N = \underline{\hspace{1cm}}$, $M \cap N = \underline{\hspace{1cm}}$ 。 [1.2-13]

(4) 设全集 $I = \{\text{非负整数}\}$, 集合 $P = \{\text{偶正整数}\}$, 则 $\overline{P} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。 [1.2-12]

(5) 在关系式 $\emptyset \in \{\emptyset\}$, $\{\emptyset\} \in \{\emptyset\}$, $\emptyset \subset \{\emptyset\}$, $\{\emptyset\} \subset \{\emptyset\}$, $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$, $\{\emptyset\} \subseteq \{\emptyset\}$ 中, 正确的是_____。 [1.2-10]

(6) 集合 $\{a\}$ 、 $\{a, b\}$ 和 $\{a, b, c\}$ 的所有子集个数分别是_____个、_____个和_____个。据此, 你估计, 集合 $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ 的所有子集的个数为_____。 [1.2-1]

3. 化简下列各个集合:

(1) $\{x | x^2 - 3x - 10 = 0\}$;

(2) $\{x | x^2 - 2x - 8 < 0\}$;

(3) $\{x | x^2 - 3x + 10 = 0, x \in R\}$;

(4) $\left\{ (x, y) \left| \begin{array}{l} 2x - y = 5 \\ 3x - 6y = 3 \end{array} \right. \right\}$ 。 [1.2-4]

4. 若全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A \subset I$, $B \subset I$, $\overline{A} \cap B = \{5, 7, 9\}$, $\overline{A} \cap \overline{B} = \{1, 3\}$, 求集合 A 。 [1.2-12]

5. 设全集 $I = \{\text{有序实数对}(x, y)\}$,