

國民教育文庫

算 學 概 要

俞 子 夷 編

商務印書館發行



中華民國三十七年二月初版

(38745.1)

國民教育文庫
算學概要一冊

定價國幣肆元伍角

印刷地點外另加運費

版 翻
權 印
所 必
有 究

編纂者	俞子夷
主編者	朱經農
發行人	朱經農
印刷所	商務印書館
發行所	商務印書館

上海河南中路
各埠
商務印書館

目 次

第一章 整數	1
第一節 數的起源	1
第二節 整數的命名法	4
第三節 整數的記載法	6
第四節 加法	9
第五節 減法	14
第六節 負數的加減法	19
第七節 乘法	21
第八節 除法	26
第九節 簡捷算法	33
第十節 應用題列式	36
第十一節 比例問題	43
第十二節 方程式	47
第十三節 乘方開方	55
第十四節 整數的性質	62

第二章 小數 68

第十五節 命法和記法 68

第十六節 加減法 70

第十七節 乘法 73

第十八節 除法 77

第十九節 乘方開方 79

第二十節 簡易測量 82

第三章 分數 89

第二十一節 命法・記法・約法 89

第二十二節 加減法 93

第二十三節 乘法 96

第二十四節 除法 101

第二十五節 比例問題 105

第二十六節 乘方開方 109

第二十七節 分數和小數 118

第二十八節 數的範圍 124

第四章 複名數 127

第二十九節 度量衡貨幣單位 127

第三十節 面積	131
第三十一節 體積	139
第三十二節 弧度・角度	143
第三十三節 時間	146
第三十四節 複名數四則	153
第五章 百分・利息	161
第三十五節 折扣・成分	161
第三十六節 百分	163
第三十七節 百分法的應用	166
第三十八節 簡利	169
第三十九節 複利	174
第四十節 對數	177
第六章 淺易統計	185
第四十一節 平均數	185
第四十二節 求平均數簡法	137
第四十三節 均方差	190
第四十四節 圖示法	194
第四十五節 常態分配・相關	200

第七章 數關係的圖示	206
第四十六節 直線方程式	206
第四十七節 負數的圖示	210
第四十八節 兩直線的關係	218
第四十九節 聯立方程式的解法	223
第五十節 曲線方程式	226
第五十一節 二次方程式解法	235
第五十二節 特殊曲線	240
附錄一 一種簡易記分法	244
附錄二 用表求二次根	249

算學概要

第一章 整數

第一節 數的起源

爲什麼要有數？數是用來算的。不要算，便用不着數目。爲什麼要算？因爲要計較多少，所以纔要用數目計算。譬如做教師的上課都用粉筆。粉筆的供給不生問題，隨拿隨用，沒有計較多少的問題，不必計算，誰也不注意粉筆的數目。正好像山間明月，海上清風，取之不盡，用之不竭，沒有算的問題，所以用不着拿數目來表示月光和風力。

學校經費有限，粉筆價格飛漲。時常添買，主持校務者不免有些擔心着消耗品的經費溢出預算，於是對於粉筆便要計較。約略估計，每一教室三個星期消耗粉筆一匣。一匣有多少枝？有人說是一百枝。有人說恐怕不滿一百枝。打開一匣，仔細一數，原來只有七十枝。十八天用七十枝，平均每天四枝差些。要是用時能節約些，大約每天每教室三枝已夠。這一個小小的粉筆問題，暫

時這樣解決。解決問題時要計算，所以必須用到數目。同樣，在地小人多的大都市中，屋內的光線，室外的空氣都不很充足，人們常常要計較光量，風量的多少。房租出得少些，便照不到陽光，缺乏新鮮的空氣供給呼吸。

在原始時代，生活簡單，物資隨處取用，所有權未曾確立，彼此不計較多少。這時候用不着計算，用不着數目。換句話說，就是數目的起源是在計較多少。現在我們教小孩子學算，也從比較多少，大小，長短等開始。理由是小孩子的日常生活中必須計較的問題不多。衣食的供應完全由父母或保護人負責。除遊戲的勝負外，很少有必須計算的問題。所以要小孩子學習計算，必先使他們注意多少。從比較多少引到數目，是一種自然的合理的過程。同樣從比較長短可以引到尺寸的認識，從比較大小可以引到方尺、立方尺等的認識，從比較輕重可以引到斤兩的認識，從比較多少又可以引到升斗的認識，時間的認識要從比較久暫入手。久暫的感覺，沒有大小，長短，多少等明顯。

計較多少時第一步必須決定一個計較的標準。在算術裏，這標準叫做單位，粗略的計較常用自然單位。像石用塊計，樹用棵計，塊和棵都是自然單位。人工製造的物品往往分別種類，在同種類中各件都有一定的標準。所以同種類的物品用自然單位計算，也很合理。例如墨的大小，輕重，品質各種不同。單說墨幾塊，

實太馬虎；應當指定某一種墨幾塊，纔正確。買賣論價，單位必須這樣精確。要是教師上寫字課，目的只要每一學生有一塊墨使用，那便可以不問種類。例如三十個學生有三十塊墨，可以各人用一塊。要是只有十五塊墨，那麼只能二人合用一塊。這問題和買墨不同；只須粗略的知道塊數，毋須再問種類。

米麥豆等自然單位太小，若要用粒數計算，不知要化多少時間纔能數得清楚。這等物品產量很多，不必數米而炊，儘可用一種較大的單位。容量的起源是謀計量的便利。要是真正到米珠薪桂的地步，恐怕不僅是數米而炊：米粒有大小，還得用天平計量纔能精密。珍珠小的計粒論值，稍大的都用重量計值。有許多地方，糧食亦用重量計算。實在用容量也很方便。長短距離不易分割，也沒有自然單位。

和自然單位相對的可以叫做人造單位，長用尺寸，重用斤兩，量用升斗。尺寸，斤兩，升斗都是人造的單位。創造單位必須有一個根據。古人排黍粒長度的標準，現在長度的標準用地球的經線。有了長度，便可以用一定的體積做容量的標準。例如三寸長，三寸闊，三寸高的，定作一升。再拿攝氏四度的純水做標準，四度的水體積最小，一升的重量定作二斤。長度，容量，重量是日常必須的單位。長度省稱為度；容量省稱為量；重量省稱為衡。度量衡單位都有一定標準。

第二節 整數的命名法

計較多少時，第二步是把必須計量的，用確定的標準單位，數得一個數目。例如打開粉筆匣，用自然單位枝做標準，數得一匣裏裝着七十枝。七十便是一個數目。假如匣裏有折斷的粉筆，通例拿他們拼湊成功整枝計算，假如可拼湊成功整枝的以外，還留着若干小段，粗粒，平常往往擱開不計。我們數粉筆的整枝，所得的七十是整數，要是粉筆很貴，短段，粗粒也都有計較的價值，那麼整數七十以外，還要用小數或分數。

整數和非整數（小數，分數）是相對的，常跟着所用單位變動。例如用尺做單位，五尺的五整數。若用丈用單位，半丈便成功小數或分數。用自然單位，變動較少，例如三十個學生，十塊小黑板，三十或十都是整數，很難變作小數或分數。但是另外定了較大的單位時也可變做非整數。例如鉛筆用打計，一打是十二枝。六枝鉛筆的六是整數，半打便有變做小數或分數，物品多少沒有變，用的單位不同，數目便變。單位和數目是相關的，凡是不特別指定什麼單位時，整數用整個的一件作標準。

數目的名稱並不多，常用的不過一二三四五六七八九十百千萬。用了這十三個名稱可以表示無窮的整數。這是一種極經濟，極巧妙的方法。妙在多裏？數目愈大，用的新名愈少，從一到

十；每一個數有一個名稱。從十一到九十九，沒有新的名稱，就用一到十的十個名稱搭配成功。搭配有一定的規律；名叫十進。十一到十九是一個十和不满十的相配。二十，三十等是用十做單位。三十七，六十五，九十九等，是幾十和不满十的相配。到九十九再多一時，加一個新名稱百。到滿十個百時，加一個新名稱千，滿十個千時，再加一個新名稱萬。十個萬不用新名稱就到十萬，百萬，千萬也是這樣。萬萬叫億，萬億叫兆。

數目有名數，不名數的區別。有單位名和數目同時並舉的，叫名數，例如三個，一千件，四尺，五百斤等。日常應用，大多是名數。不名數是丟開單位不管的數目，例如七，三十六，九百，五百萬等等。沒有把單位指定，誰知道計較的是什麼東西。同是一個七，七粒沙價值很少；七架飛機關係很大。從這個立場看，不名數差不多是一篇糊塗賬。但是要研究數目中的事理，卻非用不名數不可。例如五個九少四，二十四是六的四倍，用尺，用斤，用個，用件，……無論用什麼單位，算理用算法都是一樣的，何必加上單位名稱反而增加麻煩。不過小孩子程度低淺，丟開了現實的，具體的單位，他們失去依靠，不容易憑空思考算理算法。所以初學時都應當用名數，到算學都有了相當程度，纔漸漸和具體現實的單位脫離：單用不名數練習，這是學習算術一定的步驟；先名數後不名數，心理上自然的進程，不可顛倒。

巧妙靈便的名數法，十進的方法，小孩子不易了解。小學裏把這部分教材分得很細，四個學年中分作六步：第一學年第一步到九的認識，第二步十的認識，第三步十一到十九的認識。第二學年第四步二十到一百的認識，再分三小步：幾十，幾十幾，一百。第三學年第五步千以內的認識，第四學年第六步萬以內的認識。各步教學都應注重使學生得到實在的經驗。較大的數目，宜引導學生估計。例如估計開會時的人數，屋上蓋的瓦片數，一把豆的粒數，一篇文章的字數等等。先估計約數，再實數多少，把實得數和估計的比較，可以助長較大數的認識。

第三節 整數的記載法

口頭說的，心中想的數目都可以用符號記載出來。用通行的數字記數，方法最簡捷便利。只須 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 等九個數字，再加一個代表無數的 0，任何整數都可以記，重要關鍵在位子，所以不必把十百千萬等名表出，兩個以上數字並寫，在左位的是右位的十倍，例如 369，9 在最右，表九個；6 比 9 左一位，是十位，表六個十，就是六十；3 更左，是百位，表三個百，就是三百，所以 369 就是三百六十九。各位排列次序如下：

萬 千 百 十
萬 萬 萬 萬 萬 千 百 十 個
位 位 位 位 位 位 位 位 位

0 很重要，不可脫漏，例如三千零零六，個位記 6，十位，百位都應記 0，千位記 3，如 3006，要是脫落一個 0，便成 306，變做三百零六，脫落兩個 0，便成 36，變做三十六。又如四萬五千，個位，十位，百位都應記 0，千位記 5，萬位記 4，如 45,000，要是脫落 0，便成 45，變做四十五，若缺少一個或二個 0，那麼便成 4,500 或 450，變做四千五百或四百五十。

讀數時，0 右無別數，不必讀零。例如 45,000 讀四萬五千，不讀四萬五千零，0 在他數中間，必須讀出。例如 4,008 讀四千零零八，不讀四千八；605 讀六百零五，不讀六百五。有時說話簡便，4800 說四千八，省去末一個百字；650 說六百五，省去末一個十字。像 70,007 等，中間有三個零時，不讀七萬零零零七，讀七萬零零七。中間 0 在三個以上，都讀零零，免得嘈囂。

很大的數目，用分節符號(,)分成幾節，讀起來很便利。每三位分一節，例如 45,678 或 2,534,009 等，第一個分節符號左是千位，45,678 的 5 在千位，4 在萬位，這數讀如四萬五千六百七十八。第二個分節符號左是百萬位，2,534,009 的 2 在百萬位，這數讀如二百五十三萬四千零零九。

另外有一種數碼寫法如下：

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

一 二 三 四 五 六 七 八 九 十

或或或 或或或

| || ||| | ± ± ±

例如 || 1 就是 36; 4 0 5 就是 405; 1 0 4 0 就是 1040; || 4 ||| || 就是 3432。

練 習 一

讀下表中的數字：

實業計畫全部工作

鐵 路	280,000 里	40,000 里
公 路	8,000,000 里	413,140 里
機 車	24,000 輛	3,000 輛
客 貨 車	352,000 輛	44,000 輛
自 動 車	7,677,210 輛	431,570 輛
工 具 機	4,500,000 部	150,000 部
各 類 機 械	7,000,000 部	1,500,000 部
電 信 線 路	72,000,000 里	72,000,000 里
無 線 電 臺	3,000 所	8,000 所
收 音 機	18,000,000 架	18,000,000 架

民用航空機	120,000 架	12,000 架
通輪船河道	60,000 里	36,000 里
通機船河道	1,000,000 里	400,000 里
通輪船運河	10,000 里	2,000 里
商 埠	1,200 處	700 處
隄 防	37,220 里	37,320 里
灌 溉	230,000,000 畝	100,000,000 畝

第四節 加法

計較多少，需要數目。要是不怕麻煩，可以不必用到算法。例如有兩級學生：一級是 38 人；另一級是 46 人。現在要知道兩級共是幾人，我們可以直接把兩級學生點着數。又如賬簿上記着已經用去 1,850 元，現在又用 880 元，我們可以從 1851 起，連續地數着，1852;1853;1854……數滿 880 次，使得 2,730 元。

算法是一種簡捷的方法，用來代替直接點着數，結果和直接數得的一樣。上面的例子，若用加法算，只須化極少的時間，可以得到很精確的結果。加法是求和的算法。加得的結果叫和，所加各數統名加數。加法的基礎在心算，一到九各數相加的和如 $2+5=7$; $6+4=10$; $8+9=17$ 等必須練熟成功習慣。這等加法是一切加法的基礎，所以名叫基本九九。

單單弄熟九九還不夠應付，應當再要會得把基本九九類推到較大的數，例如從 $8+9=17$ 推到 $18+9=27$ ； $28+9=37$ ； $38+9=47$ ……等。這種類推的習慣若不熟，逢到三個以上數連加時，勢必要用迂遠的方法。例如： $9+8+6+7$ ：連加的方法是 9 加 8 成 17，再加 6 成 23，再加 7 成 30，心算時 17 加 6 直接得 23；23 加 7 直接得 30，要是不會這樣類推，勢必把 17 的 + 暫擱，先算 $7+6=13$ ；再進位成 23；

把二十暫擱，先算 $3+7=10$ ，再進位成 30，這樣算法，不但心算周折，並且演算的形式也要發生問題。通行連加法演算的形式如甲，心算時只是想 17，23，30。要是不會類推的話，演算的形

(甲) (乙)

9	9
8	8
6	17
7	6
30	23
	7
	30

式只能改成乙的樣子。二位以上數連加時演算的形式更要麻煩噲噲。

還有一種習慣也很重要，就是一步一步把加得的結果如 17，

$$\begin{array}{r}
 37 \\
 608 \\
 9 \\
 4250 \\
 94 \\
 386 \\
 5700 \\
 \hline
 11084
 \end{array}$$

23 等暗記。數目多時，極容易忘記。連加法應用廣，不熟習連加法，彷彿沒有學加法。如下例，上下各數位子應對準。這是很重要的。上下位子若不對準，容易把個位的數加在十位，或把十位的數加在個位，位子弄錯，結果完全

不正。從個位起，15，24，28，34，個位下記4，把3進到十位，立即加入，所以十位是6；11，20，28，十位下記8，把2進到百位，立即加入，所以百位是8；10，13，20，百位下記0，把2進到千位，立即加入，所以千位是6；11。千位下記1。再在千位左的萬位記1。

進位的數應當立即加入，暗記很容易忘記。另外記出，也是無謂的麻煩，進位就加入，最為簡捷。

驗算的習慣非常重要。無論怎樣忙，加完後必須驗算。加時從上向下，驗算時從下向上。上例驗算的方法，個位10，19，27，34，十位11，20，25，28，百位9，12，14，20，千位7，11，驗算的結果若和第一回所加的不同，應再從上向下重算一遍。必須算得兩遍的結果完全相同，纔能斷定不錯。

加法的目的是把部分合併成全體。各加數是部分和是全體。所以說全體是部分的和。部分和全體的區別，不過是範圍的大小。部分的範圍小，全體的範圍大。小範圍擴充成大範圍，便要用加法。有的範圍屬種類，例如買魚3斤，買肉2斤。一隻手提，魚和肉共幾斤。這就是從魚重，肉重，擴充到手裏提的重。有的範圍屬距離，例如有人從甲地動身，坐船115里，再步行47里到乙地。甲地到乙地是幾里？這就是從船行距離，擴充到甲地乙地間的全距離。有的範圍屬時間，例如爬山40分鐘，休息15分鐘，走