

高等学校教学参考书

应用地球物理学 电学原理

傅良魁 著

地质出版社

高等学校教学参考书

应用地球物理学
电学原理

P61.3-133

高等学校教学参考书

应用地球物理学
电学原理

傅良魁 著

地质出版社

内 容 提 要

本书系统地研究了激发极化法中一次电流场、总电流场、二次电流场及它们产生的磁场。尤其是分解出场的异常部分，详细讨论了异常电流和异常电场强度的关系，阐明了以往不清楚的一些物理概念，并给出了许多直观的图件。对水平层状介质上的负激电效应和超正现象进行了详细讨论。

本书与一般“场论”教程研究问题的立场不同，从电法勘探的角度出发，选定地表出露的某一种介质（岩石）作为正常区，其它介质均视为异常区，在此前提下讨论各种地电条件下场的分布特征，这对解释实际观测的异常十分方便。

这些有新意的讨论能够加深对电场分布规律的认识，提高分析问题和解决问题的能力。适于作为高校的参考书及供广大物探工作者参考。

高等学校教学参考书
应用地球物理学
电 学 原 理
傅良魁 著

责任编辑：袁 方

地质出版社出版

（北京和平里）

地质出版社印刷厂印刷

（北京海淀区学院路29号）

新华书店总店科技发行所发行

开本：787×1092¹/₁₆ 印张：20.875 字数：494000
1989年11月北京第一版·1989年11月北京第一次印刷
印数：1—1615册 定价：4.15 元
ISBN 7-116-00519-6/P·444

前 言

本书是为高等地质院校大学生和研究生写的一本教学用书。自一九八五年以来，本书的初稿曾先后在我国十个高等地质院校或系进行了讲授，为应用地球物理专业高年级大学生和研究生设立了专题课。在此基础上，报送全国地质系统高等地质院校应用地球物理专业课程教学指导委员会，经评审后，推荐作为高等地质院校教材或教学参考书公开出版。

本书初稿还曾送请国内许多同行专家、学者们征求意见，收集到了一些宝贵建议，对本书最后定稿是有益的，使其在内容上更加充实、全面和系统化、深入化。

本书的主要内容，不同于一般电学原理和电动力学，也有别于应用地球物理学的专业教材。主要表现在以下几方面：

一、本书中不细致推导各种具体地电条件下的正演解，对一次稳定传导电流场（包括电位、电场强度和电流密度）均直接给出解析表达式。然后，侧重在对它们的异常成分进行深入、细致地全面分析、研究，阐明一次电流场异常成分的分布规律。

二、本书中以较大篇幅对激发极化场或二次极化电流场异常成分的分布规律进行了全面、系统和深入、细致的研究。而在一般电学原理书籍中，几乎不涉及这方面内容。

三、本书中不详细介绍和讨论应用地球物理学中任何一种具体的勘探方法，而是着重研究与其具有密切关系的异常电流场和异常电流磁场的空间和时间分布规律，为多种地球物理勘探方法奠定极其重要的理论基础。

四、本书中不讨论研究对象的反演问题，而着重对一次和二次电流场异常成分的正演剖析。这既不同于国内、外各种物探方法的专业教科书，也不同于一般电学原理和宏观场论等内容。

五、本书中不包含交变电磁场方面的内容。这主要是考虑到我国当前的两种实际情况确定的。一是目前我国在应用地球物理学中，在各种勘探领域内，运用稳定传导电流场和时间域激发极化场方面的知识较多；二是近年来我国已有几种交变电磁场方面的书籍出版。

总之，本书是介于应用地球物理专业基础课与专业课之间的教学用书，作者希望它在加强基础知识与专业知识的联系方面，以及扩大和深化专业基础知识方面，起到某些纽带性的衔接作用。

本书共分四章，在第一章中，详细讨论了一次电流场的建立过程和边界条件，以及一次电流场异常成分的一般表达公式、一次异常电场强度与一次异常电流密度间的关系等；还阐述了在不同电阻率的介质分界面上，在建场过程中堆积的一次自由面电荷的计算方法，分界面对一次电流场的反射与透射作用，以及一次异常电流磁场的计算方法等；本书第二章讨论了应用地球物理学中几种常见地电条件的一次电流场异常成分之具体分布规律，给出了一些正演理论计算结果。其中包括均匀电流场中和点源电流场中无限接触面情况，均匀电流场中一个椭球体情况（包含其特殊形状：球体、水平圆柱体和椭圆柱体等），点源电流

场中水平地层情况（包括二层和三层）等；本书第三章研究了激发极化电流场（包含总场和二次极化场）的建立过程及边界条件、等效电阻率法、激发极化电流场异常成分的一般表达式，面极化体与体极化体中二次电场强度与二次电流密度之间的关系，验证激发极化场某些重要分布规律的室内标本测定和模型实验以及野外实际观测结果等；本书第四章研究了应用地球物理学中几种常见地电条件（同第二章）中二次极化电流场异常的一些具体分布规律，对水平地层条件下出现的负激发极化效应进行了深入、细致的分析，给出了较系统的计算结果和模型实验以及野外实测资料。

本书在写法上力图循序渐进，深入浅出，作到理论联系实际，重点概念突出。书中对某些基本概念在不同章节中反复强调，以加深理解，巩固记忆。同时，为便于读者自学，对一些关键性理论进行了细致剖析，并辅以相应的图表，使抽象的理论形象化。并尽可能使全书融成一体，前后贯通，逻辑严谨。

本书在整个编写过程中，得到了许多同志的热情支持和协助。书中电流场异常方面的资料，由姚文斌同志协助计算；磁场异常方面的资料是傅平同志协助计算的；贾美芝同志协助描绘了大部分插图。作者谨致以衷心的感谢。

本书是以作者参加国家“六五”期间一项攻关课题的研究成果报告《电法勘探基础理论研究》或《应用地球物理学中的电学原理》为基础，按照教学要求，经过进一步充实而写成。无论在体系上，或者在内容上，均可谓是一种新的尝试。尤其书中某些理论和观点，相对以往国内外有关文献，提出了一些具有修正性的新理论和新见解，并以相应的实验结果和野外资料辅以佐证。但是否臻于完善，请读者鉴别。书中欠妥之处在所难免，望读者指出，以便补偏救弊，改正提高，使其更符合客观规律，适应我国应用地球物理学发展的需要。

著 者

一九八八年五月二十六日

北京

目 录

第一章 一次电流场的边界条件及异常的一般表达式	1
§ 1.1 一次电流场的建立及边界条件	3
一、初始电流场的性质及边界条件	3
二、一次电流场在建立过程中性质的变化及边界条件的形成	4
(一) 一次电流密度连续性方程式的变形	4
(二) 一次电流场建成时的边界条件	6
(三) 电阻率不同的分界面上积累一次自由面电荷的计算	10
§ 1.2 一次电流场异常的一般表达式	13
一、一次电流场正常背景区和正常背景值的概念	13
二、一次电流场异常的一般表达式	16
(一) 在 ρ_1 介质中一次电流场异常的一般表达式	16
(二) 在 ρ_2 介质中一次电流场异常的一般表达式	17
§ 1.3 一次电流场异常成分与分界面上积累电荷的一般关系	19
一、一次电流场的正常场与初始场的关系	19
二、一次电流场异常成分与分界面上一次电荷的关系	20
三、一次初始电流场与一次面电荷密度的关系	24
四、一次电流场断去后分界面上自由面电荷的消失过程	26
§ 1.4 一次电流磁场异常的一般表达式	28
一、一次电流磁场的一般表达式	28
(一) 线电流的磁场表达式	28
(二) 体电流的磁场表达式	29
二、一次电流磁场的正常场表达式	30
三、一次电流磁场的异常场表达式	34
第二章 一次电流场异常的分布规律	38
§ 2.1 均匀电流场中无限接触面情况下一一次电流场异常的分布规律	39
一、一次电流场异常成分的表达式	39
二、一次电流场异常成分的分布规律	40
三、一次异常电流磁场的分布特征	44
§ 2.2 点源电流场中无限接触面情况下一一次电流场异常的分布规律	44
一、一次电流场异常的表达式	44
二、一次电流场异常的分布规律	52
三、电阻率分界面对点源电流场的反射作用与透射作用	58
四、一次面电荷在分界面上的分布规律	62
五、一次异常电流磁场的分布规律	65
§ 2.3 均匀电流场中椭球体情况下一一次电流场异常的分布规律	70
一、椭球体一次电流场异常的表达式	70

二、水平圆柱体的一次电流场异常表达式及分布规律	73
(一) 柱体一次电流场的异常表达式	73
(二) 柱体一次电流场异常的分布规律	77
(三) 柱体表面上一次电荷的分布规律	84
(四) 柱体表面上一次电流场的反射角与透射角的关系	85
三、球体一次电流场的异常表达式及分布规律	86
(一) 球体一次电流场的异常表达式	86
(二) 球体一次电流场异常的分布规律	90
(三) 球体表面上一次电荷的分布规律	95
(四) 球体表面上一次电流场的反射角与透射角的关系	97
(五) 球体一次异常电流的磁场分布规律	97
四、水平椭圆柱体一次异常电流场的表达式及分布规律	102
(一) 横向水平椭圆柱体一次异常电流场的表达式及分布特征	102
(二) 纵向水平椭圆柱体一次异常电流磁场的表达式及分布特征	105
§ 2.4 点源电流场中水平地层情况下一次电流场异常的分布规律	108
一、点源二层情况下一次电流场的异常表达式及分布规律	108
(一) 一次电流场的异常表达式	108
(二) 一次电流场的异常分布规律	111
(三) 地层分界面上一次电荷的分布规律	116
二、点源三层情况下一次电流场的异常表达式及分布规律	122
(一) 一次电流场的异常表达式	122
(二) 一次电流场异常的分布规律	124
(三) 地层分界面上一次电荷的分布规律	127
第三章 激发极化场的边界条件及异常的一般表达式和理论基础与实验基础	
.....	132
§ 3.1 激发极化总电流场的连续性方程和边界条件以及异常表达式	132
一、几个基本概念	132
二、总极化场电流密度的连续性方程及边界条件	134
(一) 极化场电流密度的连续性方程	134
(三) 极化场的边界条件	134
三、体极化介质的等效电阻率及求解总极化场的等效电阻率法	135
(一) 均匀体极化介质的等效电阻率	135
(二) 非均匀体极化介质中极化场电流密度的表达式及边界条件的具体形式	138
四、总极化场在分界面上的极化电荷	141
五、总极化场异常的一般表达式	141
(一) 总极化场的正常背景表达式	141
(二) 总极化场的异常表达式	142
§ 3.2 二次极化电流场的连续性方程和边界条件以及异常表达式	143
一、二次极化电流场的连续性方程及边界条件	143
二、二次极化电流场欧姆定律的微分形式	145
三、二次极化场在分界面上的极化电荷	147
四、二次极化场的正常背景及其剖析	148

(一) 二次极化场的正常背景表达式	148
(二) 对二次电流密度正常值等于零的剖析	148
五、二次极化场异常的一般表达式	159
(一) 在含正常背景区的 ρ_1 和 γ_1 介质中	159
(二) 在含异常区的 ρ_2 和 γ_2 介质中	160
(三) 在各区均适用的二次极化场异常与总场异常及一次场异常的一般关系式	160
六、二次电流磁场的计算方法	161
§ 3.3 二次极化电流矢量方向的室内实验结果和野外观测结果	162
一、二次极化电流矢量方向的测量	162
(一) 面极化体中二次电流方向的测量	162
(二) 体极化体中二次电流方向的测量	169
二、二次极化电流矢量方向的野外实测结果	179
(一) 致密型矿体中二次极化电流方向的确定	179
(二) 浸染型矿体中二次极化电流方向的确定	179
第四章 激发极化场异常的分布规律	183
§ 4.1 均匀电流场中无限接触面情况下激发极化场异常的分布规律	183
一、总极化场的异常表达式	183
二、二次极化场的异常表达式	185
三、二次极化场异常的分布规律	186
(一) 二次极化电位的异常分布规律	186
(二) 二次极化电场强度的异常分布规律	187
(三) 二次极化电流密度的异常分布规律	188
(四) 二次极化电流密度与二次电场强度异常成分间的关系	189
§ 4.2 点源电流场中无限接触面情况下激发极化场异常的分布规律	191
一、总极化场的异常表达式	191
二、二次极化场的异常表达式	195
三、二次极化场的异常分布规律	197
(一) 二次极化电位的异常分布规律	197
(二) 二次电场强度的异常分布规律	203
(三) 二次电流密度的异常分布规律	206
(四) 二次电流密度与二次电场强度异常成分间的关系	207
四、二次极化电荷在分界面上的分布规律	209
五、激发极化异常电流磁场的分布规律	212
§ 4.3 均匀电流场中椭球体情况下激发极化场异常的分布规律	213
一、椭球体总极化电流场异常的表达式	213
二、椭球体二次极化电流场的异常表达式	215
三、椭球体二次电流场的一般分布规律	216
(一) 椭球体外部二次场的一般分布规律	216
(二) 椭球体内部二次场的一般分布规律	218
四、水平圆柱体的二次电流场异常表达式及分布规律	219
(一) 柱体二次电流场的异常表达式	219

(二) 柱体二次电流场的分布规律	222
五、水平椭圆柱体的二次极化场异常表达式及分布规律	223
六、球体的二次电流场异常表达式及分布规律	226
(一) 总极化场的异常表达式	226
(二) 二次极化场的异常表达式	228
(三) 球面上二次极化电荷的表达式	229
(四) 二次极化场的分布规律	229
(五) 球体二次电流磁场的分布特征	238
§ 4.4 点源电流场中水平地层情况下激发极化场异常的分布规律	240
一、点源电流场中水平二层情况下激发极化场异常的分布规律	240
(一) 总极化场的异常表达式	240
(二) 二次极化场的异常表达式	242
(三) 二次极化场的分布规律	244
(四) 二次极化电荷的分布规律	259
(五) 视极化率在水平二层地面上的性质	262
二、点源电流场中水平三层情况下激发极化场异常的分布规律	266
(一) 总极化场的异常表达式	267
(二) 二次极化场的异常表达式	268
(三) 点源二次极化场的异常分布规律	270
(四) 两异性点源二次极化场的分布规律	284
(五) 二次极化电荷的分布规律	291
三、负激电效应在 ρ_s 和 η_s 测深曲线上的表现规律	296
(一) 水平地层上 ρ_s 测深曲线的伴谬现象及其与负激电效应的联系	296
(二) 视极化率的加权表达式及其在分析水平地层上 η_s 曲线性质中的应用	302
四、负激电效应的模拟实验结果和野外实际观测结果	313
(一) 负激电效应的模拟实验结果	313
(二) 负激电效应的野外观测结果	315
结 语	318
思考、论证、评述、作业题	319
参考文献	324

第一章 一次电流场的边界条件及异常的一般表达式

在传导类直流电法勘探中，包含着很多分支方法（如电阻率法和充电法及磁电阻率法和磁充电法等），它们均以岩（矿）石的电阻率差异为物质基础，通过观测和分析一次电流场（磁场和电场）的异常分布规律实现地质勘查和找矿目标。所谓一次电流场，乃指不含电磁感应作用和激发极化效应的稳定传导电流场，其中有一次电位 U_1 、一次电场强度 E_1 和一次电流密度 j_1 （这里各符号的下脚号“1”表示一次场之意）。〔注〕

在应用或勘探地球物理学中，研究电流场的分布规律时，与一般物理学（如电动力学、场论等）中的侧重点是不同的。这里主要研究一次电流场异常成分（一次电位异常 $U_{1异}$ 、一次电场强度异常 $E_{1异}$ 及一次电流密度异常 $j_{1异}$ ）的分布规律；而在一般物理学中，则侧重在总的一次电流场（ U_1 、 E_1 及 j_1 ），并且偏于数理推导过程。

在学习过普通物理学和电磁场理论或场论的地质类院校应用地球物理专业的大学生中，对总的一次电流场之数理推演过程及其基本分布特征应当是比较熟悉的。如图1所示，在地表面上，有两个相距一定距离的供电电极A、B向地下供入电流强度为 I 和 $-I$ 时，当地下某一深度处理埋藏一个电阻率为 ρ_2 的地质体时，如果 ρ_2 较围岩电阻率 ρ_1 大（ $\rho_2 > \rho_1$ ），则地中主断面内一次电流密度 j_1 的分布，应大致有图中所示的形态。对于此点，一般均已理解。

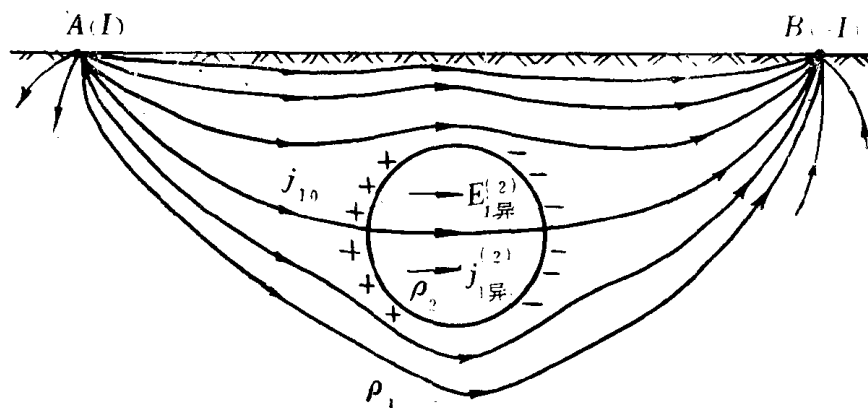


图1 地下一次电流密度分布示意图

但是，对于一次电流场异常成分的分布规律则是不熟悉的。例如，对于图1所示的情况，如果提出这样问题：在电阻率为 ρ_2 的岩体内部，一次电流密度的异常 $j_{1异}^{(2)}$ 和一次电场强度的异常 $E_{1异}^{(2)}$ （这里符号的上角号“(2)”表示观测点位于电阻率为 ρ_2 的导电介质中），其各自的矢量方向如何？（设埋藏岩体为球状并处于AB很大的均匀电流场中的简单情况）。

〔注〕 本书均以黑体字表示矢量，不用箭头表示矢量，以下皆同。

这时的回答便众说不一了。答案有四种：甲认为 $E_{1异}^{(2)}$ 与 $j_{1异}^{(2)}$ 方向相同，并均与一次正常电流密度 j_{10} 方向一致；乙也认为 $E_{1异}^{(2)}$ 与 $j_{1异}^{(2)}$ 的矢量方向是相同的，但其方向均与 j_{10} 相反；丙认为 $E_{1异}^{(2)}$ 与 $j_{1异}^{(2)}$ 的方向是不同的，并且 $j_{1异}^{(2)}$ 的方向与 j_{10} 相同，而 $E_{1异}^{(2)}$ 的方向与 j_{10} 相反；丁则认为 $E_{1异}^{(2)}$ 与 $j_{1异}^{(2)}$ 之方向虽然也是应当相反的，但是 $j_{1异}^{(2)}$ 的方向与 j_{10} 相反，而 $E_{1异}^{(2)}$ 的方向与 j_{10} 相同。总之，四种观点皆不同。而且甲与乙的观点恰恰相反；丙与丁的观点也完全对立。并且，各自坚持自己的认识为正确，均以为理论依据充分。例如，甲认为 $E_{1异}^{(2)}$ 与 $j_{1异}^{(2)}$ 乃是由如图所示的高阻岩体表面上积累的一次自由面电荷 q_1 （面密度为 q_{1s} ）产生的。因此，岩体内部各点 $E_{1异}^{(2)}$ 之矢量方向，根据库伦定律，必然是与 j_{10} 相同的。而且，以 $E_{1异}^{(2)}$ 为驱动力，产生电流密度异常 $j_{1异}^{(2)}$ ，其矢量方向必定与 $E_{1异}^{(2)}$ 一致，即 $j_{1异}^{(2)}$ 的方向也应与 j_{10} 相同。而且，按照欧姆定律微分公式， $E_{1异}^{(2)}$ 与 $j_{1异}^{(2)}$ 之间应有关系

$$E_{1异}^{(2)} = \rho_2 j_{1异}^{(2)} \quad \text{或} \quad j_{1异}^{(2)} = \frac{E_{1异}^{(2)}}{\rho_2} \quad (1)$$

即 $E_{1异}^{(2)}$ 与 $j_{1异}^{(2)}$ 不但方向是一致的，而且在量值上，两者具有简单的正比关系，其比例系数为 ρ_2 。

但是，乙对甲的上述理论观点坚决反对，持完全相反的否定态度。乙的理论观点认为：在稳定的一次传导电流场中，在不同电阻率的岩石分界面上，是否真的有堆积着的自由电荷乃是值得怀疑的。退一步讲，即使分界面上有积累电荷存在，在稳定的传导电流场中，这种堆积着的电荷，也是不会流动的。因此，不能产生传导性的一次异常电流密度。故认为甲的观点不能成立，于是持坚决反对态度。所以，乙提出自己的新观点，认为：解释一次传导电流场的异常分布特征，主要而且唯一地应该运用欧姆定律微分公式，遵照高阻体排斥电流和低阻体吸引电流的原理，借以判断异常电场强度和异常电流密度的矢量方向。在当前情况下，由于埋于地下的是高阻体，故它对周围的外加电流场具有排斥作用，表现为如图1所示的，使外加的一次正常电流密度更多地从高阻体外部通过，极少是从其内部流过（均相对无高阻体存在时的情况而言）。并认为这种电流分布的特征，实质上，乃是由于高阻体内部存在与 j_{10} 方向完全相反的异常电场强度 $E_{1异}^{(2)}$ 与异常电流密度 $j_{1异}^{(2)}$ 之作用所致。因此，提出了与甲的观点完全相反的判断。并坚信自己的立论最正确合理，是最完善严谨的理论观点。

但是，甲、丙、丁等并不接受乙的观点。而且，丙、丁认为公式（1）不能成立，对他们各自的观点，也分别阐述其理论依据，互不相让。

大家知道，在物理学教程中是不涉及上述这类问题的。而且，在应用地球物理学的专业基础课中，也极少讨论异常电流场的分布问题。在专业课教学中，则重点阐述勘探方法。因此大学生们对这种重要的专业基础问题是不明确的。例如，根据作者在一些地质院校讲学过程中的不完全统计，在参加讨论的394人中，持甲、乙、丙、丁四种观点的人数及所占总人数的百分比，如表1所示。

是否多数人同意的观点（乙）正确？最少数人所持的观点丁肯定是错误吗？这四种观点，究竟哪种对？哪种错？其道理何在？作为物探专业的大学生是必须明确的。

由于在应用地球物理学的电法勘探中，有的分支方法（如磁电阻率法等）是通过观测和利用一次电流密度的异常 $j_{1异}$ 所产生的一次磁场异常 $H_{1异}$ 来实现找矿目标的。而 $H_{1异}$ 的矢量方向乃与 $j_{1异}$ 的矢量方向密切相关。因此，正确判定 $j_{1异}$ 的矢量方向至为重要。作为高等

表 1

	甲	乙	丙	丁
$E_{10}^{(2)}$	→	←	←	→
$j_{10}^{(2)}$	→	←	→	←
人 数	132	238	16	8
百分比	33.5%	60.5%	4%	2%

地质院校应用地球物理专业的学生（大学生和研究生），对这一问题也必须有明确认识。

现在，我们并不急于澄清上述问题。而是通过本章的系统讨论，为正确地对上述各问题做出严格的答案，提供基本的理论基础。上面提出的问题，仅作为本章的引子，将内容展开。

§ 1.1 一次电流场的建立及边界条件

一、初始电流场的性质及边界条件

在外加电场作用下，媒质（在应用地球物理学中，物探工作者已经习惯地称为“介质”了，虽与物理学中的概念有所不同，但为了尊重习惯，本书中以下仍称为介质）中的一次传导电流场，并非在外加电场作用的同时便达到稳定状态，而是需要一定时间，才能建立成为稳定场（即使所需时间并不长，可短至微秒级，甚至一瞬间）。令建场时间为 T ，则在 $T \rightarrow 0$ 时的一次电流场，便为初始电流场。

就时间而论，初始电流场乃为一次电流场的初始值。其分布状态也与 $T \rightarrow \infty$ 时建立的稳定电流场有所不同。因此，初始电流场与稳定电流场在性质上是有区别的，两者的边界条件也不尽相同。故分别讨论之。

如图1.1.1所示，设空间由两种分区均匀介质组成（介质 I 和介质 II），各自的电阻率分别为 ρ_1 和 ρ_2 ，两者的电性分界面为 S 。在建场初期（ $T \rightarrow 0$ ），分界面两边各介质中的初始场分别用以下符号表示：

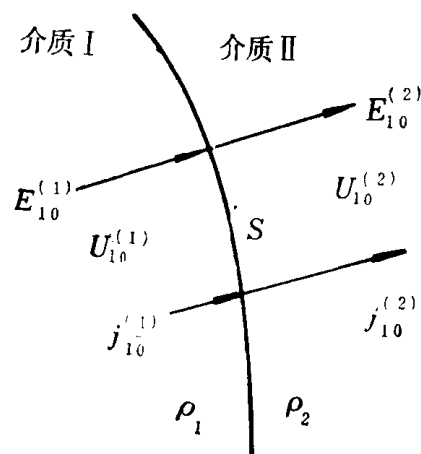


图 1.1.1 两种分区均匀介质初始场示意图

在介质 I 中，初始电流场的初始电位、初始电场强度和初始电流密度，分别用 $U_{10}^{(1)}$ 、 $E_{10}^{(1)}$ 和 $j_{10}^{(1)}$ 表示；

在介质 II 中，初始电位、初始电场强度和初始电流密度则分别用 $U_{10}^{(2)}$ 、 $E_{10}^{(2)}$ 和 $j_{10}^{(2)}$ 表示。各符号中的下脚号“1”表示一次场；下脚号“0”表示 $T = 0$ 的初始场；上角号

“（1）”和“（2）”分别表示观测点位于介质 I 和介质 II 中。

由于各分区中的介质均为可传导电流的物质，故初始电场强度与初始电流密度之间的关系，具有欧姆定律的微分形式

$$\mathbf{E}_{10}^{(1)} = \rho_1 \mathbf{j}_{10}^{(1)} \quad \text{或} \quad \mathbf{j}_{10}^{(1)} = \frac{\mathbf{E}_{10}^{(1)}}{\rho_1} = \sigma_1 \mathbf{E}_{10}^{(1)} \quad (1.1.1)$$

$$\mathbf{E}_{10}^{(2)} = \rho_2 \mathbf{j}_{10}^{(2)} \quad \text{或} \quad \mathbf{j}_{10}^{(2)} = \frac{\mathbf{E}_{10}^{(2)}}{\rho_2} = \sigma_2 \mathbf{E}_{10}^{(2)} \quad (1.1.2)$$

式中 $\sigma_1 = \frac{1}{\rho_1}$ 和 $\sigma_2 = \frac{1}{\rho_2}$ 分别为介质 I 和介质 II 的电导率。以上两式在介质 I 和介质 II 中任意

点均适用。由于各区介质皆为均匀各向同性的，故各点的初始电场强度与初始电流密度的方向皆相同。并且，初始电场强度为产生初始电流密度的电动力。

由于在建场初期，不同电阻率的分界面上尚未堆积自由电荷。因此，在分界面两侧的两个观测点十分靠近分界面时，初始电流场应满足以下各边界条件：

1. 根据能量不灭定理，分界面两侧的初始电位应该相等，即有初始电位的连续性条件

$$U_{10}^{(1)} = U_{10}^{(2)} \quad (1.1.3)$$

2. 根据分界面没有积累电荷及其对电场分布的影响作用，分界面两侧的初始电场强度应当是连续的，即有初始电场强度的连续性条件

$$\mathbf{E}_{10}^{(1)} = \mathbf{E}_{10}^{(2)} \quad (1.1.4)$$

总的初始电场强度及其沿垂直分界面的法向分量和平行分界面的切向分量均是连续的。在初始期 ($T = 0$)，电场强度的分布，不受分界面影响。

3. 由于分界面两侧介质的电阻率是不相等的，而且，在初始期的分界面未堆积电荷。因此，在分界面两侧的初始电流密度是不连续的。但 $\mathbf{j}_{10}^{(1)}$ 与 $\mathbf{j}_{10}^{(2)}$ 有一定的联系关系，由公式 (1.1.4) 可以写出

$$\rho_1 \mathbf{j}_{10}^{(1)} = \rho_2 \mathbf{j}_{10}^{(2)} \quad \text{或} \quad \frac{\mathbf{j}_{10}^{(1)}}{\mathbf{j}_{10}^{(2)}} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \mu_{12} \quad (1.1.5)$$

即 $\mathbf{j}_{10}^{(1)}$ 与 $\mathbf{j}_{10}^{(2)}$ 的矢量方向是相同的。但在量值上差一个电阻率的比值系数，即有

$$\mathbf{j}_{10}^{(1)} = \mu_{12} \mathbf{j}_{10}^{(2)} \quad (1.1.5)'$$

可见，当 $\rho_1 > \rho_2$ (或 $\mu_{12} < 1$) 时有 $\mathbf{j}_{10}^{(1)} < \mathbf{j}_{10}^{(2)}$ (如图 1.1.1 所示情况)；反之，如果 $\rho_2 > \rho_1$ (或 $\mu_{12} > 1$)，则有 $\mathbf{j}_{10}^{(1)} > \mathbf{j}_{10}^{(2)}$ 。若 $\rho_2 = \infty$ (绝缘物质)，则有 $\mathbf{j}_{10}^{(2)} = 0$ 。

二、一次电流场在建立过程中性质的变化及边界条件的形成

(一) 一次电流密度连续性方程式的变形

结合地质找矿工作，在应用地球物理学的时域电法勘探中，如以主动源的各种直流电法为例，当供电电极 A 和 B 通过导线与电源的正、负端接通时，地中的传导电流场便迅速开始建立。在从无到有的建场过程中，根据电磁学理论，除有不稳定的瞬变电磁感应场外，还有不稳定的传导电流场。稍过片刻后，感应电磁场便消失，传导电流场趋于稳定，于是一次电流场便建成。

根据电量不灭定理，在建场过程中，传导电荷不会在介质中任意点和任何时刻上突然

消失，也不会在任何点的任何时刻上突然地无中生有。因此，在建场过程中，一次传导电流应满足以下连续性方程：

1. 一次电流密度连续性的积分形式

$$\oiint_S j_{1n} ds = -\frac{\partial q_1}{\partial T} \quad (1.1.6)$$

式中 j_{1n} 为一次电流密度沿 S 面外法线方向的分量； q_1 为闭合面 S 所包围的一次自由电荷。

不难理解，在建场过程中，一次电流场的各物理量 (U_1 、 E_1 、 j_1) 均为时间 T 的函数，即介质中任意一点处一次电位值 U_1 的大小和一次电场强度 E_1 以及一次电流密度 j_1 的矢量方向和量值大小，均随时间 T 改变。方程 (1.1.6) 的涵义是：在单位时间内由 S 面流出的电流，便为该闭合面内一次电荷量的减少值，此即为电量守恒或电荷不灭。

2. 一次电流密度连续性的微分形式

$$\operatorname{div} j_1 = -\frac{\partial q_{1v}}{\partial T} \quad (1.1.7)$$

式中 q_{1v} 为观测点处自由电荷的体密度。

上式表示一次传导电流密度在介质中任一点的散度，即为该点单位时间内体电荷密度的减少量。这对 j_1 呈连续分布的介质而言，亦为电荷不灭或电量守恒定理的一种表达式。

3. 一次电流密度连续性的边值形式

$$j_{1n}^{(2)} - j_{1n}^{(1)} = -\frac{\partial q_{1s}}{\partial T} \quad (1.1.8)$$

式中 q_{1s} 为电阻率不同的介质分界面上一次自由电荷的面密度。此式的涵义是：在分界面两侧十分靠近的两点上，一次电流密度法向分量之差，乃为分界面上单位时间内一次电荷面密度的减少量（或增加量）。显然，这也是电量守恒定理在分界面上的一种表达形式。

以上三个电流密度连续性方程式，虽然形式不同，但其物理实质是一致的，均为电荷不灭定理的表达公式。

在建场始期，前面已讨论过，在电阻率不同的分界面两侧，初始电场强度是连续的，但初始电流密度不连续。如图 1.1.1 所示，在 $\rho_1 > \rho_2$ 的条件下，则有

$$j_{1n}^{(2)} > j_{1n}^{(1)} \quad \text{或} \quad j_{1n}^{(2)} - j_{1n}^{(1)} > 0$$

于是由公式 (1.1.8) 得

$$q_{1s} < 0$$

即 q_{1s} 为负值。因此，随着建场时间 T 的延长，分界面上将堆积越来越多的负电荷，而这些电荷，按照库伦定律，是会在介质中任一点产生电场的。这种次生电场，我们称其为一次面荷场，并分别用 U_{1s} （一次面荷电位）、 $E_{q_{1s}}$ （一次面荷电场强度）和 $j_{q_{1s}}$ （一次面荷电流密度）表示。在 ρ_1 介质中为 $U_{q_{1s}}^{(1)}$ 、 $E_{q_{1s}}^{(1)}$ 、 $j_{q_{1s}}^{(1)}$ ，在 ρ_2 介质中则为 $U_{q_{1s}}^{(2)}$ 、 $E_{q_{1s}}^{(2)}$ 、 $j_{q_{1s}}^{(2)}$ 。而且，这些物理量均为时间 T 的函数，即在介质中任一点上， $U_{q_{1s}}$ 值的大小和 $E_{q_{1s}}$ 以及 $j_{q_{1s}}$ 的矢量方向和量值大小，均将随时间发生变化。如在当前 $\rho_1 > \rho_2$ 的条件下，分界面上积累的负自由面电荷 q_{1s} 产生的电场，在分界面左侧的 ρ_1 介质中，将使初始场 $E_{1n}^{(1)}$ 和 $j_{1n}^{(1)}$ 的量值，相对建场初期 ($T=0$) 时有所增大，而使分界面右侧 $E_{1n}^{(2)}$ 和 $j_{1n}^{(2)}$ 的量值有所减小。这样一来，初始场所保持的边界条件，必将发生变化。这种变化，随着时间 T 的增大越来越

明显。当时间 $T \rightarrow \infty$ 时, 一次电流场便达到稳定状态, 这时分界面上堆积的一次自由面电荷将不再增多, 达到一个极限状态的饱和值或最大值。在这种稳定状态下, 由于 q_1 、 q_{1v} 和 q_{1s} 等量均达一定值, 即不再随时间而变化, 因此必有方程

$$\frac{\partial q_1}{\partial T} = 0, \quad \frac{\partial q_{1v}}{\partial T} = 0, \quad \frac{\partial q_{1s}}{\partial T} = 0$$

否则, 这些量将继续增长, 但这样便未达到稳定场状态。因此, 在 $T \rightarrow \infty$ 的稳定场条件下, 必有以上关系成立。这样一来, 一次电流场连续性方程式 (1.1.6)–(1.1.8) 在稳定电流场中将变形为

$$\oiint_S j_{1n} ds = 0 \quad (1.1.6)'$$

$$\operatorname{div} \mathbf{j}_1 = 0 \quad (1.1.7)'$$

$$j_{1n}^{(2)} - j_{1n}^{(1)} = 0 \quad (1.1.8)'$$

即一次传导电流场的分布将遵守以上方程。

应当指出, 在以上讨论中, 我们虽然讲从 $T = 0$ 的初始场达到稳定场时, 需要 $T \rightarrow \infty$, 但这是就理论而言的。实际上, 并不需要很长时间, 在许多情况下, T 仅需微秒级的数量, 一次电流场便达稳定状态。

(二) 一次电流场建成时的边界条件

对分区均匀介质, 在一次电流场的建立过程中, 使得不同电阻率的介质分界面上堆积了一次自由面电荷。同时, 使初始电流场的边界条件受到破坏。待达到稳定的一次电流场时, 又建立了新的边界条件。现就建场过程中使初始场性质发生的变化和形成的新边界条件, 阐述如下。

1. 使不连续的初始场电流密度法向分量变成为连续的

前面已讨论过, 一次电流场的建立过程使电流密度的连续性方程由公式 (1.1.8) 变为公式 (1.1.8)', 由此式便得到一次稳定传导电流场在电阻率不同的分界面上, 一次电流密度法向分量连续的边界条件

$$j_{1n}^{(1)} = j_{1n}^{(2)} \quad (1.1.9)$$

此外, 根据能量守恒原理, 在建场过程中, 虽然介质中任一点的初始一次电位值在发生变化, 但在电阻率不同的介质分界面上, 一次电位始终不会发生跃变, 即在分界面两侧十分靠近的两点上, 一次电流场的电位仍是连续的, 即有一次电位的连续条件

$$U_1^{(1)} = U_1^{(2)} \quad (1.1.10)$$

为了求解一次电流场的电位, 将公式 (1.1.9) 写成一次电位对分界面法线方向的微分形式

$$\frac{1}{\rho_1} \cdot \frac{\partial U_1^{(1)}}{\partial n} = \frac{1}{\rho_2} \cdot \frac{\partial U_1^{(2)}}{\partial n} \quad (1.1.9)'$$

以上两式便为求一次电位解的边界条件式。

2. 使连续的初始电场强度法向分量变为不连续的

上面已讨论过, 在建场初期, 由于分界面上无积累电荷作用, 初始电场强度在分界面两侧是连续的。而当一次场建成时, 由于有公式 (1.1.9) 成立, 故利用欧姆定律微分公

式可写出

$$\frac{E_{1n}^{(1)}}{\rho_1} = \frac{E_{1n}^{(2)}}{\rho_2} \quad (1.1.9)''$$

式中 $E_{1n}^{(1)}$ 和 $E_{1n}^{(2)}$ 为分界面两侧一次电场强度的法向分量(ρ_1 介质中为 $E_{1n}^{(1)}$; ρ_2 介质中为 $E_{1n}^{(2)}$)。

由上式可见, 一次电场强度的法向分量在分界面上是不连续的。而且, 由公式(1.1.9)''可写出

$$E_{1n}^{(2)} = \frac{\rho_2}{\rho_1} E_{1n}^{(1)} = \mu_{12} E_{1n}^{(1)}$$

即 $E_{1n}^{(2)}$ 与 $E_{1n}^{(1)}$ 的量值大小差一个电阻率比值系数 μ_{12} 。两者的大小关系由 μ_{12} 决定, 当 $\rho_2 > \rho_1$ 时 $E_{1n}^{(2)} > E_{1n}^{(1)}$; 反之, 则 $E_{1n}^{(2)} < E_{1n}^{(1)}$ 。

3. 使初始电场强度和初始电流密度的矢量方向发生折曲和变化

图1.1.1所示, 在建场初期, 因分界面上无积累电荷, 故初始电场强度和初始电流密度是直线状通过分界面的, 其矢量方向在分界面两边一致, 不发生折曲。但是, 当一次电流场建成时, 情况便发生变化。

首先, 就一次电场强度而言, 根据稳定电流场的势场性质, 介质中任一点的一次电位值是唯一的。由此得知, 分界面两侧一次电场强度的切向分量(ρ_1 介质中为 $E_{1t}^{(1)}$; ρ_2 介质中为 $E_{1t}^{(2)}$)是连续的, 即有边界条件式

$$E_{1t}^{(1)} = E_{1t}^{(2)} \quad (1.1.11)$$

根据欧姆定律微分公式将(1.1.10)式写成

$$E_{1n}^{(1)} = \frac{\rho_1}{\rho_2} E_{1n}^{(2)} \quad (1.1.12)$$

取以上两式之比, 得

$$\frac{E_{1t}^{(1)}}{E_{1n}^{(1)}} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \cdot \frac{E_{1t}^{(2)}}{E_{1n}^{(2)}} \quad (1.1.13)$$

或写成

$$\tan\theta_1^{(1)} = \mu_{12} \tan\theta_1^{(2)} \quad (1.1.13)'$$

式中 $\theta_1^{(1)}$ 和 $\theta_1^{(2)}$ 为 ρ_1 介质中的一次电场强度 $E_{1t}^{(1)}$ 矢量方向和 ρ_2 介质中的一次电场强度 $E_{1t}^{(2)}$ 之量方向与分界面法线方向之夹角。

由上式可见 $\theta_1^{(1)} \neq \theta_1^{(2)}$, 两者的正切差一比例系数 μ_{12} 。当 $\rho_2 > \rho_1$ 时 $\theta_1^{(1)} > \theta_1^{(2)}$; 反之, 则 $\theta_1^{(1)} < \theta_1^{(2)}$ 。总之, 相对初始电场强度而言, 一次稳定电流场的电场强度通过分界面时, 方向发生了折曲。其折曲角度之大小决定于 μ_{12} 。在电学中称此现象为一次电场的折射定律, 以此描述分界面两边电场强度 $E_{1t}^{(1)}$ 与 $E_{1t}^{(2)}$ 之矢量方向不相同的特性。

其次, 就一次电流密度而言, 如将边界条件式(1.1.11)写为

$$\rho_1 j_{1t}^{(1)} = \rho_2 j_{1t}^{(2)} \quad (1.1.14)$$

或写成

$$j_{1t}^{(1)} = \frac{\rho_2}{\rho_1} j_{1t}^{(2)} = \mu_{12} j_{1t}^{(2)} \quad (1.1.14)'$$

则由此便知: 一次电流密度的切向分量在分界面两侧是不连续的。并且, ρ_1 介质中的 $j_{1t}^{(1)}$ 值

与 ρ_2 介质中的 $j_{1t}^{(2)}$ 值之大小关系，差一个电阻率比例系数 μ_{12} 。同时，由公式(1.1.9)和(1.1.14)'也可写出折射定律的表达式

$$\frac{j_{1t}^{(1)}}{j_{1n}^{(1)}} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \cdot \frac{j_{1t}^{(2)}}{j_{1n}^{(2)}} \quad (\text{即} \tan\theta_1^{(1)} = \mu_{12} \tan\theta_1^{(2)}) \quad (1.1.15)$$

或写成公式(1.1.13)'的形式[注]。它说明一次场电流密度的矢量方向通过分界面时也发生折曲(与一次电场强度一样)，即在分界面两侧，一次电流密度 $j_{1t}^{(1)}$ 与 $j_{1t}^{(2)}$ 之矢量方向也不相同。

综上所述，由于一次场建成后分界面上堆积了自由电荷(见图1.1.2)，则初始电场强度的连续条件被破坏(保留了切向分量的连续性，但法向分量有图1.1.2所示的不连续性)；而初始电流密度不连续的边界条件得到改善(虽然切向分量仍然是不连续的，但是电流密度法向分量变成为图1.1.2所示的连续状态)。

显然，一次电流密度(或一次电场强度)相对建场初期($T=0$)时通过分界面的折曲情况，乃由 ρ_1 与 ρ_2 之大小关系决定(见图1.1.3)。

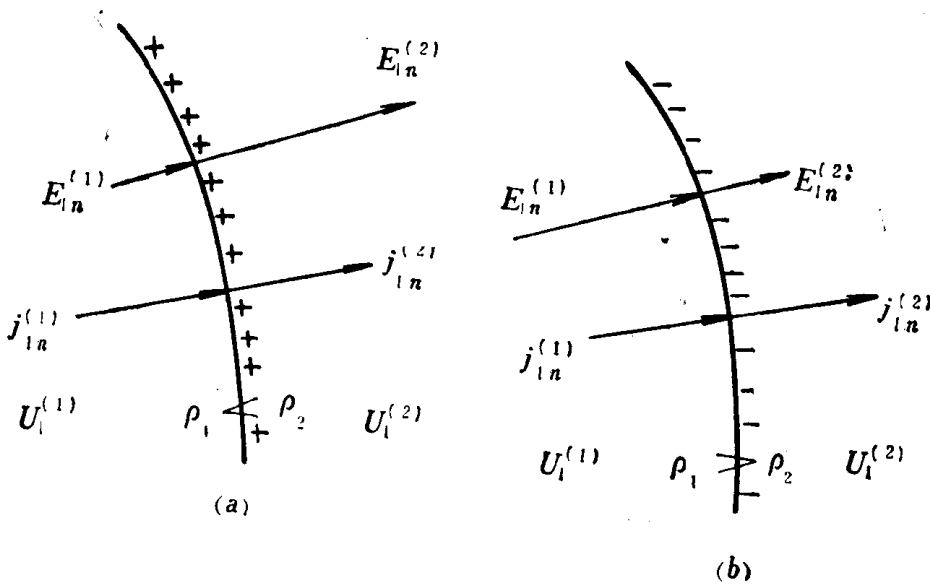


图 1.1.2 一次电流场在分界面上的示意图

图1.1.3中 $\theta_1^{(1)}$ 和 $\theta_1^{(2)}$ 为初始电流密度方向在分界面两边与法线方向的夹角。由于建场初期分界面上无电荷存在，故 $j_{1t}^{(1)}$ 的入射角 $\theta_1^{(1)}$ 实际上是与 $j_{1t}^{(2)}$ 的透射角 $\theta_1^{(2)}$ 相等的，即有关系

$$\theta_1^{(1)} = \theta_1^{(2)} = \theta_0$$

应当指出，以上各边界条件式对于任何分界面形状和任何 μ_{12} 值均成立。但是， θ_0 与 $\theta_1^{(1)}$ 和 $\theta_1^{(2)}$ 值的大小关系，不但与 μ_{12} 值的大小密切相关，而且与分界面形状有重要关系。这是因为 $\theta_1^{(1)}$ 、 $\theta_1^{(2)}$ 值的大小是由分界面上所有一次面电荷的作用决定的，而非仅由观测点处的面荷密度所确定。因此，一般说， θ_0 与 $\theta_1^{(1)}$ 或 θ_0 与 $\theta_1^{(2)}$ 之间，没有确定的联系关系(虽

[注] 因 $\frac{j_{1t}^{(1)}}{j_{1n}^{(1)}} = \frac{\sigma_1 E_{1t}^{(1)}}{\sigma_1 E_{1n}^{(1)}} = \frac{E_{1t}^{(1)}}{E_{1n}^{(1)}} = \tan\theta_1^{(1)}$ 及 $\frac{j_{1t}^{(2)}}{j_{1n}^{(2)}} = \frac{\sigma_2 E_{1t}^{(2)}}{\sigma_2 E_{1n}^{(2)}} = \frac{E_{1t}^{(2)}}{E_{1n}^{(2)}} = \tan\theta_1^{(2)}$ 之故。