College Mathematics Guidance Series
大学数学学习辅导丛书

浙江大学　盛　骤　谢式千　潘承毅　编

概率论与数理统计
习题全解指南

浙大・二、三版

高等教育出版社

图书在版编目（CIP）数据

概率论与数理统计习题全解指南：浙大2、3版/盛骤，谢式千，潘承毅编．—北京：高等教育出版社，2003.6
ISBN 7-04-011953-6

Ⅰ.概…　Ⅱ.①盛…②谢…③潘…　Ⅲ.①概率论-高等学校-解题②数理统计-高等学校-解题
Ⅳ.021-44

中国版本图书馆CIP数据核字（2003）第037802号

责任编辑：徐　可　　**封面设计**：王凌波
版式设计：杨　明　　**责任印制**：杨　明

出版发行	高等教育出版社	**购书热线**	010-64054588
社　　址	北京市西城区德外大街4号	**免费咨询**	800-810-0598
邮政编码	100011	**网　　址**	http://www.hep.edu.cn
传　　真	010-82028899		http://www.hep.com.cn

经　　销	新华书店北京发行所
印　　刷	煤炭工业出版社印刷厂

开　　本	850×1168　1/32	**版　　次**	2003年6月第1版
印　　张	10.75	**印　　次**	2003年6月第1次印刷
字　　数	270 000	**定　　价**	15.00元

前　　言

本书是编者所编的《概率论与数理统计》(第三版)(高等教育出版社 2001 年出版)和《概率论与数理统计》(第二版)(高等教育出版社 1989 年出版)的习题全解.

本书按教材各章习题顺序编排,与教材的题号一致,少数题目有一题多解.在有些题解中,指出易犯的错误,究其原因,澄清不正确的想法.在有些题解中,指出在解题时应当注意的事项.

通过对本书的参考和学习,可使读者提高分析问题和解题的能力,加深对基本内容的理解和掌握,还会增强对学好本门课程的信心和兴趣.

我们希望读者先自行思考,自己解题,然后与题解进行对照.如果自己不动手去做题,而是照抄,是无益的.

本书的习题题号与第三版的习题题号相同.由于第二版、第三版书的页次和习题编号不同,在书末附有引文中涉及两本书的页次的对照表,以及第二版习题题号与本书习题题号的对照表.教材第三版中的“选做习题”本书中有题目和题解,持第二版教材的读者同样可以参阅.

本书可作为大学理科、工科学生学习概率论与数理统计课程的参考书,可供报考研究生的读者和工程技术人员参考.

本书承浙江大学范大茵教授详细审阅,她提出许多宝贵意见,对此我们表示衷心的感谢.

本书不足之处,诚恳地希望读者批评指正.

盛　骤　谢式千　潘承毅

2003 年 5 月

郑 重 声 明

目　　录

第一章　概率论的基本概念

1. 写出下列随机试验的样本空间 S：

(1) 记录一个小班一次数学考试的平均分数(设以百分制记分).

(2) 生产产品直到有 10 件正品为止，记录生产产品的总件数.

(3) 对某工厂出厂的产品进行检查，合格的记上“正品”，不合格的记上“次品”，如连续查出了 2 个次品就停止检查，或检查了 4 个产品就停止检查，记录检查的结果.

(4) 在单位圆内任意取一点，记录它的坐标.

解　(1) 以 n 表示该小班的学生数，总成绩的可能取值为 0，1，2，3，…，$100n$，所以试验的样本空间为

$$S = \left\{ \frac{i}{n} \middle| i = 0,1,2,\cdots,100n \right\}.$$

(2) 设在生产第 10 件正品前共生产了 k 件不合格品，样本空间为 $S = \{10 + k \mid k = 0,1,2,\cdots\}$ 或写成 $S = \{10,11,12,\cdots\}$.

(3) 采用 0 表示检查到一个次品，以 1 表示检查到一个正品，例如 0110 表示第一次与第四次检查到次品，而第二次与第三次检查到的是正品，样本空间可表示为

$$S = \{00,100,0100,0101,0110,1100,1010,\\ 1011,0111,1101,1110,1111\}.$$

(4) 取一直角坐标系，则有 $S = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 < 1\}$，若取极坐标系，则有 $S = \{(\rho,\theta) \mid \rho < 1, 0 \leqslant \theta < 2\pi\}$.

2. 设 A,B,C 为三事件，用 A,B,C 的运算关系表示下列各事件：

(1) A 发生,B 与 C 不发生.

(2) A 与 B 都发生,而 C 不发生.

(3) A,B,C 中至少有一个发生.

(4) A,B,C 都发生.

(5) A,B,C 都不发生.

(6) A,B,C 中不多于一个发生.

(7) A,B,C 中不多于两个发生.

(8) A,B,C 中至少有两个发生.

解 以下分别用 $D_i(i=1,2,\cdots,8)$ 表示(1),(2),…,(8)中所给出的事件.注意到一个事件不发生即为它的对立事件发生,例如事件 A 不发生即为 $\bar{A}$ 发生.

(1)A 发生,B 与 C 不发生,表示 $A,\bar{B},\bar{C}$ 同时发生,故 $D_1=A\bar{B}\bar{C}$ 或写成 $D_1=A-B-C$.

(2)A 与 B 都发生而 C 不发生,表示 $A,B,\bar{C}$ 同时发生,故 $D_2=AB\bar{C}$ 或写成 $D_2=AB-C$.

(3) 由和事件的含义知,事件 $A\cup B\cup C$ 即表示 A,B,C 中至少有一个发生,故 $D_3=A\cup B\cup C$.

也可以这样考虑:事件"A,B,C 至少有一个发生"是事件"A,B,C 都不发生"的对立事件,因此 $D_3=\overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}}$.

也可以这样考虑:事件"A,B,C 中至少有一个发生"表示三个事件中恰有一个发生或恰有两个发生或三个事件都发生,因此 D_3 又可写成

$$D_3=A\bar{B}\bar{C}\cup\bar{A}B\bar{C}\cup\bar{A}\bar{B}C\cup AB\bar{C}\cup A\bar{B}C\cup\bar{A}BC\cup ABC.$$

(4)$D_4=ABC$.

(5)$D_5=\bar{A}\bar{B}\bar{C}$.

(6)"A,B,C 中不多于一个发生"表示 A,B,C 都不发生或 A,B,C 中恰有一个发生,因此 $D_6=\bar{A}\bar{B}\bar{C}\cup A\bar{B}\bar{C}\cup\bar{A}B\bar{C}\cup\bar{A}\bar{B}C$.

又"A,B,C 中不多于一个发生"表示"A,B,C 中至少有两个不发生"，亦即 $\overline{A}\overline{B},\overline{B}\overline{C},\overline{A}\overline{C}$ 中至少有一个发生，因此又有 $D_6=\overline{A}\overline{B}\cup\overline{B}\overline{C}\cup\overline{C}\overline{A}$.

又"A,B,C 中不多于一个发生"是事件 G = "A,B,C 中至少有二个发生"的对立事件. 而事件 G 可写成 $G=AB\cup BC\cup CA$,因此又可将 D_6 写成

$$D_6=\overline{AB\cup BC\cup CA}=\overline{AB}\cap\overline{BC}\cap\overline{CA}.$$

(7)"A,B,C 中不多于二个发生"表示 A,B,C 都不发生或 A,B,C 中恰有一个发生或 A,B,C 中恰有二个发生. 因此, $D_7=\overline{A}\overline{B}\overline{C}\cup A\overline{B}\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{A}\overline{B}C\cup AB\overline{C}\cup A\overline{B}C\cup\overline{A}BC$. 又"$A,B,C$ 中不多于二个发生"表示 A,B,C 中至少有一个不发生,亦即 $\overline{A},\overline{B},\overline{C}$ 中至少有一个发生,即有 $D_7=\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C}$.

又"A,B,C 中不多于二个发生"是事件"A,B,C 三个都发生"的对立事件,因此又有 $D_7=\overline{ABC}$.

(8)$D_8=AB\cup BC\cup CA$,也可写成 $D_8=ABC\cup\overline{A}BC\cup A\overline{B}C\cup AB\overline{C}$.

注意:(i) 两事件的差可用对立事件来表示,例如 $A-B=A\overline{B}$, $A-BC=A\,\overline{BC}$. (ii) 易犯的错误是,误将 $\overline{AB}$ 与 $\overline{A}\overline{B}$ 等同起来,事实上, $\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}\neq\overline{A}\overline{B}$,又如 $\overline{ABC}=\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C}\neq\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$. (iii) 误以为 $S=A\cup B\cup C$,事实上, $S-A\cup B\cup C$ 可能不等于 $\varnothing$,一般 $S\supset A\cup B\cup C$.

3. 设 A,B 是两事件,且 $P(A)=0.6$, $P(B)=0.7$. 问:(1) 在什么条件下 $P(AB)$ 取到最大值,最大值是多少?(2) 在什么条件下 $P(AB)$ 取到最小值,最小值是多少?

解　由加法公式

$$P(AB)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=1.3-P(A\cup B).$$

(1) 因 $A\cup B\supset B$,故若 $P(A\cup B)=P(B)=0.7$,则 $P(AB)$ 取到最大值,最大值为 0.6.

(2) 因 $A\cup B\subset S$,故若 $P(A\cup B)=P(S)=1$,则 $P(AB)$ 取到最小值,最小值为 0.3.

4. 设 A,B,C 是三事件,且 $P(A)=P(B)=P(C)=1/4$,$P(AB)=P(BC)=0$,$P(AC)=1/8$.求 A,B,C 至少有一个发生的概率.

解
$$\begin{aligned}P(A\cup B\cup C)&=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)\\&\quad-P(BC)-P(AC)+P(ABC)\\&=5/8+P(ABC).\end{aligned}$$

由 $ABC\subset AB$,且已知 $P(AB)=0$,得
$$0\leqslant P(ABC)\leqslant P(AB)=0,$$
故 $P(ABC)=0$,因此所求概率为 $P(A\cup B\cup C)=5/8$.

注:不要误以为:$P(AB)=0$,就有 $AB=\varnothing$,事实上,当 $P(AB)=0$ 时,AB 不一定为 $\varnothing$.

以下以 E 表示随机试验,以 $N(S)$ 表示样本空间 S 中基本事件的总数,以 $N(A)$ 表示事件 A 中包含的基本事件数.古典概率的计算公式是:$P(A)=N(A)/N(S)$.

5. 在一标准英语字典中有 55 个由两个不相同的字母所组成的单词,若从 26 个英文字母中任取两个字母予以排列,求能排成上述单词的概率.

解 E:从 26 个字母中任取 2 个进行排列.可知共有 A_{26}^2 种结果,即 $N(S)=A_{26}^2$.以 A 表示事件:"所取 2 个字母排列成标准英语字典中由两个不同字母组成的一个单词",则有
$$P(A)=\frac{N(A)}{N(S)}=\frac{55}{A_{26}^2}=\frac{55}{26\times25}=\frac{11}{130}.$$

6. 在房间里有 10 个人,分别佩戴从 1 号到 10 号的纪念章,任选 3 人记录其纪念章的号码.(1) 求最小号码为 5 的概率.(2) 求最大号码为 5 的概率.

解 E:在房间里任选 3 人,记录其佩戴的纪念章的号码.10

人中任选 3 人共有 $\binom{10}{3}=120$ 种选法，此即为样本点的总数．以 A 记事件"最小的号码为 5"，以 B 记事件"最大的号码为 5"．

(1) 因选到的最小号码为 5，则其中一个号码为 5 且其余两个号码都大于 5，它们可从 6 ~ 10 这 5 个数中选取，故 $N(A)=\binom{5}{2}$，从而

$$P(A)=N(A)/N(S)=\binom{5}{2}\Big/\binom{10}{3}=1/12.$$

(2) 同理，$N(B)=\binom{4}{2}$，故

$$P(B)=N(B)/N(S)=\binom{4}{2}\Big/\binom{10}{3}=1/20.$$

7．某油漆公司发出 17 桶油漆，其中白漆 10 桶、黑漆 4 桶、红漆 3 桶，在搬运中所有标签脱落，交货人随意将这些油漆发给顾客．问一个订货为 4 桶白漆、3 桶黑漆和 2 桶红漆的顾客，能按所订颜色如数得到订货的概率是多少？

解　E：在 17 桶油漆中任取 9 桶给顾客．以 A 表示事件"顾客取到 4 桶白漆，3 桶黑漆与 2 桶红漆"，则有 $N(S)=\binom{17}{9}$，$N(A)=\binom{10}{4}\binom{4}{3}\binom{3}{2}$，故

$$P(A)=N(A)/N(S)=\binom{10}{4}\binom{4}{3}\binom{3}{2}\Big/\binom{17}{9}=252/2431.$$

8．在 1500 个产品中有 400 个次品、1100 个正品．任取 200 个．(1) 求恰有 90 个次品的概率；(2) 求至少有 2 个次品的概率．

解　E：从 1500 个产品中任取 200 个产品．以 A 表示事件"恰有 90 个次品"，以 B_i 表示事件"恰有 i 个次品"，$i=0,1$，以 C 表示事件"至少有 2 个次品"．

(1) $N(S)=\binom{1500}{200}$,

$$N(A)=\binom{400}{90}\binom{1100}{200-90}=\binom{400}{90}\binom{1100}{110},$$

故 $$P(A)=N(A)/N(S)=\binom{400}{90}\binom{1100}{110}\bigg/\binom{1500}{200}.$$

(2) $C=S-B_0-B_1$,其中 B_0,B_1 互不相容,所以

$$\begin{aligned}P(C)&=P(S-B_0-B_1)=P(S-[B_0\cup B_1])\\&=1-P(B_0\cup B_1)=1-P(B_0)-P(B_1).\end{aligned}$$

因

$$N(B_0)=\binom{1100}{200},\quad N(B_1)=\binom{400}{1}\binom{1100}{199},$$

故

$$P(B_0)=\binom{1100}{200}\bigg/\binom{1500}{200},\quad P(B_1)=\binom{400}{1}\binom{1100}{199}\bigg/\binom{1500}{200},$$

因此有

$$\begin{aligned}P(C)&=1-\binom{1100}{200}\bigg/\binom{1500}{200}-\binom{400}{1}\binom{1100}{199}\bigg/\binom{1500}{200}\\&=1-\left[\binom{1100}{200}+\binom{400}{1}\binom{1100}{199}\right]\bigg/\binom{1500}{200}.\end{aligned}$$

9. 从5双不同的鞋子中任取4只,问这4只鞋子中至少有两只配成一双的概率是多少?

解 E:从5双不同的鞋子中任取4只.以 A 表示事件"所取4只鞋子中至少有两只配成一双鞋子",则 $\bar{A}$ 表示事件"所取4只鞋子无配对的".先计算 $P(\bar{A})$ 较为简便.以下按 $N(\bar{A})$ 的不同求法,列出本题的3种解法,另外还给出一种直接求 $P(A)$ 的解法.

解法(i) 考虑4只鞋子是有次序一只一只取出的.自5双(10只)鞋子中任取4只共有 $10\times9\times8\times7$ 种取法,$N(S)=10\times9\times8\times7$.现在来求 $N(\bar{A})$.第一只可以任意取,共有10种

取法,第二只只能在剩下的9只中且除去与已取的第一只配对的8只鞋子中任取一只,共8种取法.同理第三只、第四只各有6种、4种取法,从而 $N(\bar{A}) = 10 \times 8 \times 6 \times 4$.故

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - N(\bar{A})/N(S) = 1 - \frac{10 \times 8 \times 6 \times 4}{10 \times 9 \times 8 \times 7} = \frac{13}{21}.$$

解法(ii)　从10只鞋子中任取4只,共有 $\binom{10}{4}$ 种取法,即 $N(S) = \binom{10}{4}$.为求 $N(\bar{A})$,先从5双鞋子中任取4双共有 $\binom{5}{4}$ 种取法,再自取出的每双鞋子中各取1只(在一双中取一只共有2种取法),共有 2^4 种取法,即 $N(\bar{A}) = \binom{5}{4}2^4$.故

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{\binom{5}{4}2^4}{\binom{10}{4}} = \frac{13}{21}.$$

解法(iii)　现在来求 $N(\bar{A})$.先从5只左脚鞋子中任取 k 只 $(k = 0,1,2,3,4)$,有 $\binom{5}{k}$ 种取法,而剩下的 $4 - k$ 只鞋子只能从(不能与上述所取的配对的)$5 - k$ 只右脚鞋子中选取,即对于每个固定的 k,有 $\binom{5}{k}\binom{5-k}{4-k}$ 种取法.故

$$N(\bar{A}) = \sum_{k=0}^{4}\binom{5}{k}\binom{5-k}{4-k} = 80.$$

故

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - N(\bar{A})/N(S) = 1 - \frac{80}{\binom{10}{4}} = \frac{13}{21}.$$

解法(iv) 以 A_i 表示事件"所取 4 只鞋子中恰能配成 i 双"($i=1,2$),则 $A=A_1\cup A_2$,$A_1A_2=\varnothing$.故 $P(A)=P(A_1)+P(A_2)$.因 A_2 为4只恰能配成2双,它可直接从5双鞋子中成双地取得,故 $N(A_2)=\binom{5}{2}$.$N(A_1)$ 的算法是:先从5双中取1双,共有 $\binom{5}{1}$ 种取法,另外两只能从其它8只中取,共有 $\binom{8}{2}$ 种取法,不过这种取法中将成双的也算在内了,应去掉.从而 $N(A_1)=\binom{5}{1}\left[\binom{8}{2}-\binom{4}{1}\right]=120$.$N(S)$ 仍为(ii)中的 $\binom{10}{4}=210$ 种,故

$$P(A)=P(A_1)+P(A_2)=\frac{N(A_1)}{N(S)}+\frac{N(A_2)}{N(S)}$$
$$=\frac{120+10}{210}=\frac{13}{21}.$$

10. 在11张卡片上分别写上 probability 这11个字母,从中任意连抽7张,求其排列结果为 ability 的概率.

解法(i) E:自11个字母中随机地接连抽7个字母并依次排列.将11个字母中的两个 b 看成是可分辨的,两个 i 也看成是可分辨的,$N(S)=A_{11}^7$.以 A 记事件"排列结果为 ability",则 $N(A)=4$(因 b 有两种取法,i 也有两种取法),因而

$$P(A)=N(A)/N(S)=4/A_{11}^7=2.4\times10^{-6}.$$

解法(ii) 本题也可利用乘法定理来计算.以 $A_1,B_2,I_3,L_4,I_5,T_6,Y_7$ 依滴表示取得字母 a,b,i,l,i,t,y 各事件,则所求概率为

$$\begin{aligned}P(A_1B_2I_3L_4I_5T_6Y_7)&=P(A_1)P(B_2|A_1)P(I_3|A_1B_2)\\&\quad\times P(L_4|A_1B_2I_3)P(I_5|A_1B_2I_3L_4)\\&\quad\times P(T_6|A_1B_2I_3L_4I_5)P(Y_7|A_1B_2I_3L_4I_5T_6)\\&=\frac{1}{11}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{2}{9}\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5}=4/A_{11}^7.\end{aligned}$$

注意,在解法(i)中仅当将两个i看成是可以区分的,两个b看成是可以区分的,才属于古典概型问题.

11. 将3个球随机地放入4个杯子中去,求杯子中球的最大个数分别为1,2,3的概率.

解　E:将3个球随机地放入4个杯子中去.易知共有4^3种放置法.以A_i表示事件"杯子中球的最大个数为i",$i=1,2,3$.

A_3只有当3个球放在同一杯子中时才能发生,有4个杯子可以任意选择,于是$N(A_3)=\binom{4}{1}$,故

$$P(A_3)=N(A_3)/N(S)=\binom{4}{1}\Big/4^3=1/16.$$

A_1只有当每个杯子最多放一个球时才能发生.因而$N(A_1)=4\cdot3\cdot2=A_4^3$,故

$$P(A_1)=N(A_1)/N(S)=A_4^3/4^3=6/16.$$

又,$A_1\cup A_2\cup A_3=S$,且$A_iA_j=\varnothing,i\neq j$,故$P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)=1$,从而

$$P(A_2)=1-1/16-6/16=9/16.$$

12. 50只铆钉随机地取来用在10个部件上,其中有3只铆钉强度太弱.每个部件用3只铆钉.若将3只强度太弱的铆钉都装在一个部件上,则这个部件强度就太弱.问发生一个部件强度太弱的概率是多少?

解　将部件自1到10编号.E:随机地取铆钉,使各部件都装3只铆钉.以A_i表示事件"第i号部件强度太弱".由题设,仅当3只强度太弱的铆钉同时装在第i号部件上,A_i才能发生.由于从50只铆钉中任取3只装在第i号部件上共有$\binom{50}{3}$种取法,强度太弱的铆钉仅有3只,它们都装在第i号部件上,只有$\binom{3}{3}=1$种取法,故

$$P(A_i) = 1\Big/\binom{50}{3} = 1/19\,600, \quad i = 1,2,\cdots,10,$$

且知 $A_1, A_2, \cdots, A_{10}$ 两两互不相容,因此,10 个部件中有一个强度太弱的概率为

$$\begin{aligned}p &= P\{A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_{10}\} \\ &= P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_{10}) \\ &= 10/19\,600 = 1/1960.\end{aligned}$$

13. 已知 $P(\bar{A}) = 0.3, P(B) = 0.4, P(A\bar{B}) = 0.5$,求条件概率 $P(B|A \cup \bar{B})$.

解 $$P(B|A \cup \bar{B}) = \frac{P(B(A \cup \bar{B}))}{P(A \cup \bar{B})} = \frac{P(AB)}{P(A) + P(\bar{B}) - P(A\bar{B})}.$$

由题设得 $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0.7, P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0.6, P(AB) = P(A(S - \bar{B})) = P(A) - P(A\bar{B}) = 0.2$,故

$$P(B|A \cup \bar{B}) = \frac{0.2}{0.7 + 0.6 - 0.5} = \frac{1}{4}.$$

14. 已知 $P(A) = \frac{1}{4}, P(B|A) = \frac{1}{3}, P(A|B) = \frac{1}{2}$,试求 $P(A \cup B)$.

解 $$P(AB) = P(B|A)P(A) = 1/12,$$

$$P(B) = P(AB)/P(A|B) = \frac{1}{12}\Big/\frac{1}{2} = 1/6,$$

故 $$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{1}{3}.$$

15. 掷两颗骰子,已知两颗骰子点数之和为 7,求其中有一颗为 1 点的概率(用两种方法).

解 E:掷两颗骰子,观察其出现之点数. 以 A 记事件"两骰子点数之和为 7",以 B 记事件"两颗骰子中有一颗出现 1 点".

解法(i)　按条件概率的定义式：$P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}$ 来求条件概率. 设想两颗骰子是可分辨的，样本空间为

$$S=\{(1,1),(1,2),\cdots,(1,6),(2,1),(2,2),\cdots,(2,6),\cdots,(6,6)\},$$

$$A=\{(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)\},$$

$AB=\{(1,6),(6,1)\}$. 现在 $N(S)=36,N(A)=6,N(AB)=2$，因此

$$P(B|A)=\frac{2/36}{6/36}=\frac{1}{3}.$$

解法(ii)　按条件概率的含义来求 $P(B|A)$. 样本空间原有36个样本点，现在知道了“A 已经发生”这一信息，根据这一信息，不在 A 中的样本点就不可能出现了，因而试验所有可能结果所成的集合就是 A，而 A 中共有 6 个可能结果，其中只有两个结果 $(1,6)$ 和 $(6,1)$ 有一颗骰子出现 1 点，因此

$$P(B|A)=2/6=1/3.$$

16. 据以往资料表明，某一 3 口之家，患某种传染病的概率有以下规律：

$P\{$孩子得病$\}=0.6$，$P\{$母亲得病$|$孩子得病$\}=0.5$，

$P\{$父亲得病$|$母亲及孩子得病$\}=0.4$，

求母亲及孩子得病但父亲未得病的概率.

解　以 A 记事件“孩子得病”，以 B 记事件“母亲得病”，以 C 记事件“父亲得病”，按题意需要求 $P(AB\overline{C})$. 已知 $P(A)=0.6$，$P(B|A)=0.5$，$P(C|BA)=0.4$，由乘法定理得

$$\begin{aligned}P(AB\overline{C})&=P(\overline{C}BA)=P(\overline{C}|BA)P(BA)\\&=P(\overline{C}|BA)P(B|A)P(A)\\&=(1-P(C|BA))P(B|A)P(A)\\&=0.6\times0.5\times0.6=0.18.\end{aligned}$$

17. 已知在 10 只产品中有 2 只次品，在其中取两次，每次任

取一只，作不放回抽样．求下列事件的概率：

(1) 两只都是正品；

(2) 两只都是次品；

(3) 一只是正品，一只是次品；

(4) 第二次取出的是次品．

解 E：在10只产品中(其中有2只次品)任取两次，每次取1只，作不放回抽样．以 $A_i(i=1,2)$ 表示事件“第 i 次抽出的是正品”．因为是不放回抽样，所以

(1) $P(A_1A_2)=P(A_2|A_1)P(A_1)=\dfrac{7}{9}\times\dfrac{8}{10}=\dfrac{28}{45}$.

(2) $P(\bar{A}_1\bar{A}_2)=P(\bar{A}_2|\bar{A}_1)P(\bar{A}_1)=\dfrac{1}{9}\times\dfrac{2}{10}=\dfrac{1}{45}$.

(3) $P(A_1\bar{A}_2\cup\bar{A}_1A_2)$

$=P(A_1\bar{A}_2)+P(\bar{A}_1A_2)$(因$(A_1\bar{A}_2)(\bar{A}_1A_2)=\varnothing$)

$=P(\bar{A}_2|A_1)P(A_1)+P(A_2|\bar{A}_1)P(\bar{A}_1)$

$=\dfrac{2}{9}\times\dfrac{8}{10}+\dfrac{8}{9}\times\dfrac{2}{10}=\dfrac{16}{45}$.

亦可利用(1)(2)的结果．因为 $A_1A_2\cup\bar{A}_1\bar{A}_2\cup A_1\bar{A}_2\cup\bar{A}_1A_2=S$，且 $A_1A_2,\bar{A}_1\bar{A}_2,A_1\bar{A}_2,\bar{A}_1A_2$ 两两不相容，故

$$P(A_1\bar{A}_2\cup\bar{A}_1A_2)=1-\frac{28}{45}-\frac{1}{45}=\frac{16}{45}.$$

(4) $P(\bar{A}_2)=P[(A_1\cup\bar{A}_1)\bar{A}_2]=P(A_1\bar{A}_2\cup\bar{A}_1\bar{A}_2)$

$=P(A_1\bar{A}_2)+P(\bar{A}_1\bar{A}_2)$

$=P(\bar{A}_2|A_1)P(A_1)+P(\bar{A}_2|\bar{A}_1)P(\bar{A}_1)$

$=\dfrac{2}{9}\times\dfrac{8}{10}+\dfrac{1}{9}\times\dfrac{2}{10}=\dfrac{1}{5}$.

18. 某人忘记了电话号码的最后一个数字，因而他随意地拨号．求他拨号不超过三次而接通所需电话的概率．若已知最后一个数字是奇数，那么此概率是多少？

解法(i) 以 A_i 表示事件“第 i 次拨号拨通电话”，$i=1,2,3$.