圖算原理

羅　河著

中國科學圖書儀器公司
出　版

內容介紹

圖算法爲憑藉一組線圖解決繁複算式的方法，在理工方面應用甚廣，主要優點在運用簡便而迅捷．惟作圖時之程序繁簡不一，必須充分瞭解其原理，方能得心應手．

本書著者研究圖算法獨具心得，即本書第八章所述實驗關係之共線圖．全書共分八章，雖亦參考蘇、法、英、美諸國之著述，但內容之取捨編列，自成體系，絕不落他書之窠臼．

圖算法應以理論結合實際爲主，本書所舉實例，皆係理工方面常遇之算式．書中例圖三十餘幅之作法，解釋甚詳，極易瞭解，並可供實際應用．

圖算原理

著者 羅河

出版印刷者 中國科學圖書儀器公司
上海延安中路537號 電話64545

總經售 中國圖書發行公司

E.5—0.15 16開180面 223千字 每千册用紙11.56令

新定價 ¥21,500 1953年11月初版 0001—2500

上海市書刊出版業營業許可證出027號

序

以圖解法解算式，雖難精確，但簡單明顯，易於了解；其法由來已久，早爲人所共知。另有一法類似圖解而原理不同；其法利用一圖一線，兩相配合以解算式，而不須臨時作圖，故手續極爲簡便。此種算法，卽西文中之 Nomography，自法人阿肯 d'Ocagne 氏創始以來，至今不過數十年，已發展爲自成體系之學科，惟在中國則尙待有系統的介紹。因其中文譯名仍未確定，著者乃仿照珠算名詞之涵義命其名曰圖算。故圖算意義包括下列要點：(1) 主要成分爲圖；雖經一再使用，其圖不變，正如算尺算盤之始終爲算尺算盤。(2)利用一圖可作多種算式之解算；各式祇須形式相同，其中數字則不必相同。

圖算中之圖形一經製成，隨後運用極爲簡便；其主要特點如下：

1. 原始算式之複雜性全部隱沒。
2. 各種數值均以尺度表示之；所有內插計算均由刻度點間距離決定之。
3. 文化水平較低之人，可利用圖算作複雜計算，不亞於任何知識份子。

由於上列特點，圖算之應用正方興未艾，在先進國家，已成爲勞動大衆解算問題之工具。

但圖算中之主要問題不在如何利用圖形以作計算，而在各有關圖形之如何繪製。故本書之中心內容爲說明各種繪圖方法及其他有關問題。因所有製圖工作均由算式開始，深入學習時，讀者對於某一已知算式是否可能以某種圖形表示，勢必懷有疑慮。又實驗中各變量之關係式雖不易確定，但爲一種數學式則不容否認。此類關係式亦爲圖算之重要對象。關於上述根本問題本書均有詳細說明。

本書設計以理論結合實際爲主要目標；故全書附有例圖數十幅藉以說明有關學理及作圖步驟。每一例題均由算式開始，根據一定條件，經過設計繪製成圖；務使讀者可依此類推，以處理其他實際問題。但此類製圖方法變化繁多，欲求運用靈活，必須多做習題，由實際工作中取得鍛鍊。

本書各章材料可根據讀者需要及其文化水平擇要學習。前三章以幾何代數及解析幾何中基本學理，說明各種線圖及共線圖之作法；在學理上之要求，均不出高中算學範圍。但利用此三章，已可解決多數簡單問題。初學者如限於時間，選擇教材，可以此三章爲限。

第四章論共線圖算式之基本形狀，及如何由算式作圖．本章爲第三章之理論部分，以分析證明爲主． 第五章論變形法，其目的在改變圖形之外形使成正方或長方形．略去此兩章均不影響隨後學習．第六章說明複雜線圖之結構及共繪製法．本章可與最初三章相結合，以形成簡短體系作爲初次學習之資料．第七章說明共線圖之各種應用，但與他章關係不多．第八章說明由實驗數值繪製共線圖之原理及方法． 本章自成體系，與他章完全無關，故可單獨學習；其所用數學理論亦僅以行列式爲限．

著者學習圖算，主要依靠西文書藉；惟在學習過程中，關於圖算的理論及方法均有新的發現． 故本書內容不僅擷取西籍中之精華，對於其近代發展亦有充分說明． 至於本書編寫的體裁、章節的劃分以及前後次序的安排，則均根據個人見解考慮決定；是否確當，應仍有商榷餘地．

本書在付印之前，曾參照顧世楫先生所提之意見進行局部修正；隨後又承顧先生親自指導製圖、排版及校閱等工作；著者願在此表示衷心感謝． 此外如仍有缺點錯誤，則盼讀者隨時指出以求改進．

羅 河

1952 年九月識於唐山鐵道學院

目　　錄

例 圖 目 錄

（下列各大幅例圖，因限於版口，縮成之尺寸一律較計算所得小 0.6 倍）

第一章

軌跡及尺度

1-1 圖算釋義 “圖算”二字在國語中聯合應用尙感生疏，與此類似者有已通行之名詞曰“圖解”．今避用舊名而建新辭，乃以其涵義有不同．

圖解定義雖未經嚴格規定，而普通有下列認識：根據問題中之數目關係，臨時作圖而求其解答，謂之圖解．故為某一問題所作之圖解，不能用以解算另一性質相同而數值不同之問題．靜力學中之圖解法，卽其例也．

圖算代表一類新型算法．此類算法以線圖及網絡軌跡為主．其主要特點係以圖形表示算式；凡形式相同而數字不同之算式均可以之解算，在解算過程中不須另作新圖．原圖雖經應用千百次，其圖依舊而仍可使用；正如算盤，計算尺，計算機之始終不變．此類算法以圖為主，故仿照其類似名詞“珠算”，“尺算”而以“圖算”名之．

1-2 線圖 線圖每由三個或更多個軌跡依一定方法排列而成；若以直線或一定折線與之相交，則軌跡上各交點所代表之數值卽滿足一定形式之方程式． 第二章中圖 2-2, 2-11 等均為線圖之實例．

線圖種類雖多，但均由個別軌跡所構成．線圖中之軌跡通名曰尺度．

1-3 自然尺度 欲表示數目關係之變化，必須先有一定辦法以表示不同數值之差別，如 3 之不同於 5． 普通常用之法係以線長表示數值；如以某長度代表數值 1，其二倍長度卽代表數值 2．其他依此類推．

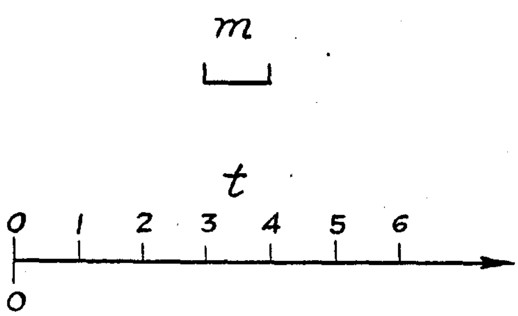

圖 1-1

上述代表不同數值之長度又可累合為一，使所有各線之左端合為一點，而其不同之右端則各以短垂線標誌之，以形成圖形如圖 1-1 所示． 各長度所代表之數字可記於有關垂線之旁． 根據上述意義所作之軌跡如圖 1-1 所示者卽名曰尺度． 尺度中表示零值之點謂之原點，可以大寫字母 O 標記之．表示數值 1 之長度名曰尺度模數，常以字母 m 代表之．

表示變數 t 本身自然數值之尺度，如圖 1-1 所示者，名曰自然尺度．尺度上表示各數

値之點名曰刻度點．自然尺度上刻度點間之距離相等；由原點 O 至其他各點之長 d 與其所代表之數値成正比，故可寫為

$$d = mt.$$

1-4 函數尺度　設某量 Q 與變數 t 間，有 $Q=t+5$，或 $Q=\pi t^2$，或 $Q=\sin t+\sqrt{t+7}$，或其他類似關係時，則 Q 名曰 t 之函數．表示函數之普通記號為 $f(t)$，$f_1(t)$，$f_2(t)$，$F(t)$，$\phi(t)$ 等．本書為簡便計，有時用 T_1，T_2，U_1，U_2 等記號，分別代表 t 與 u 之函數．但除特別註明外，記號 $f(t)$ 與 $f(u)$ 不表示此兩函數之形狀相同．

函數 $f(t)$ 之數値由變數 t 決定之．將 t 之某値代入 $f(t)$ 卽得其函數値．如設 $\log_{10} t$ 中之 t 為 1, 2, 3 … 10，則得其函數値為 0，0.30103，0.47712，… 1.00000.

函數 $f(t)$ 之尺度可依下列步驟作之：

1. 根據 t 之數値計算 $f(t)$ 之相當數値，
2. 擇定模數 m，如 1 公分或 5 公分等，
3. 計算 $mf(t)$ 之相當長度，
4. 作直線而以其一端如左端為原點 O，並決定正負方向，

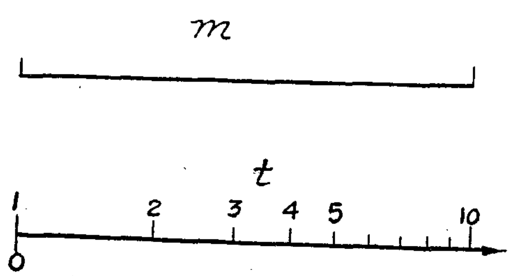

圖 1-2

5. 自 O 點沿正方向量長度使分別等於(3)條中各 $mf(t)$ 之値，並作短垂線標記各終點之位置．如有負數，則用相反方向．
6. 於各短線旁擇要註以相當 t 之數値．

圖 1-2 中 $\log_{10} t$ 尺度係依上列過程作成．

1-5 雙尺度　下列形狀之算式：

$$f(t) = \phi(u) \tag{1-1}$$

可分解為兩式如下：

$$d = f(t), \qquad d = \phi(u).$$

若以共同原點，共同模數，在同一直線之兩邊作此兩式之尺度，則得所謂雙尺度．雙尺度上任何一點決定一組 t 與 u 之數値，此組數値恆滿足算式(1-1)．故式(1-1)可以雙尺度解算之．

圖 1-9 為 $y = \log_{10} x$ 之雙尺度；其繪製過程在本章例題 1-1 中說明．利用圖 1-9 可作下列計算：

1. 由已知數 x 求其對數 y，
2. 由已知對數 y 求其原數 x，
3. 由已知數 x 求 $1/x$ 之對數 y_1，
4. 由已知 $1/x$ 之對數 y_1 求原數 x.

1-6 算式之軌跡　表示算式 $y=f(x)$ 中變數 x 與函數 y 間變化狀況之圖形，如圖 1-3 所示者，名曰軌跡．軌跡之繪製過程為

1. 計算 x 與 y 之相當數值，
2. 根據一定角度關係作出座標軸，
3. 擇定縱橫座標距之模數；並根據 x 與 y 之相當數值作軌跡上各點，
4. 利用曲線板畫出經過各點之軌跡．

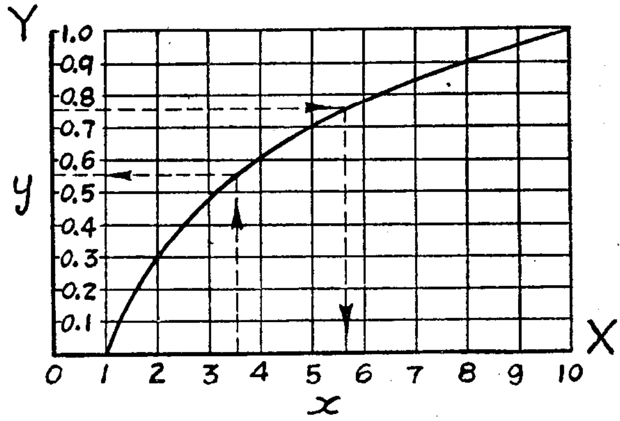

圖 1-3

此外可加畫與兩軸平行之細線以便估計數值．利用算式之軌跡可由已知 x 之值求 y，或由已知 y 之值求 x；其步驟分別由圖 1-3 中箭頭路線表示之．

1-7 座標式　圖 1-3 中軌跡上各點之座標距可寫為

$$X = m_x x, \qquad Y = m_y y.$$

其中 m_x, m_y 為座標距之模數．表示座標距之算式名曰座標式．

座標距亦常由另一變數 t 之函數決定之，如

$$X = m_x f_1(t), \tag{1-2.1}$$

$$Y = m_y f_2(t). \tag{1-2.2}$$

則其軌跡之繪製過程為：

1. 由已知 t 之數值計算 $m_x f_1(t)$, $m_y f_2(t)$ 之數值，並列表如下

t	1	2	3	4	5	6	7
X	3.162	4.472	5.477	6.324	7.071	7.746	8.367
Y	2.154	2.714	3.107	3.420	3.684	3.915	4.121

2. 根據一定關係作座標軸，
3. 分別在兩軸上作 t 尺度，
4. 經過兩尺度上之相當刻度點作與他軸相平行之直線，兩兩相交以定點，
5. 經各點作 t 軌跡如圖 1-4 所示．

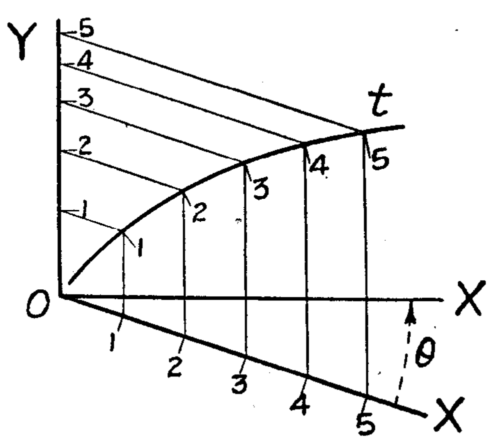

圖 1-4

表示座標距之算式 (1-2.1)，及(1-2.2) 亦稱為尺度式．

1-8 廣義尺度　若以短垂線及 t 之相當數值標誌其軌跡上各點，如圖 1-4 所示者，其結果

亦名曰尺度，故尺度不以直線形狀者爲限．尺度之爲直線或爲曲線可由其座標式決定之．因直線之方程式爲

$$Y = cX + k,$$

其中 c 與 k 均爲常數；凡決定座標距之函數 $f_1(t)$ 與 $f_2(t)$ 間有下列關係

$$f_2(t) = cf_1(t) + k$$

存在時，t 尺度卽爲直線；否則卽爲曲線．

設所用之座標軸不相垂直，如圖 1-4 所示，爲避免作圖困難起見，在製圖過程中可仍用垂直軸爲參考．在圖 1-4 中，如用與 OY 相垂直之 OX' 爲 X 軸，則應改用尺度式

$$X' = m_x f_1(t)\cos\theta,$$

$$Y' = m_y f_2(t) - m_x f_1(t)\sin\theta,$$

以計算新座標距．式中 θ 爲 OX 與 OX' 間之角度，如圖所示．

以短垂線標誌尺度上各點，並註出其相當之數字，謂之刻度． 註有數字之刻度點，亦稱爲主要刻度點；其他未經註字者，亦稱爲細分點．刻度點上所註之數字，謂之刻度數．

1-9 模數之決定 在前節說明中，未見有規定模數 m_x 與 m_y 相等之必要．如無其他限制，其值可任意擇定．但在實際應用時，圖形或尺度每須符合一定條件，如

1. 由圖所決定之數值，應精確至一定程度，
2. 圖之尺寸不宜太大，以免運用時不方便，
3. 變數之數值不在須要範圍之內者，其軌跡卽不必作出．

普通進行之法，爲根據必要條件，設計全圖使其精度儘量提高．

設圖之預定寬爲 W，高爲 H，變數之有效範圍爲由 t_1 至 t_n； 則尺度模數可由下式決定之：

$$m_x = \frac{W}{f_1(t_n) - f_1(t_1)}, \tag{1-3.1}$$

$$m_y = \frac{H}{f_2(t_n) - f_2(t_1)}. \tag{1-3.2}$$

但若尺寸限制不甚嚴格時，m_x 及 m_y 之計算值可酌量變通，而採用與其接近之整數值，如 1 公分，2 公分，5 公分等．

1-10 投射器 刻度點之位置應由其座標距決定之；但若所有細分點之決定均用此手續，則工作非常繁重而不合實用，故宜採用下法：

1. 用座標距確定主要刻度點以決定尺度之形狀．其相當刻度數應差額相等，
2. 利用曲線板作經過各點之軌跡，
3. 利用投射器作其他細分點．

投射器如圖 1-5 所示者，由一束共交線所組成；其間關係以分割與其中線相垂直之直線成等分爲原則．各線畫於同一描圖紙上；移動全紙試探數次後，可使其中線及兩邊線分別經

過三刻度點，如圖 1-5 所示之 1.5，1.6 及 1.7 三點． 達到此種情況後，其他各線與尺度之交點，卽爲所求之細分點，其位置可以尖針刺定，並以短線標誌之．

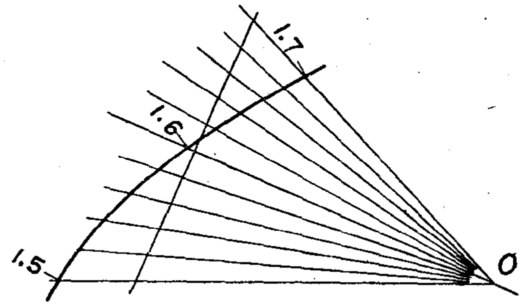

圖 1-5

細分點之主要功用爲配合刻度點輔助視察，以便決定其他新點在尺度上應有之讀數；故其本身不必詳註數字．

主要刻度點之功用爲決定尺度曲線，並配合投射器以確定細分點． 凡刻度點間距離太大且變化迅速時，卽應用座標距定出更多點，以減小由投射器所得細分點之誤差．

1-11 三元算式之軌跡　三元算式 $y = f(x, z)$ 之軌跡可化分爲二元者作之．其法如下：

1. 設其中某一變數，如 z，分別等於其有效範圍內之各種定值如 $z_1, z_2, \cdots z_n$，

2. 依第 1-6 節之法作有關二元算式 $y = f(x, z_1), y = f(x, z_2), \quad \cdots \quad y = f(x, z_n)$ 之軌跡．

3. 以變數 z 之數值 $z_1, z_2, \cdots z_n$ 標誌各軌跡，如圖 1-6 所示．

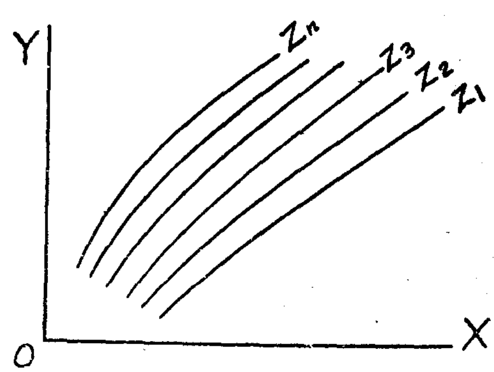

圖 1-6

所用 z 之定值 $z_1, z_2, \cdots z_n$ 應全體或分段成等差級數；其差額應使各軌跡之排列疏密適當，便於視察估計．利用圖 1-6 可由任何兩變數之已知值，決定式中第三變數之值．

1-12 網絡軌跡　利用同一組座標軸，相同座標距模數，作聯立三元算式

$$y = f_1(x, z), \qquad y = f_2(x, w)$$

之軌跡，則其結果將如圖 1-11 所示． 其中兩組軌跡相交成網絡形狀，故名曰網絡軌跡．

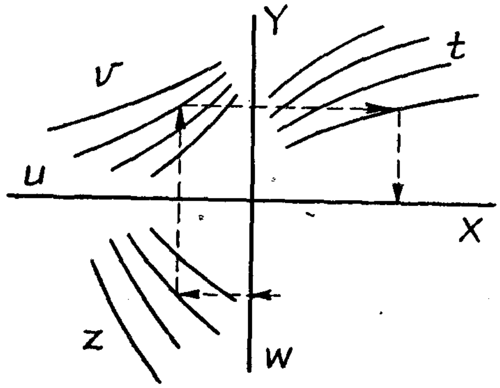

圖 1-7

由任何兩變數之已知值可在網絡軌跡上決定一點，而該點又確定其他兩變數之值． 故利用網絡軌跡如圖 1-11 所示者，可作數種性質不同之解算．

聯立算式如

$$y = f_1(x, t), \quad y = f_2(u, v),$$
$$w = f_3(u, z)$$

之軌跡，可利用其間相同之變數 y 及 u 聯合排列如圖 1-7 所示之形狀，其中箭頭方向表示由

w, z, v 及 t 以決定 u, y 及 x 之過程.

1-13 切線軌跡 算式 $t=f(u)$之切線軌跡如圖 1-8 所示者,係由 t, u 兩尺度及一曲線所組成. 以一直線與曲線相切並與兩尺度相交,其交點上之讀數卽爲滿足此算式之數值.

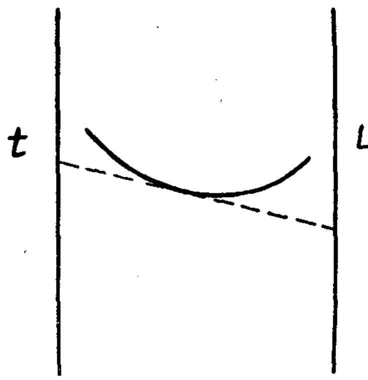

圖 1-8

切線軌跡中兩直線尺度不必平行,但以平行者爲方便. 兩尺度上之原點可任意擇定;其刻度數之增加方向,亦上下不拘. 但如 u 加大時, t 亦加大,則其加大之方向應相反;反之若 u 加大而 t 減小,則其增加方向應相同. 兩尺度之模數不必相同;且除用自然尺度外,亦可用任何函數尺度.

繪就 t, u 兩尺度後,卽可進一步作成其曲線部分. 由原算式計算 t, u 之相當數值;在尺度上定兩數之相當點;以直線連接此兩點;依此作出直線一批. 與各線同時相切之曲線卽爲所求之軌跡.

三元算式如 $t=f(u, v)$或實驗關係(如碘化鋅之密度,成分及温度如圖 1-12 中附表所示者)之切線軌跡,可由兩共同直線尺度及一組曲線構成之. 其直線尺度之作法仍如上述;而其曲線則分別代表某一變數之個別數值.

切線軌跡之用法簡便,且可與他種線圖配合,以表示複雜算式或實驗關係.

1-14 圖形之設計 凡爲實際應用而作成之圖形,除其本身算學關係外,尙須滿足其他條件;條件中之最基本者,爲在一定尺寸限度內,達到必要精度.

數值 n 之精度爲其誤差 e 與其本身之比,卽 $\frac{e}{n}$. 如由四位對數表查取 4.403 之對數得 0.6437,而其實際數值爲 0.643749,則其精度 $\frac{0.000049}{0.6437}$ 約合 $\frac{1}{13000}$. 又如由圖 1-9 決定對數 0.5157 之反對數,得 3.278 而其眞値爲 3.2787,則其精度 $\frac{0.0007}{3.278}$ 約合 $\frac{1}{4680}$.

由上兩例可得數值精度之概念. 欲使圖形之精度增高,簡單而有效之辦法,爲加大其尺寸;但放大尺寸後,則圖大而運用不便,又轉爲缺點. 故設計圖形者必須爭取以普通慣用之尺寸達到最高精度. 欲達此目的必須考慮各種有關因素;其主要者爲:

1. 精度之限度: 如最低必須達到 $\frac{1}{1000}$,或最大誤差不得超過 0.002 等,

2. 尺寸之限度: 如最大不得超過寬 20 公分,高 30 公分等,但在本書中印出之例圖,因限於版口,縱橫各縮小 0.6 倍,卽寬爲 12 公分高爲 18 公分,

3. 各變數值之有效限度: 如温度僅在 0°C 與 100°C 之間,卽不必考慮在此範圍以外之情況,

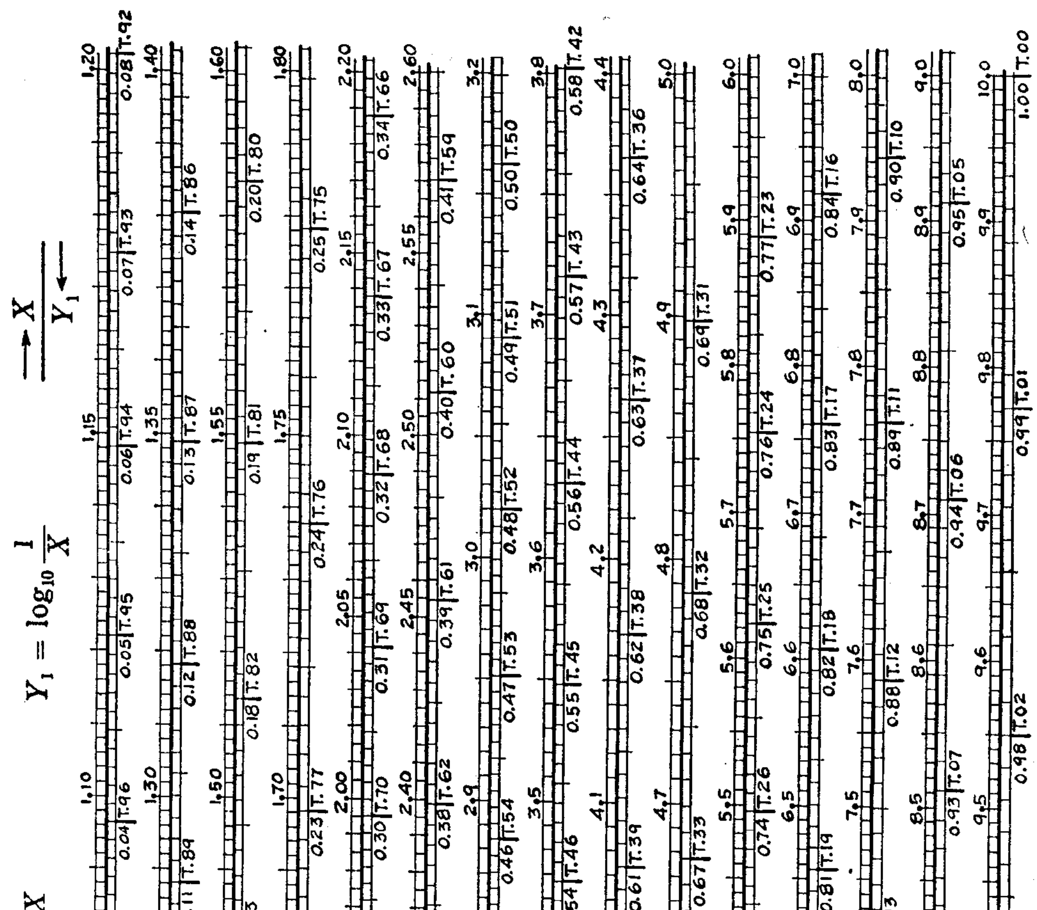

圖 1-9 （注意：本圖尺寸係按計算所得縮小 0.6 倍）