

015-85C₃

圖算原理

羅 河 著

中國科學圖書儀器公司

出 版



內 容 介 紹

圖算法為憑藉一組線圖解決繁複算式的方法，在理工方面應用甚廣，主要優點在運用簡便而迅捷。惟作圖時之程序繁簡不一，必須充分瞭解其原理，方能得心應手。

本書著者研究圖算法獨具心得，即本書第八章所述實驗關係之共線圖。全書共分八章，雖亦參考蘇、法、英、美諸國之著述，但內容之取捨編列，自成體系，絕不落他書之窠臼。

圖算法應以理論結合實際為主，本書所舉實例，皆係理工方面常遇之算式。書中例圖三十餘幅之作法，解釋甚詳，極易瞭解，並可供實際應用。

圖 算 原 理

著 者 羅 河

出版者 中國科學圖書儀器公司
印刷 上海延安中路 537 號 電話 64545

總經售 中國圖書發行公司

版權所有 ★ 不可翻印

E.5—0.15 16 開 180 面 223 千字 每千冊用紙 11.56 令
新定價 ¥ 21,500 1953 年 11 月初版 0001—2500

上海市書刊出版業營業許可證出 027 號

序

以圖解法解算式，雖難精確，但簡單明顯，易於了解；其法由來已久，早爲人所共知。另有一法類似圖解而原理不同；其法利用一圖一線，兩相配合以解算式，而不須臨時作圖，故手續極爲簡便。此種算法，即西文中之 Nomography，自法人阿肯 d'Ocagne 氏創始以來，至今不過數十年，已發展爲自成體系之學科，惟在中國則尙待有系統的介紹。因其中文譯名仍未確定，著者乃仿照珠算名詞之涵義命其名曰圖算。故圖算意義包括下列要點：(1) 主要成分爲圖；雖經一再使用，其圖不變，正如算尺算盤之始終爲算尺算盤。(2) 利用一圖可作多種算式之解算；各式祇須形式相同，其中數字則不必相同。

圖算中之圖形一經製成，隨後運用極爲簡便；其主要特點如下：

1. 原始算式之複雜性全部隱沒。
2. 各種數值均以尺度表示之；所有內插計算均由刻度點間距離決定之。
3. 文化水平較低之人，可利用圖算作複雜計算，不亞於任何知識份子。

由於上列特點，圖算之應用正方興未艾，在先進國家，已成爲勞動大衆解算問題之工具。

但圖算中之主要問題不在如何利用圖形以作計算，而在各有關圖形之如何繪製。故本書之中心內容爲說明各種繪圖方法及其他有關問題。因所有製圖工作均由算式開始，深入學習時，讀者對於某一已知算式是否可能以某種圖形表示，勢必懷有疑慮。又實驗中各變量之關係式雖不易確定，但爲一種數學式則不容否認。此類關係式亦爲圖算之重要對象。關於上述根本問題本書均有詳細說明。

本書設計以理論結合實際爲主要目標；故全書附有例圖數十幅藉以說明有關學理及作圖步驟。每一例題均由算式開始，根據一定條件，經過設計繪製成圖；務使讀者可依此類推，以處理其他實際問題。但此類製圖方法變化繁多，欲求運用靈活，必須多做習題，由實際工作中取得鍛鍊。

本書各章材料可根據讀者需要及其文化水平擇要學習。前三章以幾何代數及解析幾何中基本學理，說明各種線圖及共線圖之作法；在學理上之要求，均不出高中算學範圍。但利用此三章，已可解決多數簡單問題。初學者如限於時間，選擇教材，可以此三章爲限。

第四章論共線圖算式之基本形狀，及如何由算式作圖。本章爲第三章之理論部分，以分析證明爲主。第五章論變形法，其目的在改變圖形之外形使成正方或長方形。略去此兩章均不影響隨後學習。第六章說明複雜線圖之結構及其繪製法。本章可與最初三章相結合，以形成簡短體系作爲初次學習之資料。第七章說明共線圖之各種應用，但與他章關係不多。第八章說明由實驗數值繪製共線圖之原理及方法。本章自成體系，與他章完全無關，故可單獨學習；其所用數學理論亦僅以行列式爲限。

著者學習圖算，主要依靠西文書藉；惟在學習過程中，關於圖算的理論及方法均有新的發現。故本書內容不僅擷取西籍中之精華，對於其近代發展亦有充分說明。至於本書編寫的體裁、章節的劃分以及前後次序的安排，則均根據個人見解考慮決定；是否確當，應仍有商榷餘地。

本書在付印之前，曾參照顧世楫先生所提之意見進行局部修正；隨後又承顧先生親自指導製圖、排版及校閱等工作；著者願在此表示衷心感謝。此外如仍有缺點錯誤，則盼讀者隨時指出以求改進。

羅 河

1952年九月識於唐山鐵道學院

目 錄

序	i—ii
第一章 軌跡及尺度	1—16
1-1 圖算釋義	1
1-2 線圖	1
1-3 自然尺度	1
1-4 函數尺度	2
1-5 雙尺度	2
1-6 算式之軌跡	3
1-7 座標式	3
1-8 廣義尺度	3
1-9 模數之決定	4
1-10 投射器	4
1-11 三元算式之軌跡	5
1-12 網絡軌跡	5
1-13 切線軌跡	6
1-14 圖形之設計	6
第二章 各種線圖	17—46
2-1 圖形條件	17
2-2 共線圖原理	17
2-3 以三平行直線爲尺度之共線圖	17
2-4 以兩平行直線及一斜線爲尺度之共線圖	20
2-5 以三共交直線爲尺度之共線圖	21
2-6 以三角形之三邊爲尺度之共線圖	22
2-7 以兩平行直線及一曲線爲尺度之共線圖	23

2-8 共方圖原理	25
2-9 以四平行直線爲尺度之共方圖	25
2-10 以長方形之四邊爲尺度之共方圖	26
2-11 以長方形之四邊爲尺度之共方圖	27
2-12 任意四尺度之共方圖	28
2-13 特種共方圖	32
2-14 平行圖原理	34
2-15 以四平行直線爲尺度之平行圖	34
2-16 以長方形之四邊爲尺度之平行圖	35
2-17 以長方形之四邊爲尺度之平行圖	37
2-18 任意四尺度之平行圖	38
2-19 共交圖原理	41
2-20 利用希瓦定理之共交圖	41
2-21 任意六尺度之共交圖	43
2-22 六分線圖	45
2-23 指示線及圖說	45

第三章 由行列式作共線圖 47—76

3-1 共線行列式	47
3-2 由共線行列式看共線圖	48
3-3 行列式之性質	48
3-4 以三平行直線爲尺度之共線圖	49
3-5 以兩平行直線及一斜線爲尺度之共線圖	50
3-6 以三共交直線爲尺度之共線圖	55
3-7 以三角形之三邊爲尺度之共線圖	56
3-8 以兩平行直線及一曲線爲尺圖之共線圖	57
3-9 以兩直線及一曲線爲尺度之共線圖	61
3-10 以一直線及兩曲線爲尺度之共線圖	64
3-11 三尺度均爲曲線之共線圖	67
3-12 網絡尺度	67
3-13 網絡共線圖	68
3-14 製圖	74

第四章 由算式作共線圖 77—93

- 4-1 作共線圖之過程 77
- 4-2 由共線行列式至算式 77
- 4-3 各種共線行列式 78
- 4-4 共線行列式之簡化 79
- 4-5 化式 4-2 至式 4-5.1 80
- 4-6 化式 4-3 至式 4-6.1 81
- 4-7 同跡共線圖之算式 81
- 4-8 化式 4-2 至式 4-11 之形狀 83
- 4-9 化式 4-2 至同跡共線行列式 4-7 84
- 4-10 化式 4-2 至式 4-10 之形狀 84
- 4-11 化式 4-2 至同跡共線行列式 4-8 85
- 4-12 化式 4-3 至同跡共線行列式 4-9 86
- 4-13 由式 4-4 至式 4-9 之歸化條件 87
- 4-14 共同尺度之性質 87

第五章 變形法 94—107

- 5-1 變形之目的 94
- 5-2 兩種變形法 94
- 5-3 圖解變形法原理 94
- 5-4 四邊形至長方形之變形 95
- 5-5 作圖法 96
- 5-6 計算變形法原理 97
- 5-7 常數之決定 98
- 5-8 兩種變形法的比較 99

第六章 複線圖 108—131

- 6-1 線圖之合併 108
- 6-2 複線圖之算式 109
- 6-3 由算式作圖之進行法 109
- 6-4 兩單位之複共線圖 110
- 6-5 複共線圖之變形 111
- 6-6 複線圖之設計 113

第七章 共線圖之各種應用.....	132—146
7-1 應用範圍.....	132
7-2 雙尺度代替函數表.....	132
7-3 二次方程式之實根與虛根.....	132
7-4 微積分公式之共線圖.....	134
7-5 特殊聯立方程式之共線圖.....	135
7-6 經驗公式中之常數.....	137
7-7 不定共線圖.....	141
7-8 實際問題之性質.....	141
7-9 不定共線圖之用法.....	141
7-10 聯立共線圖之用法.....	143
第八章 實驗關係之共線圖.....	147—169
8-1 根本問題.....	147
8-2 共線面.....	148
8-3 接近共線面.....	148
8-4 接近共線圖之作法.....	148
8-5 圖形設計.....	149
8-6 座標作圖法.....	152
8-7 接近共線圖之關係式.....	155
8-8 接近共線圖之誤差.....	157
8-9 中間接觸點.....	158
8-10 作圖前之檢算.....	159
8-11 變形法.....	160
8-12 數值之變形.....	162
8-13 實驗數值之處理.....	164
附錄 主要參考資料.....	170

例 圖 目 錄

(下列各大幅例圖,因限於版口,縮成之尺寸一律較計算所得小 0.6 倍)

圖 1-9: 雙尺度算式 $y = \log_{10} x$.

圖 1-10: 網絡軌跡 水力學中公式 $v = \frac{87r\sqrt{s}}{0.552\sqrt{r+m}}$.

圖 1-11: 網絡軌跡 測量學中公式 $H_c = \frac{F}{i} S \sin^2 \alpha$, $V = \frac{F}{i} S \cdot \frac{\sin 2\alpha}{2}$.

圖 1-12: 切線軌跡 化學中碘化鋅之密度,

圖 2-2: 共線圖算式 $U = tv$.

圖 2-11: 共方圖 鋼筋混凝土中公式 $k = \frac{np + \frac{t^2}{2d^2}}{np + \frac{t}{d}}$.

圖 2-13: 共方圖 二次方程式 $Z^2 + aZ + b = 0$.

圖 2-17: 平行圖 鋼筋混凝土中公式 $f_s = n f_c \left(\frac{1}{k} - 1 \right)$.

圖 2-20: 共交圖 水力學中公式 $C = \frac{87\sqrt{r}}{0.552\sqrt{r+m}}$.

圖 3-4: 共線圖 算式 $t = u^v$.

圖 3-5: 共線圖 應用天文學中公式 $\cos(7^\circ.5 t) = -\tan \phi \tan \delta$.

圖 3-9: 共線圖 二次方程式 $t^2 + ut + v = 0$.

圖 3-11: 共線圖 二次方程式 $t^2 + ut + v = 0$.

圖 3-13: 共線圖 測量學中公式 $R = 4.41(\cot^2 A + \cot A \cot B + \cot^2 B)$.

圖 3-17: 網絡共線圖 化學工程中公式 $\frac{R}{1+R} = \frac{t - \frac{uv}{1+u(v-1)}}{t-u}$.

圖 3-18: 網絡共線圖 鋼筋混凝土拱橋彈性重心有關公式.

圖 4-9: 同跡共線圖 算式 $t = u \cdot v$.

圖 4-10: 完全同跡共線圖 算式 $t = u \cdot v$.

圖 5-6: 網絡共線圖 水力學中公式 $C = \frac{41.7 + \frac{1.81}{n} + \frac{0.00281}{s}}{1 + \left(41.7 + \frac{0.00281}{s}\right) \frac{n}{\sqrt{R}}}$.

圖 5-7: 同跡共線圖 算式 $m(r_1 + r_2 - 2r_1r_2) - (r_1 + r_2 - 2) \Rightarrow 0$.

圖 6-7 聯合複共線圖 測量學中公式 $H_c = KS \sin^2 \theta - (F + c) \cos \theta$,
 $V = KS \frac{\sin 2\theta}{2} + (F + c) \sin \theta$.

圖 6-8: 複共線圖 材料力學中公式 $3L_1 - \frac{L_1^2}{L_1 - d_1} = \frac{L_2^2}{L_2 - d_2} - 3L_2$.

圖 6-9: 複共線圖 積分公式 $t = \frac{uv^{n+1}}{n+1}$.

圖 6-10: 複共線圖 三次方程式 $X^3 + AX^2 + BX + C = 0$.

圖 6-11, 6-12, 6-13: 聯立複共線圖 鋼筋混凝土中公式

$$\frac{N}{bt} = \frac{f_c}{2} \left\{ k + np \left(2 - \frac{1}{k} \right) \right\}, \quad \frac{M}{bt^2} = \frac{f_c}{12} \left\{ k(3 - 2k) + 3np \left(1 - 2\frac{d'}{t} \right)^2 \frac{1}{k} \right\}.$$

圖 7-1: 共線圖 決定二次方程式虛根公式 $Q^2 = u^2 - v$.

圖 7-3: 共線圖 算式 $\sinh(p + qi) = \alpha + \beta i$.

圖 7-5: 共線圖 決定經驗公式中常數.

圖 8-4: 共線圖 鋼筋混凝土拱橋中公式 $\frac{y_o}{r} = \frac{\cosh \left\{ \frac{x}{l} \log \left(g + \sqrt{g^2 - 1} \right) \right\} - 1}{g - 1}$.

圖 8-7: 共線圖 氯化鎘密度之實驗關係.

圖 8-13: 共線圖 硫酸密度之實驗關係.

圖 8-16: 共線圖 橢圓積分式 $E = \int_0^\psi \sqrt{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \psi} d\psi$.

圖 8-17: 共線圖 橢圓積分式 $F = \int_0^\psi \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \psi}}$.

圖 8-18: 共線圖 Gamma 函數積分式 $I = \frac{1}{\Gamma(p+1)} \int_0^{u\sqrt{p+1}} v^p e^{-v} dv$

第一章

軌跡及尺度

1-1 圖算釋義 “圖算”二字在國語中聯合應用尙感生疏，與此類似者有已通行之名詞曰“圖解”。今避用舊名而建新辭，乃以其涵義有不同。

圖解定義雖未經嚴格規定，而普通有下列認識：根據問題中之數目關係，臨時作圖而求其解答，謂之圖解。故為某一問題所作之圖解，不能用以解算另一性質相同而數值不同之問題。靜力學中之圖解法，即其例也。

圖算代表一類新型算法。此類算法以線圖及網絡軌跡為主。其主要特點係以圖形表示算式；凡形式相同而數字不同之算式均可以之解算，在解算過程中不須另作新圖。原圖雖經應用千百次，其圖依舊而仍可使用；正如算盤，計算尺，計算機之始終不變。此類算法以圖為主，故仿照其類似名詞“珠算”，“尺算”而以“圖算”名之。

1-2 線圖 線圖每由三個或更多個軌跡依一定方法排列而成；若以直線或一定折線與之相交，則軌跡上各交點所代表之數值即滿足一定形式之方程式。第二章中圖 2-2，2-11 等均為線圖之實例。

線圖種類雖多，但均由個別軌跡所構成。線圖中之軌跡通名曰尺度。

1-3 自然尺度 欲表示數目關係之變化，必須先有一定辦法以表示不同數值之差別，如 3 之不同於 5。普通常用之法係以線長表示數值；如以某長度代表數值 1，其二倍長度即代表數值 2。其他依此類推。

上述代表不同數值之長度又可累合為一，使所有各線之左端合為一點，而其不同之右端則各以短垂線標誌之，以形成圖形如圖 1-1 所示。各長度所代表之數字可記於有關垂線之旁。根據上述意義所作之軌跡如圖 1-1 所示者即名曰尺度。尺度中表示零值之點謂之原點，可以大寫字母 O 標記之。表示數值 1 之長度名曰尺度模數，常以字母 m 代表之。

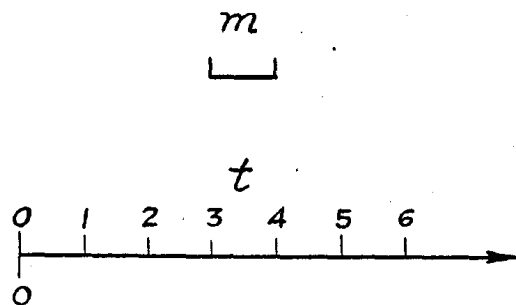


圖 1-1

表示變數 t 本身自然數值之尺度，如圖 1-1 所示者，名曰自然尺度。尺度上表示各數

值之點名曰刻度點。自然尺度上刻度點間之距離相等；由原點 O 至其他各點之長 d 與其所代表之數值成正比，故可寫為

$$d = mt.$$

1-4 函數尺度 設某量 Q 與變數 t 間，有 $Q = t + 5$ ，或 $Q = \pi t^2$ ，或 $Q = \sin t + \sqrt{t+7}$ ，或其他類似關係時，則 Q 名曰 t 之函數。表示函數之普通記號為 $f(t)$ ， $f_1(t)$ ， $f_2(t)$ ， $F(t)$ ， $\phi(t)$ 等。本書為簡便計，有時用 T_1 ， T_2 ， U_1 ， U_2 等記號，分別代表 t 與 u 之函數。但除特別註明外，記號 $f(t)$ 與 $f(u)$ 不表示此兩函數之形狀相同。

函數 $f(t)$ 之數值由變數 t 決定之。將 t 之某值代入 $f(t)$ 即得其函數值。如設 $\log_{10} t$ 中之 t 為 1, 2, 3 ... 10，則得其函數值為 0, 0.30103, 0.47712, ... 1.00000。

函數 $f(t)$ 之尺度可依下列步驟作之：

1. 根據 t 之數值計算 $f(t)$ 之相當數值，
2. 擇定模數 m ，如 1 公分或 5 公分等，
3. 計算 $mf(t)$ 之相當長度，
4. 作直線而以其一端如左端為原點 O ，並

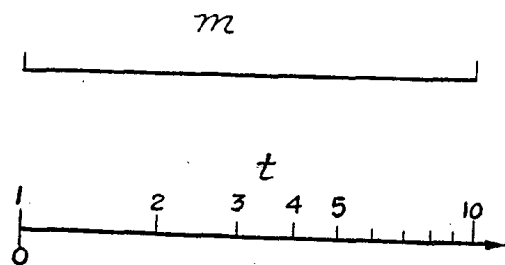


圖 1-2

決定正負方向，

5. 自 O 點沿正方向量長度使分別等於(3)條中各 $mf(t)$ 之值，並作短垂線標記各終點之位置。如有負數，則用相反方向。

6. 於各短線旁擇要註以相當 t 之數值。

圖 1-2 中 $\log_{10} t$ 尺度係依上列過程作成。

1-5 雙尺度 下列形狀之算式：

$$f(t) = \phi(u) \quad (1-1)$$

可分解為兩式如下：

$$d = f(t), \quad d = \phi(u).$$

若以共同原點，共同模數，在同一直線之兩邊作此兩式之尺度，則得所謂雙尺度。雙尺度上任何一點決定一組 t 與 u 之數值，此組數值恆滿足算式(1-1)。故式(1-1)可以雙尺度解算之。

圖 1-9 為 $y = \log_{10} x$ 之雙尺度；其繪製過程在本章例題 1-1 中說明。利用圖 1-9 可作下列計算：

1. 由已知數 x 求其對數 y ，
2. 由已知對數 y 求其原數 x ，
3. 由已知數 x 求 $1/x$ 之對數 y_1 ，
4. 由已知 $1/x$ 之對數 y_1 求原數 x 。

1-6 算式之軌跡 表示算式 $y=f(x)$ 中變數 x 與函數 y 間變化狀況之圖形, 如圖 1-3 所示者, 名曰軌跡。軌跡之繪製過程為

1. 計算 x 與 y 之相當數值,
2. 根據一定角度關係作出座標軸,
3. 擇定縱橫座標距之模數, 並根據 x 與 y 之相當數值作軌跡上各點,
4. 利用曲線板畫出經過各點之軌跡。

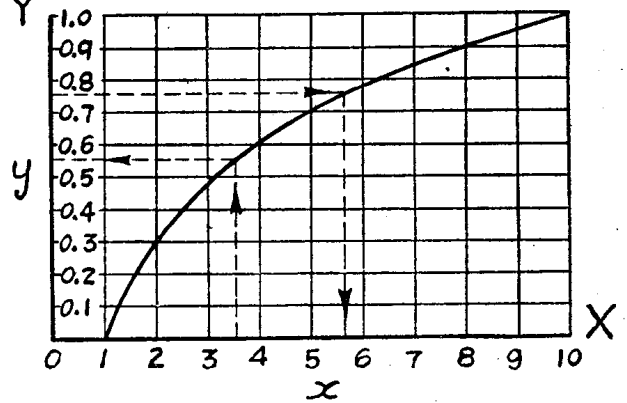


圖 1-3

此外可加畫與兩軸平行之細線以便估計數值。利用算式之軌跡可由已知 x 之值

求 y , 或由已知 y 之值求 x ; 其步驟分別由圖 1-3 中箭頭路線表示之。

1-7 座標式 圖 1-3 中軌跡上各點之座標距可寫為

$$X = m_x x, \quad Y = m_y y.$$

其中 m_x, m_y 為座標距之模數。表示座標距之算式名曰座標式。

座標距亦常由另一變數 t 之函數決定之, 如

$$X = m_x f_1(t), \quad (1-2.1)$$

$$Y = m_y f_2(t). \quad (1-2.2)$$

則其軌跡之繪製過程為:

1. 由已知 t 之數值計算 $m_x f_1(t), m_y f_2(t)$ 之數值, 並列表如下

t	1	2	3	4	5	6	7
X	3.162	4.472	5.477	6.324	7.071	7.746	8.367
Y	2.154	2.714	3.107	3.420	3.684	3.915	4.121

2. 根據一定關係作座標軸,
3. 分別在兩軸上作 t 尺度,
4. 經過兩尺度上之相當刻度點作與他軸平行之直線, 兩兩相交以定點,
5. 經各點作 t 軌跡如圖 1-4 所示。

表示座標距之算式 (1-2.1), 及 (1-2.2) 亦稱為尺度式。

1-8 廣義尺度 若以短垂線及 t 之相當數值標誌其軌跡上各點, 如圖 1-4 所示者, 其結果

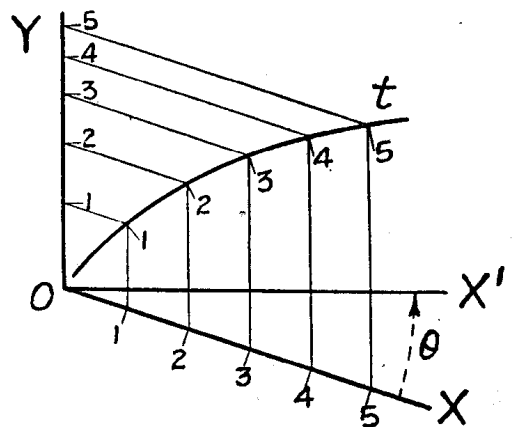


圖 1-4

亦名曰尺度，故尺度不以直線形狀者為限。尺度之為直線或為曲線可由其座標式決定之。因直線之方程式為

$$Y = cX + k,$$

其中 c 與 k 均為常數；凡決定座標距之函數 $f_1(t)$ 與 $f_2(t)$ 間有下列關係

$$f_2(t) = cf_1(t) + k$$

存在時， t 尺度即為直線；否則即為曲線。

設所用之座標軸不相垂直，如圖 1-4 所示，為避免作圖困難起見，在製圖過程中可仍用垂直軸為參考。在圖 1-4 中，如用與 OY 相垂直之 OX' 為 X 軸，則應改用尺度式

$$X' = m_x f_1(t) \cos \theta,$$

$$Y' = m_y f_2(t) - m_x f_1(t) \sin \theta,$$

以計算新座標距。式中 θ 為 OX 與 OX' 間之角度，如圖所示。

以短垂線標誌尺度上各點，並註出其相當之數字，謂之刻度。註有數字之刻度點，亦稱為主要刻度點；其他未經註字者，亦稱為細分點。刻度點上所註之數字，謂之刻度數。

1-9 模數之決定 在前節說明中，未見有規定模數 m_x 與 m_y 相等之必要。如無其他限制，其值可任意擇定。但在實際應用時，圖形或尺度每須符合一定條件，如

1. 由圖所決定之數值，應精確至一定程度，
2. 圖之尺寸不宜太大，以免運用時不方便，
3. 變數之數值不在須要範圍之內者，其軌跡即不必作出。

普通進行之法，為根據必要條件，設計全圖使其精度儘量提高。

設圖之預定寬為 W ，高為 H ，變數之有效範圍為由 t_1 至 t_n ；則尺度模數可由下式決定之：

$$m_x = \frac{W}{f_1(t_n) - f_1(t_1)}, \quad (1-3.1)$$

$$m_y = \frac{H}{f_2(t_n) - f_2(t_1)}. \quad (1-3.2)$$

但若尺寸限制不甚嚴格時， m_x 及 m_y 之計算值可酌量變通，而採用與其接近之整數值，如 1 公分，2 公分，5 公分等。

1-10 投射器 刻度點之位置應由其座標距決定之；但若所有細分點之決定均用此手續，則工作非常繁重而不合實用，故宜採用下法：

1. 用座標距確定主要刻度點以決定尺度之形狀。其相當刻度數應差額相等，
2. 利用曲線板作經過各點之軌跡，
3. 利用投射器作其他細分點。

投射器如圖 1-5 所示者，由一束共交線所組成；其間關係以分割與其中線相垂直之直線成等分為原則。各線畫於同一描圖紙上；移動全紙試探數次後，可使其中線及兩邊線分別經

過三刻度點，如圖 1-5 所示之 1.5, 1.6 及 1.7 三點。達到此種情況後，其他各線與尺度之交點，即為所求之細分點，其位置可以尖針刺定，並以短線標誌之。

細分點之主要功用為配合刻度點輔助視察，以便決定其他新點在尺度上應有之讀數；故其本身不必詳註數字。

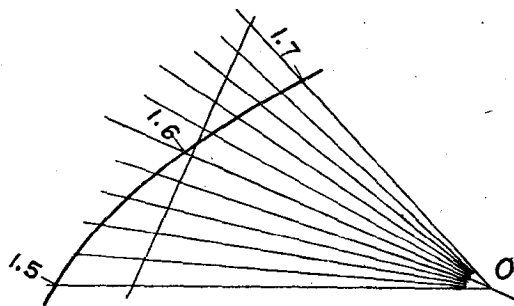


圖 1-5

主要刻度點之功用為決定尺度曲線，並配合投射器以確定細分點。凡刻度點間距離太大且變化迅速時，即應用座標距定出更多點，以減小由投射器所得細分點之誤差。

1-11 三元算式之軌跡 三元算式 $y = f(x, z)$ 之軌跡可化分為二元者作之。其法如下：

1. 設其中某一變數，如 z ，分別等於其有效範圍內之各種定值如 $z_1, z_2, \dots, z_n$ ，

2. 依第 1-6 節之法作有關二元算式 $y = f(x, z_1), y = f(x, z_2), \dots, y = f(x, z_n)$ 之軌跡。

3. 以變數 z 之數值 $z_1, z_2, \dots, z_n$ 標誌各軌跡，如圖 1-6 所示。

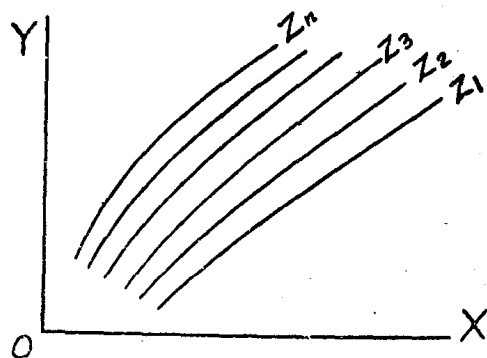


圖 1-6

所用 z 之定值 $z_1, z_2, \dots, z_n$ 應全體或分段成等差級數；其差額應使各軌跡之排列疏密適當，便於視察估計。利用圖 1-6 可由任何兩變數之已知值，決定式中第三變數之值。

1-12 網絡軌跡 利用同一組座標軸，相同座標距模數，作聯立三元算式

$$y = f_1(x, z), \quad y = f_2(x, w)$$

之軌跡，則其結果將如圖 1-11 所示。其中兩組軌跡相交成網絡形狀，故名曰網絡軌跡。

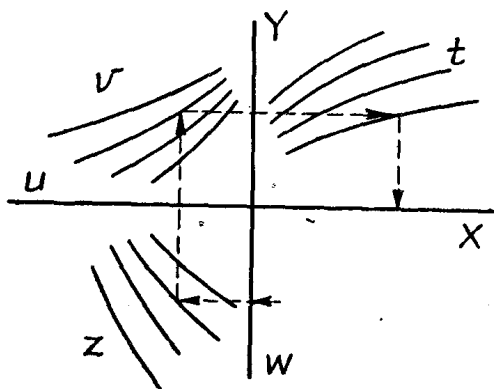


圖 1-7

由任何兩變數之已知值可在網絡軌跡上決定一點，而該點又確定其他兩變數之值。故利用網絡軌跡如圖 1-11 所示者，可作數種性質不同之解算。

聯立算式如

$$y = f_1(x, t), \quad y = f_2(u, v),$$

$$w = f_3(u, z)$$

之軌跡，可利用其間相同之變數 y 及 u 聯合排列如圖 1-7 所示之形狀，其中箭頭方向表示由

w, z, v 及 t 以決定 u, y 及 x 之過程。

1-13 切線軌跡 算式 $t = f(u)$ 之切線軌跡如圖 1-8 所示者，係由 t, u 兩尺度及一曲線所組成。以一直線與曲線相切並與兩尺度相交，其交點上之讀數即為滿足此算式之數值。

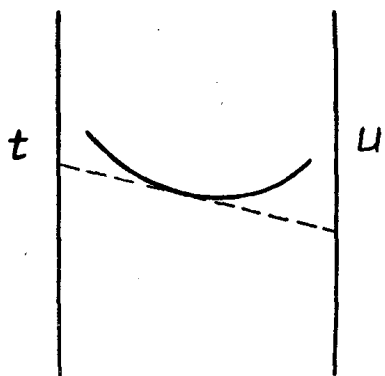


圖 1-8

切線軌跡中兩直線尺度不必平行，但以平行者為方便。兩尺度上之原點可任意擇定；其刻度數之增加方向，亦上下不拘。但如 u 加大時， t 亦加大，則其加大之方向應相反；反之若 u 加大而 t 減小，則其增加方向應相同。兩尺度之模數不必相同；且除用自然尺度外，亦可用任何函數尺度。

繪就 t, u 兩尺度後，即可進一步作成其曲線部分。

由原算式計算 t, u 之相當數值；在尺度上定兩數之相當點；以直線連接此兩點；依此作出直線一批。與各線同時相切之曲線即為所求之軌跡。

三元算式如 $t = f(u, v)$ 或實驗關係（如碘化鋅之密度，成分及溫度如圖 1-12 中附表所示者）之切線軌跡，可由兩共同直線尺度及一組曲線構成之。其直線尺度之作法仍如上述；而其曲線則分別代表某一變數之個別數值。

切線軌跡之用法簡便，且可與他種線圖配合，以表示複雜算式或實驗關係。

1-14 圖形之設計 凡為實際應用而作成之圖形，除其本身算學關係外，尚須滿足其他條件；條件中之最基本者，為在一定尺寸限度內，達到必要精度。

數值 n 之精度為其誤差 e 與其本身之比，即 $\frac{e}{n}$ 。如由四位對數表查取 4.403 之對數得 0.6437，而其實際數值為 0.643749，則其精度 $\frac{0.000049}{0.6437}$ 約合 $\frac{1}{13000}$ 。又如由圖 1-9 決定對數 0.5157 之反對數，得 3.278 而其真值為 3.2787，則其精度 $\frac{0.0007}{3.278}$ 約合 $\frac{1}{4680}$ 。

由上兩例可得數值精度之概念。欲使圖形之精度增高，簡單而有效之辦法，為加大其尺寸；但放大尺寸後，則圖大而運用不便，又轉為缺點。故設計圖形者必須爭取以普通慣用之尺寸達到最高精度。欲達此目的必須考慮各種有關因素；其主要者為：

1. 精度之限度：如最低必須達到 $\frac{1}{1000}$ ，或最大誤差不得超過 0.002 等，
2. 尺寸之限度：如最大不得超過寬 20 公分，高 30 公分等，但在本書中印出之例圖，因限於版口，縱橫各縮小 0.6 倍，即寬為 12 公分高為 18 公分，
3. 各變數值之有效限度：如溫度僅在 0°C 與 100°C 之間，即不必考慮在此範圍以外之情況，

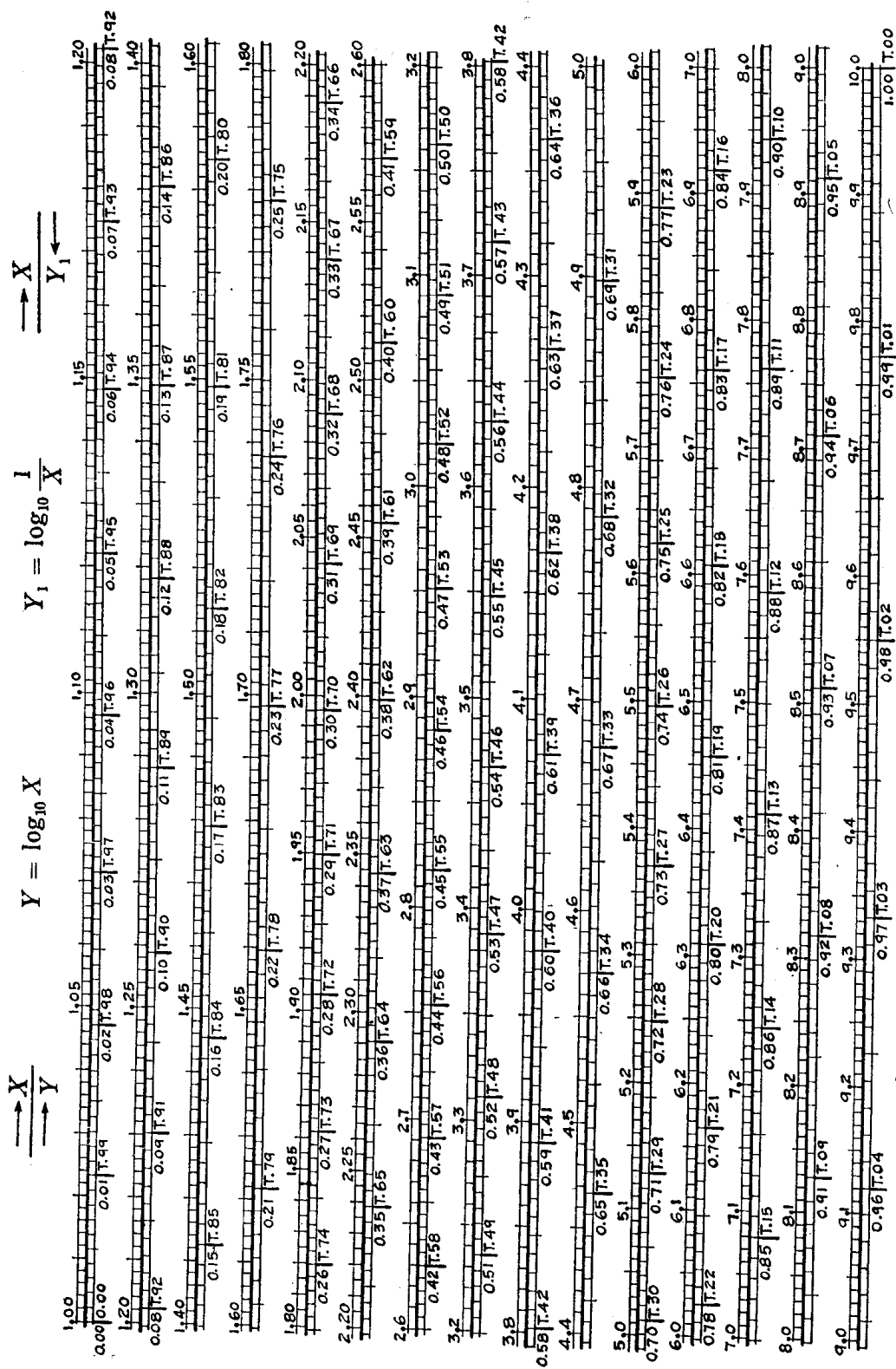


圖 1-9 (注意: 本圖尺寸係按計算所得縮小 0.6 倍)