499568

38.167
XYC
7

数学

铁道学院
图书馆
89.4.7.
藏书

青年升学辅导丛书

——数学总复习与标准化试题

晨晋 缪志浩 编

499568

38.167
XYC
7

青年升学辅导丛书

数学总复习与标准化试题

晨晋　缪志浩等编著

学苑出版社

1988年·北京

青年升学辅导丛书—数学总复习标准化试题

范瑞祥　编

学苑出版社出版
北京西四[illegible]胡同4号
新华书店首都发行所发行
水利电力出版社印刷厂印刷

开本787×1092　1/32　12.75印张　插页2　282.2千字
印数00001—17250册　定价：3.30元
ISBN 80060 001 7 G·2

前 言

为了帮助参加各类成人高考和复习、自学高中数学知识的同志提高分析问题和解决问题的能力，我们遵循成人高考大纲和全日制高中数学教学大纲的精神编写此书。

本书编写体系是在各章中先摘要复习高中数学基础知识，列出该章的主要概念、定理、公式，配备例题并提出应注意的地方，然后是向读者提供一批标准化试题。选题原则是既重视基本概念和基本功训练，又注意到知识复盖面的广袤和综合联系，程度适中，不搞难题、偏题。为了适合自学，本书对标准化试题作出较详细的分析和解答，通过解答向读者传授分析问题和解决问题的方法。希望读者通过这些题解，举一反三，提高水平。

本书也为教师提供一些辅助资料。

本书各章的标 准化试题及参政答案均由晨晋负责执笔。第一、二、章的知识复习与例题均由缪志浩负责执笔。其余部分由赵瑞、冯主人、梁溪、巫云、窦青负责执笔。限于篇幅，本书不包括解析几何部分。

本书的全部例题和标准化试题均经李燕章、陆昕、朱劲松三位同志演算审核。但限于编者水平，书中难免存在缺点和错误，欢迎读者批评指正。

编 者

1987年9月

目 录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第一章　函　　数

一、集合与对应

（一）集　合

1.集合的概念及其表示法：

（1）把一些确定的对象看成一个整体就形成了一个集合。

集合里的各个对象叫做集合的元素。通常，用大写字母表示集合，而用小写字母表示集合的元素。

（2）集合元素的构成具有确定性和互异性。

确定性：对任一对象都能确定是否属于某一个集合；

互异性：在同一个集合中，不能重复出现同一个元素。

（3）集合的表示方法：

①列举法：把集合的元素一一列举出来，写在大括号内。

②描述法：把描述集合中元素的公共属性或表示集合中元素的规律，写在大括号内。

③元素a属于集合A，记作$a\in A$；元素a不属于A，记作$a\notin A$。

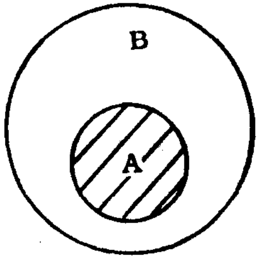
常用N表示自然数的集合，J或Z表示整数集合，Q表示有理数集合，R表示实数集合，C表示复数集合。

2. 子集：

对于两个集合A与B，如果集合A的任何一个元素都是集合B的元素，那么，集合A就叫做集合B的子集，表示为

$A\subseteq B$或$B\supseteq A$，

如果A是B的子集，并且B中至少有一个元素不属于A，那么集合A就叫集合B的真子集，表示为



图一-1

$A\subset B$或$B\supset A$　（见图一-1）。

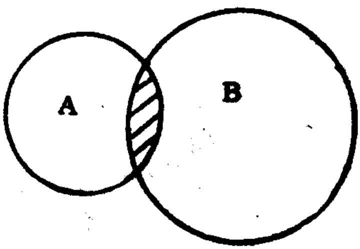
集合的相等：对于两个集合A、B，如果$A\subseteq B$，同时$B\subseteq A$，那么，集合A和集合B就叫做相等，表示为

$$A=B$$

空集：不含任何元素的集合叫做空集，记作ϕ。空集是任何集合的子集。

3. 交集与并集：

（1）交集：由集合A和集合B的一切公共元素所组成的集合，叫做集合A与B的交集。记作$A\cap B$。用描述法表示是：



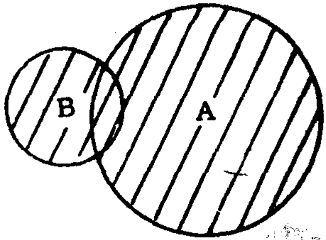
图一-2

$A\cap B=\{x: x\in A且x\in B\}$

对于任何集合A，有

$A\cap A=A$，$A\cap\phi=\phi$。

（2）并集：把集合A或集合B的一切元素合并在一起所组成的集合，叫做集合A与集合B的并集，记作$A\cup B$。用描述法表示是：



图一-3

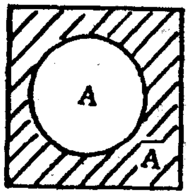
$A\cup B=\{x: x\in A或x\in B\}$。（图一-3）

对任何集合A，有

$A\cup A=A$，$A\cup\phi=A$。

4.全集与补集：

（1）全集：在研究集合与集合之间的关系时，这些集合常常都是某个给定集合的子集，那么这个给定集合叫做全集，用I表示。



图一-4

（2）补集：已知全集I，$A\subseteq I$，由I中所有不属于A的元素组成的集合，叫做集合A的补集，表示为$\overline{A}$。用描述法表示是：

$\overline{A}=\{x: x\in I, x\notin A\}$，（参阅图一-4）。图中矩形表示全集$I$。阴影部分表示A的补集$\overline{A}$.

（二）对应

1.对应的定义：

对于给定的集合A与B，如果存在一个法则f，使集合A中的任意一个元素a（$a \in A$）根据法则f，可以得到集合B中的元素b，那么，就把这个法则f叫做从A到B的一个对应，记为$f: a \to b = f(a)$（或$f: A \to B$；$A \xrightarrow{f} B$）。b叫做a在对应f下的象，a叫做b在对应f下的原象。对应f也叫做对应法则f。

2.单值对应： 对于集合A与B，如果在对应f下，使A的任何一个元素，在B中都有唯一的元素和它对应，这样的对应（包括集合A、B及从A到B的对应法则）叫做从集合A到集合B的映射，或叫单值对应。单值对应f有以下几个特点：①从集合A到集合B的单值对应与从集合B到集合A的单值对应不同。②集合A中的元素在对应f下，在集合B中都有象，而且是唯一的象。③不要求集合B中每一个元素在集合A中都有原象。A叫做映射f的定义区域。

3.一一对应： f是从集合A到集合B的单值对应，如果对于集合A的不同元素，在B中有不同的象，而且B中的每一个元素都有原象，这个单值对应就叫做从A到B的一一对应。

4.逆对应： 设f是从集合A到集合B的一一对应，如果对于B中的每一个元素b，使在A中的b的原象a和它对应，那么所得的对应叫做对应f的逆对应，记作f^{-1}，f与f^{-1}互为逆对应。只有一一对应才研究它的逆对应。

例1. 大于3小于11的偶数集用描述法与列举法表示出来。

解：（1）描述法 $\{x: x = 2n,\ 3 < x < 11,\ n \in J\}$；

（2）列举法 $\{4, 6, 8, 10\}$

例2. 设 $A=\{x: x\leqslant 8, x\in N\}$；$I=N$；

$B=\{y: y^2-7y-8=0, y\in N\}$，

$C=\phi$

求 $A\cup B$；$A\cap B$；$A\cap\overline{B}$；$A\cup C$；$A\cap\overline{C}$。

解：$A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$，$B=\{8\}$，

$\overline{B}=\{y: y\neq 8, y\in N\}$，$\overline{C}=N$。

$\therefore$ $A\cup B=A$；$A\cap B=B$；

$A\cap\overline{B}=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$；

$A\cup C=A\cup\phi=A$；

$A\cap\overline{C}=A\cap N=A\cap I=A$。

二、不等式与不等式组

（一）不等式的概念及性质

1.不等式的定义：

用符号"＞"或"＜"联结两个解析式所成的式子，叫做不等式。由于复数不能比较大小，所以不等式中的数字和字母表示的数都是实数。

2.不等式的解和解不等式

能够使不等式成立的未知数的值叫做不等式的解。求不等式的解或确定不等式没有解的过程，叫做解不等式。

3.不等式的性质：

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

（1）若$a>b$，则$b<a$；若$a<b$，则$b>a$；

（2）若$a>b$，$b>c$，则$a>c$；

（3）若$a>b$，则$a+c>b+c$；

（4）若$a>b$，$c>0$，则$ac>bc$；

（5）若$a>b$，$c<0$，则$ac<bc$；

（6）若$a>b$，$c>d$，则$a+c>b+d$；

（7）若$a>b$，$c<d$，则$a-c>b-d$；

（8）若$a>b$，$c>d$，a、b、c、d都是正数，则$ac>bd$；

（9）若$a>b$，a，b都是正数，则$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$；

（10）若$a>b$，$c<d$、a、b、c，d都是正数，则$\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$；

（11）若$a>b$，a，b都是正数，n是大于1的整数，则$a^n>b^n$；

（12）若$a>b$，a，b都是正数，n是大于1的整数，则$\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$。

（二）不等式的同解性

1.同解不等式：

如果第一个不等式的所有解都是第二个不等式的解；反之，第二个不等式的所有解也都是第一个不等式的解，这两个不等式就叫做同解不等式。

2.不等式的同解性：

（1）若不等式的两边都加上同一个数或整式，则所得

的同向不等式与原不等式同解；

（2）若不等式的两边都乘以（或除以）同一个正数，则所得的同向不等式与原不等式同解；

（3）若不等式的两边都乘以（或除以）同一个负数，则所得的异向不等式与原不等式同解。

（三）不等式的解法

1.一元一次不等式及其解法

含有一个未知数，并且未知数的最高次数是一次的不等式，叫做一元一次不等式。

任何一个一元一次不等式都可以变形为$ax>b$或$ax<b$。（a、b都是实数）

对于$ax>b$，其解有以下三种情况：

（1）若$a>0$，则 $x>\frac{b}{a}$；

（2）若$a<0$，则 $x<\frac{b}{a}$；

（3）若$a=0$，则当$b\geqslant0$时，无解；当$b<0$时，x可取任何实数值。（对于$ax<b$，可仿此进行讨论）

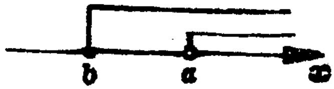
2.一元一次不等式组的解法

把若干个不等式合成一组叫做不等式组。将一元一次不等式组中各不等式分别解出，可化为下列基本类型，然后，取各不等式的解的公共部分，就是原不等式组的解。

（1） $\begin{cases} x>a, \\ x>b, \end{cases}$ $(a>b)$ 不等式组的解为$x>a$；（图--5）

(2) $\begin{cases} x<a, \\ x<b, \end{cases}$ $(a>b)$

不等式组的解为$x<b$；图--6



图一-5

(3) $\begin{cases} x<a, \\ x>b, \end{cases}$ $(a>b)$

不等式组的解为$b<x<a$；图--7

图---6

(4) $\begin{cases} x>a, \\ x<b, \end{cases}$ $(a>b)$ 图--8

不等式组无解。

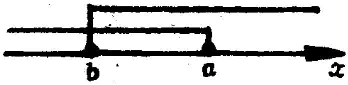
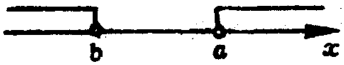


图---7

3.一元二次不等式的解法

含有一个未知数并且未知数的最高次数是二次的不等式



图一-8

叫做一元二次不等式，经过变形整理后可以化成：$ax^2+bx+c>0$ $(a\neq0)$ 的形式。

一元二次不等式$ax^2+bx+c>0$可以借助二次函数 $y=ax+bx+c$ $(a\neq0)$ 的图象来解。

也可以根据判别式b^2-4ac的情况，把ax^2+bx+c分解因式或配方来解（见例3的解法二）。

4.分式不等式的解法

解分式不等式$\dfrac{P(x)}{Q(x)}>0$时，因为不等式$\dfrac{P(x)}{Q(x)}>0$与

不等式$\frac{P(x)Q(x)}{[Q(x)]^2}>0$ 是同解不等式，而在不等式

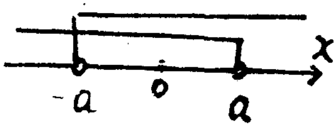
$\frac{P(x)Q(x)}{[Q(x)]^2}>$中，$[Q(x)]^2$恒为正数，所以只须解不等式

$P(x)Q(x)>0$，即解不等式组，

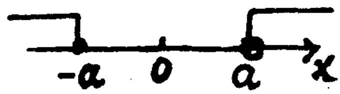
$$\begin{cases} P(x)>0 \\ Q(x)>0 \end{cases} \quad 和 \begin{cases} P(x)<0 \\ Q(x)<0 \end{cases}$$

5.解绝对值不等式

$|x|<a$ $(a>0)$，$|x|>a$ $(a>0)$。若$|x|<a$，$(a>0)$则$-a<x<a$。若$|x|>a$，$(a>0)$ 则$x>a$或$x<-a$。



图一 -9



图一 -10

例1. 解不等式$\frac{3x+2}{4}-\frac{7x-3}{8}>1$。

解： 两边同乘以8，得

$2(3x+2)-(7x-3)>8$，

整理，得 $-x>1$，

两边同除以-1，得$x<-1$。（见图一 -11）

注意： 不等式两边同乘以（或除以）负数时，不等号要改变方向。

例2. 解不等式组$\begin{cases} 2x-5>3-2x; & ① \\ 3x-6>4x-9。 & ② \end{cases}$

解： 由①得：　　　$4x>8$，

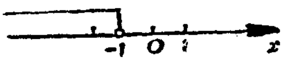
$\therefore\quad x>2$。　　　　③

由②得　　　$-x>-3$，

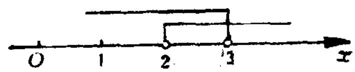
$\therefore\quad x<3$。　　　　④

由③和④得原不等式组的解是：

$2<x<3$（见图——12）。



图——11



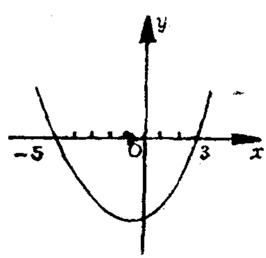
图——12

例3. 解不等式$x^2+2x-15<0$

解法一： ∵判别式$=b^2-4ac=64>0$

$\therefore$　$x^2+2x-15=0$有两个实数根-5、3。即函数$y=x^2+2x-15$的图象与x轴有两交点，交点横坐标分别是-5、3。又$a=1>0$，所以抛物线开口向上，当$-5<x<3$时，$y<0$。

$\therefore$ 原不等式的解为$-5<x<3$。（见图——13）



图——13

解法二：

$x^2+2x-15<0$。

即　$(x+5)(x-3)<0$

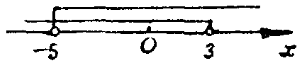
这个不等式可化为下面两个不等式组：

（1）$\begin{cases} x+5>0, \\ x-3<0; \end{cases}$　　或（2）$\begin{cases} x+5<0, \\ x-3>0。\end{cases}$

解（1），得$-5<x<3$。（见图——14）

解（2），无解。

由（1），（2）原不等式的解为 $-5<x<3$。



图一-14

例4. 解不等式 $\frac{3x-1}{x-5}>2$。

解： $$\frac{3x-1}{x-5}>2,$$

移项，得
$$\frac{3x-1}{x-5}-2>0,$$

整理，得
$$\frac{x+9}{x-5}>0。$$

这个不等式，可以化为下面两个不等式组：

$$(1)\ \begin{cases} x+9>0, \\ x-5>0; \end{cases} \quad 或\ (2)\ \begin{cases} x+9<0, \\ x-5<0。 \end{cases}$$

解（1），得 $x>5$.解（2），得 $x<-9$。

由（1）、（2），得原不等式的解为 $x<-9$ 或 $x>5$。

注意： 如果将原不等式两边各乘以 $x-5$，得 $3x-1>2(x-5)$，从而解出 $x>-9$，这种解法是错误的，因为不能断定 $(x-5)$ 一定是正值。

例5. 解不等式 $|3x-4|<-9$。

解： $-9<3x-4<9$,

$-5<3x<13$,

$-\frac{5}{3}<x<\frac{13}{3}$,

所以原不等式的解为 $-\frac{5}{3}<x<\frac{13}{3}$。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com