

鐵路員工技術手冊第一卷第二冊

力學及流體力學

蘇聯鐵路員工技術手冊編纂委員會編

人 民 鐵 道 出 版 社

鐵路員工技術手冊第一卷第二冊

力 学 及 流 体 力 学

苏联鐵路員工技術手冊編纂委員會編

唐 山 鐵 道 学 院 譯

人 民 鐵 道 出 版 社

一九五七年·北京

本書系根据苏联铁路員工技术手册第一卷中「力学」及「流体力学」二篇譯出，列举有計算方法及公式圖表等。可供铁路及公路工程技术人員，水利工程技術人員，以及一般土木建筑工程师、技術員参考用。

本卷主編者：別洛寬（Н·И·Белоконь）。

本册編写者：伏龙可夫（И·М·Воронков），克里明可夫（Б·В·Клименков），切尔尼金（В·И·Черников）。

本册譯校者：黃安基，金傳炳，盧孝棣，徐鶴齡，舒仲周。

铁路員工技术手册第一卷第二册

力学及流体力学

ТЕХНИЧЕСКИЙ СПРАВОЧНИК ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНИКА

ТОМ 1, ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ

苏联铁路員工技术手册編纂委员会編，

苏联国家铁路運輸出版社（1949年莫斯科俄文版）

ТРАНСЖЕЛДОРИЗДАТ

Москва 1949

唐山铁道学院譯

人民铁道出版社出版（北京市霞公府17号）

北京市書刊出版業營業許可証出字第010号

新华書店發行

人民铁道出版社印刷厂印（北京市建国門外七聖庙）

書号807 开本850×1168 $\frac{1}{2}$ 印張9 $\frac{1}{2}$ 字数232千

1957年8月第1版

1957年8月第1版第1次印刷

印数0001—1,480册 定价（10）1.50元

目 录

力学	1
基本定义	1
静力学	2
运动学	24
动力学	40
重心与转动惯量	77
摩擦	97
流体力学	110
液体的物理性质	110
液体静力学	121
理想液体动力学	130
真实(粘性)液体动力学	146
沿管道的液体运动	152
导管系统的计算	166
局部阻抗	175
明渠中液体的均匀流动	185
堰	202
明渠中液体的非均匀流动	214
液体的冲击	235
恒定水面下不可压缩液体的出流	241
不可压缩液体在变化水位时的出流	252
物体外部的绕流	255
地下水运动	262
空气和气体动力学	274

力 学

基本定义

力学是关于物体运动的普遍规律的学说。运动是物质的不可分割的属性，因而在围绕着我们宇宙内一切发生着的现象和过程都是物质运动的不同形式。

力学从事于研究物质运动的最简单形式——所谓机械运动，即随着时间的变化物体在空间位置的改变。

作为古典力学的基础的为1687年牛顿在其『自然哲学的数学原理』^①中以准确的和完善的形式叙述了的一些定律。这些定律是人类许多世纪以来由直接观察、试验以及生产活动的结果逐渐积累起来的那些属于力学范围内的无数事实的概括。虽然在二十世纪的前二十五年中发生的相对论原理在物理学范围内和力学范围内都引起了根本的带原则性的变革，并且否定了古典力学的一些定律，但是即使在现时古典力学也还保有它的价值。这是由于，如试验和计算所显示，在古典力学与基于相对论原理的新力学的结论间的数量上的差别只是在研究这样的现象，即当观察速度很大、接近于光的速度（ 3×10^{10} 公里/秒）时才成为重要；至于在与光的速度差得远的速度时，这数量上的差别是如此之小，它们完全可以忽略。因此古典力学即使在现时仍然是一个理论基础，在其上建筑着一切应用技术科目并且进行着一切技术计算。

力学通常分为三个基本部分——静力学、运动学与动力学。静力学是用来研究质点系上力的平衡条件。运动学从事于从运动

① 这一著作已由A. H. 克雷洛夫院士译成俄文。

的几何性質来研究質点系的运动,不考虑作用於質点系上的力。动力学的对象是建立和研究質点系的运动与作用於其上的力之間的联系。

在量的量度上採用了兩種通用的單位制: 物理單位制 (CGS 制) 或者工程單位制 (MKS 制)。在物理單位制中基本單位为: 長度單位——公分, 質量單位——克, 時間單位——秒。在工程單位制中基本單位为: 長度單位——公尺, 力的單位——公斤時間單位——秒。一切用来量度不同的量的其他單位, 在兩種單位制中都是由这所述的三个基本單位導出的。在力学中採用工程單位制。

靜 力 学

有共同作用点的力

力的合成。各点間距离为常数的物体称为絕對剛体; 因此这样的物体的形狀和尺寸压力的作用下是保持不变的。在剛体中可以將力沿着其作用線移动, 即作用在剛体上的力是滑动向量。

作用在剛体上同一点的兩個力 $\vec{P}_1$ 与 $\vec{P}_2$ 可以以作用在这一点上的合力 $\vec{R}$ 来代替, $\vec{R}$ 在方向上与数值上等於在力 $\vec{P}_1$ 与 $\vec{P}_2$ 上所作的平行四边形的对角線 (力的平行四边形定律)。

如果力 $\vec{P}_1$ 、 $\vec{P}_2$ 、 $\vec{P}_3$ 、 $\vec{P}_4$ 、 $\vec{P}_5$ (圖 2a) 作用在剛体的同一点上, 或者这些力的作用線相交於一点, 則这些力可以化为一个合力,



圖 1



圖 2a

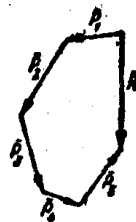


圖 2b

这合力通过所有的力的共同作用点。其大小可将給知力逐一按平行四边形規則相加或由作力多边形而相加（圖26），則合成就可以求得，而連結第一个力的起点与末一个力的終点的向量（力多边形的封閉边）就是給知力的合力（力多边形規則）。同时，力相加的次序對於最后結果並無任何影响。

在求合力的分析法中，选择原点可在所有給知力的共同作用点上的一个直角坐标系並將这些力投影在三个坐标軸方向上。

合力的投影：

$$R_x = R \cos \alpha = \sum P_i \cos \alpha_i = \sum X_i;$$

$$R_y = R \cos \beta = \sum P_i \cos \beta_i = \sum Y_i;$$

$$R_z = R \cos \gamma = \sum P_i \cos \gamma_i = \sum Z_i.$$

合力的大小作为平行六面体的对角線求出：

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2},$$

而它与坐标軸間的角由等式

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}};$$

$$\cos \beta = \frac{R_y}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}};$$

$$\cos \gamma = \frac{R_z}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}}.$$

求出。

力的平衡。有共同作用点的諸力平衡的条件在於：它們的合力 $\overline{R}$ 等於零，即这些力的力多边形自行封閉；此条件分析地表示为：

$$\sum X_i = 0; \quad \sum Y_i = 0; \quad \sum Z_i = 0$$

所有各力在每一坐标軸上的投影之和等於零）。

力的分解。分解給知力 $\overline{P}$ 沿着与它位於同一平面內的兩個已

知方向 1 与 2 的問題，唯一的方法是作平行四边形解之，平行四边形的边为已知方向 1 与 2，而給知力 $\overline{P}$ (圖 3) 就是它的对角線。

沿着不位於同一平面內的三个方向 1、2、3，力 $\overline{P}$ 可以用唯一的方式分解。即可以用类似前面的方法解此問題——作出平行六面体，其稜为已知的方向，給知力 $\overline{P}$ (圖 4) 为它的对角線。

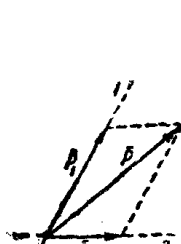


圖 3

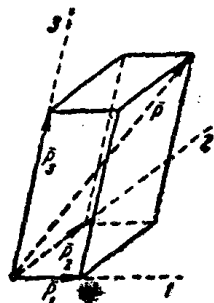


圖 4

分解力 $\overline{P}$ 沿着与它位於同一平面內的三个或更多的已知方向，或者沿着不位於同一平面內的多於三个已知方向，已經是一个不定的問題。

平 行 力

平行力的合成。如果作用在剛体上的兩給知力 $\overline{P}_1$ 与 $\overline{P}_2$ 的作用線平行，而且这些力指向相同，則这样的兩力化为一个合力 $\overline{R}$ ，其值等於兩給知力的算术和，那就是， $R = P_1 + P_2$ (圖 5)。 $\overline{R}$ 的作用線平行於給知力的作用線且內分它們之間的距离为兩線段，此兩線段之長与这些力的大小成反比，即 $\frac{AC}{CB} = \frac{P_2}{P_1}$ 。如果力 $\overline{P}_1$ 与 $\overline{P}_2$ 指向不同（反向平行）且数值上不相等，則在此情形下它們的合力数值上等於它們的差並且指向与較大的力相同 (圖 6)。此合力的作用線以比例 $\frac{P_2}{P_1}$ 外分距离 AB ；因此，以前的

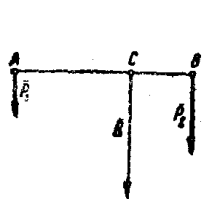


圖 5

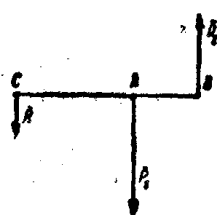


圖 6

比例形式在此情形下也还是成立的，不过点 C 位於線段 AB 之外，在較大的力一边。由此比例得到（在兩種情形下）下列等式：

$$\frac{AC}{P_2} = \frac{CB}{P_1} = \frac{AB}{R},$$

由此

$$AC = \frac{P_2}{R} AB \text{ 与 } CB = \frac{P_1}{R} AB。$$

如果两个反向平行力数值上相等，那就是， $\overline{P_1} = -\overline{P_2}$ ，则它们形成一个力偶。这样的两个数值上相等的反向平行力不能化为一个合力，换句话说，**力偶没有合力**。

反面的问题也易于解决：分解给知力 $\overline{R}$ 为两个与它平行的分力，它们的作用线应当通过两已知点 A 与 B 。因为所求分力的作用线为已知，则所余的仅要求出它们的数值。既然点 A 与 B 已知，则距离 AB 、 AC 与 CB 将为已知（点 C 为力 R 的作用线与直线 AB 的交点），而因此由上述比例求得

$$P_1 = \frac{CB}{AB} R \text{ 与 } P_2 = \frac{AC}{AB} R。$$

如果在刚体上作用有一些指向相同的平行力，则由逐次的合成，这些力化为一个合力，平行于给知力，指向相同且数值上等于它们的算术和。如果作用着的平行力中某些力指向一边，而其他的力指向相反的一边，这力系或者化为一个合力，数值上等于所有给知力的代数和，或者化为一个力偶（在此情形下所有给知力的代数和等于零），或者处于平衡，即化为两个力，数值上相等沿着同一直线且指向相反。

平行力的中心。给知诸平行力的合力的作用线所通过的一点并且此点的位置只依赖于给知诸平行力的大小和它们的作用点但不依赖于它们的方向，这样的点称为**给知平行力系的中心**。所以，如果规定给知诸平行力的作用点和大小而只改变这些力的方向，但它们仍保持着平行性，则这些力的合力，虽然改变着自己的方向，但总将通过一点——这些平行力的中心。如果平行力是给知物体的质点的重量，则这样的平行力的中心称为此物体的**重**

心。平行力的中心 C_c 的坐标决定於公式

$$x_c = \frac{\sum P_i x_i}{\sum P_i}; \quad y_c = \frac{\sum P_i y_i}{\sum P_i}; \quad z_c = \frac{\sum P_i z_i}{\sum P_i}.$$

在这些公式中, x_i, y_i, z_i 表示給知諸平行力的作用点的坐标, 而这些力的数值 P_i 取代数值, 即指向於一边的力認為是正的, 而指向於相反的一边的力認為是負的。

力 矩

力偶矩。力偶的变换。某向量的数值等於力偶中的某力的大小乘以此力偶的臂, 即乘以力偶的力作用線間的距离, 这向量称为**給知力偶的矩**。此向量沿着力偶平面的垂線指向那一边, 使得自此向量端点朝着力偶的觀察者將會見到力偶的兩力对此力偶的臂的中点指向逆时針方向 (圖 7)。至於此向量的作用点 (它的起点) 可以任意选择, 那就是, 力偶矩是

自由向量。力偶作用在給知剛体上的效用完全由其向量矩来确定。由此推知:

1) 如果兩力偶有大小相等的向量矩 (即数值上相等, 平行且指向同一边), 則

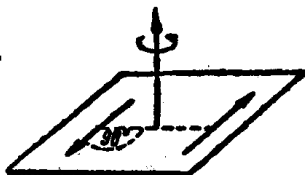


圖 7

这些力偶**互等**, 即它們在給知剛体上产生一样的作用, 因而可以互相代替; 2) 不改变給知力偶在物体上的作用, 可以引入此力偶的任何变换, 在此变换时其向量矩保持不变。所以可以随意將給知力偶在其平面內移动; 可以移动力偶至另一与此力偶平面平行的平面; 另外可以改变給知力偶的力的大小和臂, 但使它的矩的大小保持不变。

力偶的合成。如果在給知剛体上作用有一在空間任意分佈的力偶系, 則这些力偶总是可以化为一个合成力偶, 其矩等於給知各力偶矩的几何和; 所以, 力偶合成的运算化为它們的向量矩根据多边形規則的加法。如果 (在特殊情形下) 所有給知力偶均位於同一平面內, 因而它們的矩平行, 則在此情形下它們可以代数

地相加，並且指向一边的矩被認為是正的，而指向相反边的矩被認為是負的。如果給知力偶的向量矩之和等於零，則这些力偶互相平衡。

力對於點之矩。如果由向量 $\overrightarrow{AB}$ 所表示的力 $\overline{P}$ 作用在物体上，且一任意點 O (圖8)為給知，則与力偶矩相似，此力對於點

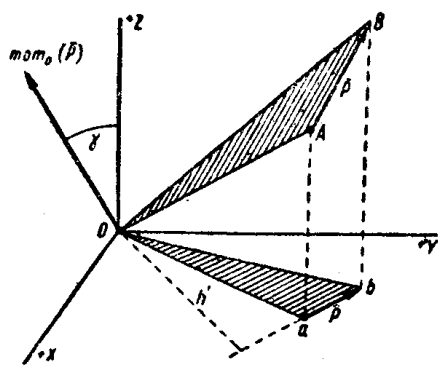


圖 8

O 之矩也可以向量形式表示之。此向量作用在點 O 並沿着三角形 OAB 的平面的垂線指向那一邊，使得自此向量端點朝着此三角形的觀察者將會見到力 $\overline{P}$ 對於點 O 指向逆時針方向。此向量的大小(模)等於已知力的大小乘以它對於點 O 之臂的乘積，即乘以自點 O 至

力 $\overline{P}$ 作用線所作垂線之長 h (即乘以三角形 OAB 之高)，所以 $|mom_o(\overline{P})| = Ph = 2 \times OAB$ 的面积。

如果在給知物体上作用有可化為一個合力 $\overline{R}$ 的力系 $\overline{P}_i$ ，則此合力對於任意點 O 之矩等於力系 $\overline{P}_i$ 對於同一点之矩的几何和(伐里囊定理)，即

$$mom_o(\overline{R}) = \sum mom_o(\overline{P}_i).$$

如果力系 $\overline{P}_i$ 位於同一平面內，則它們對於位於同平面內的任意點的矩沿着同一直線的方向，因而在此情形下这些矩代数地相加，並且規定於給知點沿逆時針方向的力矩被認為是正的，而沿着順時針方向的力矩被認為是負的。

在力偶的情形下，这力偶的力對於任意點 O 之矩的几何和为常量，且等於这力偶的向量矩，即

$$mom(\overline{P} - \overline{P}) = mom_o(\overline{P}) + mom_o(-\overline{P}).$$

力對於軸之矩。除了力對於點之矩外，在力学中还必須研究

力對於軸之矩；為了求出力 $\bar{P}$ 對於給知軸 z （圖 8）之矩，應當將這力投影到垂直於這軸的平面上，例如投影到平面 Oxy 上，並且應當將所得投影的數值 p 乘以自 z 軸與此平面的交點 O 作向此投影線上的垂線長 h' ，即

$$mom_z(\bar{P}) = h'p = 2 \times \text{面積} Oab。$$

同時，如果對於自給知軸的正端觀看的觀察者來說，力 $\bar{P}$ 在垂直於此軸的平面上的投影對於給知軸與此平面的交點將指向逆時針方向，此矩被認為是正的；在相反情形下矩被認為是負的；所以，力對於軸之矩是無向量的代數值。如果力與給知軸位於同一平面內，則力對於此軸之矩為零，因為在此情形下或者 $p=0$ （力平行於軸），或者 $h'=0$ （力的作用線通過軸）。

力 $\bar{P}$ 對於坐標軸 x, y, z 之矩分析地由公式

$$mom_x(\bar{P}) = yZ - zY; \quad mom_y(\bar{P}) = zX - xZ;$$

$$mom_z(\bar{P}) = xY - yx$$

求得，式中 x, y, z 表示給知力作用點的坐標，而 X, Y, Z 表示力在坐標軸上的投影。

對於軸之矩，正如力對於點之矩一樣，伐里囊定理也是成立的，即

$$mom_x(\bar{R}) = \Sigma mom_x(\bar{P}_i)。$$

如果以 γ （圖 8）表示向量 $mom_o(\bar{P})$ 與 z 軸正向間的夾角，則此向量在 z 軸上的投影將等於

$$|mom_o(\bar{P})| \cos \gamma = 2 \times \text{面積} OAB \cos \gamma。$$

但三角形 oab 為三角形 OAB 在垂直於 z 軸的平面 xoy 上的投影，因而

$$2 \times \text{面積} OAB \cos \gamma = 2 \times \text{面積} Oab = mom_z(\bar{P})。$$

所以，

$$|mom_o(\bar{P})| \cos \gamma = mom_z(\bar{P})，$$

即力對於給知點之向量矩在通過此點之任意軸上的投影等於比力

對於同一軸之矩。

如果在可以繞固定軸轉動的給知剛體上作用有力系 $\overline{P}_i$ ，則當此物體平衡時，力 $\overline{P}_i$ 對於物體的轉動軸之矩的代數和必須等於零。

這一繞固定軸轉動的剛體的平衡條件，經常用於靜力學的問題中，例如用於屬於槓桿平衡情形的問題中。

平 面 力 系

力系向給知中心的簡化。 應用力的作用點沿此力作用線移動的可能性以及平行四邊形規則，位於同一平面內的力系可以化為一個合力或者化為一個力偶。

但是在研究平面力系時通常應用另一方法，這方法稱為**力系向給知中心的簡化**。

應當記住，作為滑動向量，力僅可沿着它的作用線移動。

當力 $\overline{P}$ 平行移動至另一點（至位置 $\overline{P}_1$ ），此點位於距離力 $\overline{P}$ 的作用線為 d 處，則得一附加力偶，其矩等於 $M = Pd$ （圖 9）。

當應用力向給知中心簡化的方法時也用到這一輔助定理，此方法如下述：選擇位於給知力系平面內的任意點 O ，稱為**簡化中心**，將所有的力平行於自身移動至該點，並且在每一力移動時得到一附加力偶，其向量矩等於此力對於選定的簡化中心之矩。將所有移來的力根據力多邊形規則相加並化為一個力 $\overline{R}$ ，稱為給知力系的主向量。再將所有的附加力偶相加，將它們化為一個力偶，其矩 M_0 稱為給知力系對於中心 O 的主矩。此時

$$\overline{R} = \sum \overline{P}_i;$$

$$R_x = \sum X_i; R_y = \sum Y_i \text{ 與 } M_0 = \sum mom_o(\overline{P}_i) \\ = \sum (x_i Y_i - y_i X_i)。$$

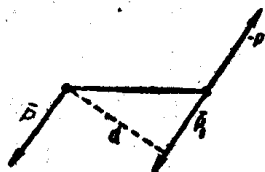


圖 9

平面力系的平衡条件。 如果平面力系处于平衡，则此力系的主向量和它的主矩必须等于零；所以

$$\sum X_i = 0; \sum Y_i = 0 \text{ 与 } \sum (x_i Y_i - y_i X_i) = 0。$$

如果使平面力系中所有的力对于不位于同一直线上的任选的三点中每一点之矩的和均等于零，平面力系的这三个平衡条件可表为另一形式。

在解静力学问题时，经常在两个支座反力中只有其中一个力的方向为已知，则应用下列定理很是便利：**如果三个不平行的力处于平衡，则这些力的作用线相交于一点。**在此情形下支座反力可由此理由确定，即在所述定理的基础上所有主动力的合力的作用线与两支座反力的作用线应当相交于一点而且这三力的力多边形亦应当是封闭的。

例。 在图10上表一起重机图形。上面轴承的支座反力 $\bar{R}_B$ 为水平指向；支座反力 $\bar{R}_A$ 的作用线应当通过主动力 $\bar{Q}$ 与支座反力 $\bar{R}_B$ 的交点 O ；由此力 $\bar{R}_A$ 的方向可以确定。 $\bar{R}_A$ 与 $\bar{R}_B$ 的大小然后由力三角形决定之。

在解此题的分析法中应当写出作用在起重机上所有的力的三个平衡条件。如果将坐标轴 y 指向 AB 方向，而坐标轴 x 垂直于 AB 方向，然后将所有的力投影在这些轴上并写出所有的力对于点 A 之矩的和，可得下列三方程式：

$$X_A - R_B = 0; Y_A - Q = 0; hR_B - dQ = 0,$$

此处 $h = AB$ ， d 为力 $\bar{Q}$ 对于点 A 之臂，而 X_A 与 Y_A 表示力 $\bar{R}_A$ 在坐标轴上的投影。由此三个方程式可以确定三个未知力

$$X_A = R_B = \frac{dQ}{h}, Y_A = Q。$$

反力之值

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}。$$

如果作用在物体上所有的力（也包括约束反作用力）为平行，则每一力在垂直于这些力的 x 轴上的投影将等于零，而因此

在此情形下不是三个平衡条件而是下列两个平衡条件：

$$\sum Y_i = 0, \sum x_i Y_i = 0。$$

作为第二个例子来考察下列問題。

可化为一个合力 $\bar{R}$ 的一个給知平面力系应当与三个力互相平衡，这三力的作用線 1、2、3 为已知。求这些力的数值(圖 11)。

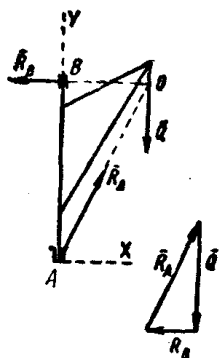


圖 10

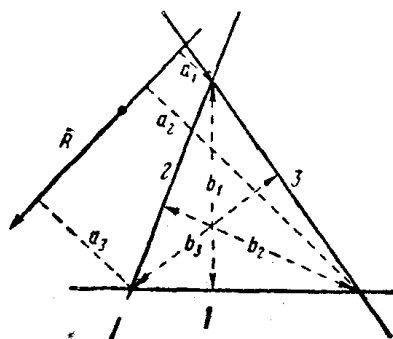


圖 11

为解此問題选取力矩中心在两个已知作用線的交点上，例如在作用線 2 与 3 的交点上；列出此点的力矩方程式 $Ra_1 = P_1 b_1$ ；求得沿着作用線 1 方向的力 $\bar{P}_1$ 的数值： $P_1 = \frac{a_1}{b_1} R$ 。

类似地由對於直線 1 与直線 2 及 3 的交点的力矩方程式求得力 P_2 及 P_3 ：

$$P_2 = \frac{a_2}{b_2} R \quad \text{及} \quad P_3 = \frac{a_3}{b_3} R \text{ ①}。$$

題解仅在这一情形下才为可能，即当三个已知直線 1、2 与 3 不相交於一点。

空 間 力 系

力系向給知中心的簡化。 为了作用在剛体上並任意分佈在空間的諸力 $\bar{P}_i$ 的 合成，可这样进行，即与在合成位於同一平面內

① 在給知中的兩根作用線，例如 2 与 3，为平行的情形下，为了求 P_1 ，应当写出在垂直於这些作用線的軸上的投影方程式。

的諸力時相似。在一般情形下空間力系化為作用在任意選擇的、稱為簡化中心的一點 O 上的一个力 $\bar{R}$ 以及矩 $\bar{M}_O$ 的力偶。

此力 $\bar{R}$ 稱為給知力系的主向量，而向量矩 $\bar{M}_O$ 稱為它的對於所選簡化中心 O 的主矩。

同時：

$$\bar{R} = \sum \bar{P}_i \quad \text{與} \quad \bar{M}_O = \sum mom_O(\bar{P}_i)。$$

由此：

$$\begin{aligned} R_x &= \sum X_i; \quad R_y = \sum Y_i; \quad R_z = \sum Z_i; \\ M_{Ox} &= \sum mom_x(\bar{P}_i) = \sum (y_i Z_i - z_i Y_i); \\ M_{Oy} &= \sum mom_y(\bar{P}_i) = \sum (z_i X_i - x_i Z_i); \\ M_{Oz} &= \sum mom_z(\bar{P}_i) = \sum (x_i Y_i - y_i X_i)。 \end{aligned}$$

由給知力系向任意中心簡化的結果所得到的力偶中的一个力總可以這樣選擇，使得這個力作用在簡化中心。這樣，將這力與主向量相加後，得到兩個成十字形的力。所以，空間力系總可以化為兩個成十字形的力。

平衡的條件。 為了空間力系的平衡，必要而且充分的是（正如為了平面力系的平衡一樣），這力系的主向量和它對於任意選擇的點的主矩應該等於零，或者（在分析式中）給知力系所有的力在三個坐標軸的每一軸上投影之和均等於零以及它們對於這些軸中每一軸之矩的和也等於零。

所以，對於空間力系我們有六個平衡條件：

$$\begin{aligned} \sum X_i &= 0; \quad \sum Y_i = 0; \quad \sum Z_i = 0; \\ \sum (y_i Z_i - z_i Y_i) &= 0; \quad \sum (z_i X_i - x_i Z_i) = 0; \\ \sum (x_i Y_i - y_i X_i) &= 0。 \end{aligned}$$

屬於在空間力系作用下的剛體平衡的靜力學問題可用這六個方程式解出。

用這六個方程式，關於分解任意力 $\bar{P}$ 為沿着已知直線方向的分力的問題也可以解出，因為當改變這些分力的方向為相反的方向

向时，我們得到一个力系，對於它來說，已知力 $\overline{P}$ 为平衡力。所以，所有这些力应当滿足上面所述的六个平衡条件。因为所求分力的作用線为已知，則有了六个方程式，就可以由它們决定六个分力的大小；所以，沿着在空間的六个已知直線分解給知力是一个靜定問題。

如果已知的六根直線是这样分佈，使得可以引一直線通过所有这六根直線而不通过給知力 $\overline{P}$ 的作用線，則此問題將成为不可能。

为解此問題可以選擇兩根軸，通过六根已知直線中的四根直線，並可写出對於这些軸的力矩方程式。在所得的兩個方程式中六个未知力中只含有兩個未知力，它們就可由这些方程式定出。

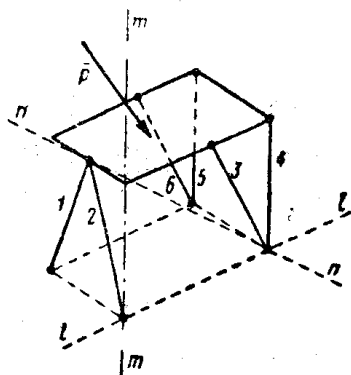


圖 12

例（圖12）。水平板由六根桿子固定並受到集中力 $\overline{P}$ 的作用。直線 mm 与桿1、2、3、4及5相交於有限大或無限大的距离；因此这些桿子的反力對於軸 mm 之矩等於零，因而由對於此軸的力矩方程式可以求出桿6的反力。然后由對於軸 nn 的力矩方程式桿5的反力可以确定。再次由對於軸 ll 的力矩方程式桿1的反力可以求出，如此类推。

所研究过的問題對於固定任意物体在細長桿子上的情形具有重要意义，这些桿子只能承受拉力或者压力，但不能受弯曲应力。

为使問題为靜定的，这样的桿子不应多於六根。

虛 位 移 原 理

在給知瞬时凡为加在質点系上的約束所許可的、此質点系的任何無限小的位移称为此質点系的虛位移（可能位移）。如果以