知名教辅专家 希扬主编

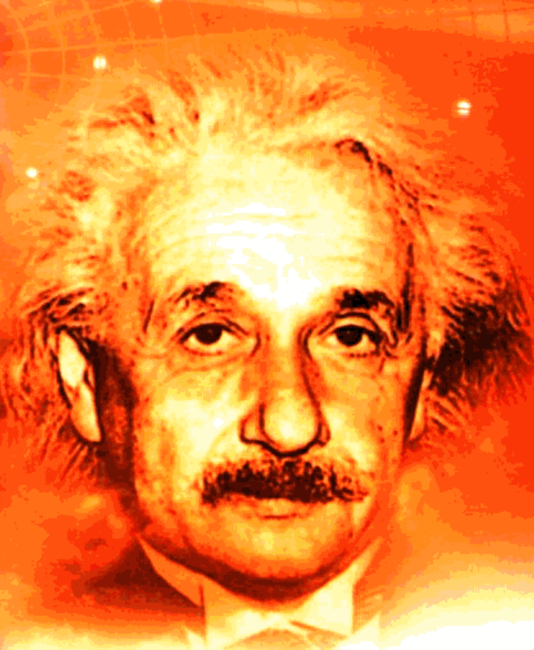
人民教育出版社审定 大象出版社 出版

大象教辅

课堂要革命 学生要创

发散收敛整合

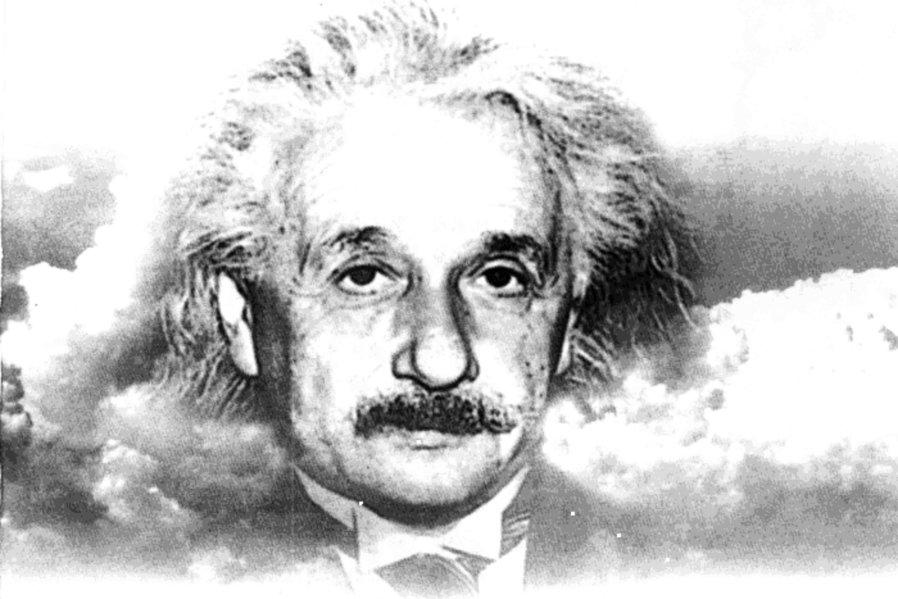
（修订版）



高二数学（下）

本册主编 源 流

发散收敛 知识整合 开放求索



发散·收敛·整合

FASAN SHOULIAN ZHENGHE

（修 订 版）

高二数学（下）

丛书主编：希 扬

本册主编：源 流

本册撰稿：源 流

大象出版社

《发散·收敛·整合》丛书编委会

本册书名　《发散·收敛·整合》(修订版)高二数学(下)

本册主编　源　流

本册撰稿　源　流

责任编辑　徐　君　陈秋枫

出　　版　大象出版社(郑州市经七路25号　邮政编码450002)

发　　行　大象出版社

网　　址　www.daxiang.cn

制　　版　河南大象出版技术服务有限公司

印　　刷　郑州市毛庄印刷厂

版　　次　2003年12月第2版

印　　次　2003年12月第1次印刷

开　　本　890×1240　1/32

印　　张　5.125

字　　数　189千字

印　　数　1—20 000册

书　　号　ISBN 7-5347-2962-9/G·2407

定　　价　5.40元

欲穷千里目　更上一层楼

——《发散·收敛·整合》代序

文因名人撰写，当行之久远；书因名家作序，将蓬荜生辉。而我们既非名人，也非名家，只是参与了希扬主编的《发散·收敛·整合》这套丛书的策划与评审工作，谈谈与主编接触的感受以及评审中的切身体会，也许会在这套书的读者中找到几个知音。

过去的几年

“不曾‘异想’，就不能‘天开’”，“想前人未想之想，事前人未事之事”是主编常爱说的话，常爱做的事。早在几年前，他策划《三点一测》时就说过：“我们为什么不可以编一套教辅，让上百万的学习者、应试者一看就心明眼亮，在学习应试中不走弯路？”几年前，《三点一测》一上市就异军突起，一鸣惊人。之后，他策划一套响一套。而今，即将付梓问世的这套《发散·收敛·整合》丛书，将会以它创意上的独出心裁、内容上的深层魅力、方法上的独树一帜而受到广大读者的喜爱，将是同步教辅图书新的里程碑。

最新的奉献

这套《发散·收敛·整合》丛书，是作者奉献给初一至高三中学生的与教学同步的新型素质教育丛书，是《发散思维大课堂》的姊妹篇。

何谓发散思维、收敛思维、知识整合？

发散思维即求异思维，是通过对已知信息进行多方向、多角度、多渠道的思考，从而悟出新问题、探索新知识或发现多种解答或得出多种结果的思维方式。

收敛思维即求同思维，是指从已知信息中寻觅正确答案的一种有方向、有范围、有层次的思维方式。

发散思维、收敛思维在思维过程中紧密联系，它们是辩证统一的。

前者表现思维的广度，后者体现思维的深度。

知识整合是对学科之间知识、技能的沟通和迁移，使学科知识在更大的范围内综合化，突出知识的运用和创新过程，把综合素质的培养落到实处。

发散—收敛—整合，是新世纪素质教育大课题的三部曲，三者相辅相成。从基础知识的学习到发散思维能力的延伸，再到总结规律，形成自己的知识网络，最后通过知识整合，形成运用所学知识解决问题的能力；由浅入深，由此及彼，环环相扣，有条不紊，体现了学生创新思维的形成全过程。

这套丛书按照新的时代要求和素质教育理念，力图体现新的课程观、教材观、教学观和学习观，以培养学生的创新精神和实践能力为重点，以提高学生综合素质为目标，旨在促进学生主动的、生动活泼的学习，促进学生的全面发展，是一套崭新的，具有开放性、探究性，时代感强，视野开阔，方法独特的素质教育丛书。

真诚的希望

目前，素质教育对教学提出了更高的要求。培养和造就无数有慧心、有灵气、会学习、会沟通、善协作、守诚信、富有团队精神的综合型人才，是我们教育工作者和出版工作者的神圣使命，是我们研究的重大课题。我们殷切地企盼这套丛书问世以后能听到全国莘莘学子与辛勤耕耘的教师们的反馈意见，从而使之在今后的修订中不断臻于完善。

丛书评论组

前　　言

敛散思维即收敛与发散思维。收敛思维又叫求同思维，是指从已知信息中产生逻辑结论，寻觅正确答案的一种有方向、有范围、有层次的思维方式。它是深刻理解概念、正确解决问题、完整掌握知识系统的重要思维方式。发散思维即求异思维。它是对已知信息进行多方向、多角度、多渠道的思考，不局限于既定的理解，从而提出新问题、探索新知识或发现多种解答或得出多种结果的思维方式。

发散思维与收敛思维在思维过程中紧密联系、交替使用，它们是辩证统一的。收敛思维体现思维的深度，发散思维表现思维的广度，二者的有机结合，可缔造灵性空间，活化思维，提高认知水平和创造思维能力，从而达到开启心扉、挖掘潜能、提高整体素质的目的。

本套书以新的教改精神为指导，紧扣最新修订的高中教学大纲，与人教版高中（修订）教材同步，紧密联系学生的学习实际，全面深入地反映 2002 年以来高考试题情况，力求贴近整个教学环节，增强学生思维的灵活性、拓展性，以提高学生解决实际问题的能力。

本套书每章（单元）均由以下六个部分组成：

基础知识指要　依据新修订的教学大纲、考试大纲，指明知识的学习要求和要点，并将整个高中三年的全程目标分解到每章（单元），确保学生达到教学大纲在知识、技能、综合素质诸方面提出的要求。

重点难点剖析　帮助学生突出重点，精辟地分析、引导、诠释疑难问题，提供化解难点的思路和方法。

高考破误捷径　通过对高考试题不同思维方式的分析，寻根探源，释疑解惑，排除思维障碍，点拨避错技巧，从而使读者获得最正确、最简捷的解题思路和方法。

敛散思维导练　通过对题型发散、正向收敛、最优收敛、侧向发散、逆向发散、转化发散、多向发散、综合发散等各种模式例题的分析与指导练习，强化学生思维训练，培养敛散思维能力。

知识整合实践 对学科每章(单元)知识进行全面系统的整理和提炼,加深各个知识点间的联系,在巩固知识的基础上加强运用,提高学生分析问题、解决问题的能力。本栏目中还设置“联系实际指导”、“理(文)科综合园地”、“高考名题点评”、“竞赛新题开悟”四个小栏目并配备了例题。

提高能力测试 每章(单元)设置综合能力测试题一套,用以提高学生对学科知识体系和规律性的整体掌握水平及分析问题、解决问题的能力。这可以帮助学生检验课堂学习效果,同时家长也可借此了解学生对课本各章节知识的掌握程度。书后附有参考答案。

另外,对解题方法及其注意事项和解题时容易犯的错误,在解题结束后,增加了“点评”及“警示误区”,指出其错误的缘由。

本套书主要用到如下敛散思维:

正向收敛 是按照常规习惯形成的,沿着固定方向,采用一定的模式或方法进行思考的思维方式。

最优收敛 是一题多解或构造法中最佳解法的思维方式。

侧向发散 是从知识之间的横向联系出发,即从同一学科的不同分支出发,或从不同学科的有关原理或规律出发,去模拟、构造、分析问题,寻求解答的思维方式。

逆向发散 是从习惯思路的反方向去分析解答问题的思维方式。

转化发散 是保持原命题的实质而变换其形式的思维方式。

多向发散 是从多方面思考同一问题,使思维不局限于一种模式或一个方面,从而获得多种解答的思维方式。

综合发散 是通过教材各章(单元)知识点之间的联系、一个学科与其他学科之间的联系,进行综合思考的一种思维方式。

这套书由浅入深,精析多练,学练结合,阶梯训练,逐步提高,并揭示高考的测试规律,使学生的复习与应试实际更贴近,从而提高学生灵活运用知识的能力,增强迁移应变和创造性思维能力。这套书出版以来,受到师生的欢迎。今年再版时,结合新修订的教材和高考的新情况,我们对这套书进行了修订,使它渐臻完善。

编　者

目　录

发散·收敛·整合

高二数学(上)

第九章　直线、平面、简单几何体

基础知识指要

本章内容分为两大部分：第一部分是直线与平面；第二部分是简单几何体.

第一部分直线与平面，其核心内容是平面、平面的基本性质，空间中直线与直线、直线与平面、平面与平面的位置关系. 其实质是不同层次的平行、垂直关系的相互转化. 任何一个位置关系的证明题，都要求求证者把已知的某些位置关系转化为求证的位置关系. 证明过程就是寻求或创造条件完成这种转化的过程.

第二部分简单几何体，其内容是棱柱、棱锥、多面体欧拉公式的发现、球的概念和性质，以及一些有关的面积和体积的计算.

从直线（一维）到平面（二维），再到空间（三维），称为升维；将空间图形中的点、线、面转移到同一平面中来称为降维. 升维与降维的互相转化是研究立体几何的最基本思想方法. 学好本章知识必须系统地掌握如下内容.

一、空间直线和平面

（一）平面

1. 平面的概念

“平面”是一个只描述而不定义的最基本的原始概念，对这一概念应理解三点：

（1）“平面”是平的；

（2）“平面”无厚度；

（3）“平面”可以向四面八方无限延伸（与一条直线可以向两端无限延伸一样），因此，平面是无边界的.

2. 平面的表示

平面通常用一个平行四边形来表示，对水平位置的平面，一般是画一个锐角为45°、横边为邻边2倍的平行四边形来表示，这个平行四边形是表示它所在的整个平面，如图9-1(a)、(b). 在画铅垂平面时，要有一组对边为铅垂线，如图9-1(c). 画两相交平面时，一定要画出它们的交线，如图9-1(d). 此时应注意，当一个平面的一部分被另一个平面遮住时，应把被遮住部分的线段画成虚线或不画，以加强立体感.

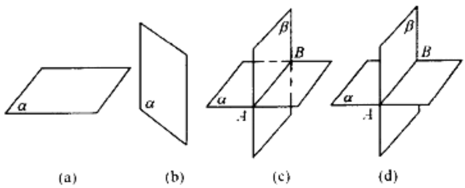


图 9-1

3. 平面的基本性质

平面的基本性质是研究点、直线、平面的最基本关系的依据，它包括三个公理及三个推论.

(1) 判定直线在平面内的依据：

公理 1　如果一条直线上的两点在一个平面内，那么这条直线上的所有点都在这个平面内.

(2) 判定两平面有交线及交线位置的依据：

公理 2　如果两个平面有一个公共点，那么它们还有其他公共点，且这些公共点的集合是一条直线.

(3) 确定平面的条件：

公理 3　经过不在同一条直线上的三点有且只有一个平面.

推论 1　经过一条直线和直线外的一点有且只有一个平面.

推论 2　经过两条相交直线有且只有一个平面.

推论 3　经过两条平行直线有且只有一个平面.

(二) 线线、线面、面面的位置关系

1. 位置关系

(1) 线线：直线与直线的位置关系简称线线位置关系.

$$\left.\begin{array}{l}\text{共面直线}\left\{\begin{array}{l}\text{相交直线——有且只有一个公共点；}\\\text{平行直线}\end{array}\right.\\\text{异面直线}\end{array}\right\}\text{无公共点.}$$

(2) 线面：直线与平面的位置关系简称为线面关系.

$$\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\text{直线在平面内}\\\text{直线在平面外}\left\{\begin{array}{l}\text{直线和平面相交}\\\text{直线和平面平行——无公共点.}\end{array}\right.\end{array}\right.\end{array}$$

直线在平面内、直线和平面相交：有$\dfrac{\text{无数}}{\text{一个}}$公共点；

(3) 面面：平面与平面的位置关系简称为面面关系.

两平面平行——没有公共点的两个平面互相平行；

两平面相交——有一条公共直线.

2. 两条直线平行的判定法

(1) 在同一平面内,没有公共点.

(2) 平行于同一条直线的两条直线互相平行(简称空间平行线的传递性).

(3) 如果一条直线和一个平面平行,经过这条直线的平面和这个平面相交,那么这条直线就和交线平行.

(4) 如果两条直线同垂直于一个平面,那么这两条直线平行.

(5) 如果两个平行平面同时和第三个平面相交,那么它们的交线平行.

(6) 三个平面两两相交于三条直线,如果其中两条平行,那么第三条也和它们平行.

3. 两条直线垂直的判定法

(1) 一条直线垂直于一个平面,则它和平面内的任何一条直线都垂直.

(2) 如果一条直线和两条平行直线中一条垂直,那么它也和另一条垂直.

(3) 如果一条直线平行于一个平面,那么这个平面的任何垂线都和这条直线垂直.

(4) 三垂线定理 在平面内的一条直线,如果和这个平面的一条斜线的射影垂直,那么它也和这条斜线垂直.

(5) 三垂线定理的逆定理:在平面内的一条直线,如果和这个平面的一条斜线垂直,那么它也和这条斜线的射影垂直.

4. 直线和平面平行的判定法

(1) 如果一条直线和一个平面没有公共点,那么这条直线和这个平面平行.

(2) 如果平面外的一条直线和这个平面内的一条直线平行,那么这条直线和这个平面平行.

(3) 如果平面外的两条平行线中有一条和平面平行,那么另一条也和这个平面平行.

(4) 如果两个平面平行,那么一个平面内的任何一条直线都平行于另一平面.

(5) 一个平面和不在这平面内的一条直线都垂直于另一个平面,那么这条直线平行于这个平面.

5. 直线和平面垂直的判定法

(1) 如果一条直线和平面内的任何一条直线都垂直,那么这条直线垂直于这个平面.

(2) 如果一条直线和一个平面内的两条相交直线都垂直,那么这条直线垂直于这个平面.

(3) 如果两条平行线中的一条垂直于一个平面,那么另一条也垂直于这个平面.

(4) 如果两个平面垂直,那么在一个平面内垂直于它们交线的直线垂直于另

一个平面.

(5) 如果两个相交的平面都垂直于第三个平面,那么它们的交线也垂直于第三个平面.

(6) 如果三条共点直线两两垂直,那么其中一条直线垂直于另两条所确定的平面.

6. 平面和平面平行的判定法

(1) 如果两个平面没有公共点,那么这两个平面互相平行.

(2) 如果一个平面内的两条相交直线都平行于另一个平面,那么这两个平面平行.

(3) 垂直于同一直线的两平面互相平行.

(4) 平行于同一平面的两平面互相平行.

7. 两平面垂直判定定理和性质定理

(1) 判定定理　如果一个平面经过另一个平面的一条垂线,那么这两个平面垂直.

(2) 性质定理

性质1　如果两个平面互相垂直,那么在一个平面内垂直于它们交线的直线垂直于另一个平面.

性质2　如果两个平面互相垂直,那么经过第一个平面内一点垂直于第二个平面的直线在第一个平面内.

性质3　如果两个相交平面都垂直于第三个平面,那么它们的交线必垂直于第三个平面.

(三) 夹角与距离

1. 夹角

(1) 平面的斜线和平面所成的角

① 斜线和平面所成的角　一个平面的斜线和它在这个平面内的射影的夹角,叫做斜线和平面所成的角(或斜线和平面的夹角).

如果直线和平面垂直,那么说直线和平面所成的角是直角;如果直线和平面平行或在平面内,那么说直线和平面所成的角是0°的角.

② 平面的斜线和它在平面内的射影所成的角,是斜线和这个平面内任一条直线所成的角中最小的角.

即 $\cos\theta=\cos\theta_1\cos\theta_2$.

其中 $0<\cos\theta_2<1$, $\cos\theta<\cos\theta_1$, $\theta_1<\theta$.

(2) 二面角及平面与平面的垂直关系

① 二面角的概念　从平面内任一条直线出发的两个半平面所组成的图形叫二面角.

这条直线叫做二面角的棱，每个半平面叫做二面角的面.

② 二面角的平面角

一个平面垂直于二面角 α-l-β 的棱 l，且与两个半平面分别交于射线 OA、OB，O 为垂足，则 $\angle AOB$ 叫做二面角 α-l-β 的平面角.

平面角是直角的二面角叫做直二面角. 相交成直二面角的两个平面，叫做互相垂直的平面.

2. 距离

(1) 点到平面的距离

一点到它在一个平面内的正射影的距离叫做这一点到这个平面的距离.

(2) 直线到与它平行平面的距离

一条直线上的任一点到与它平行的平面的距离，叫做这条直线到平面的距离.

(3) 两个平行平面的距离

① 和两个平行平面同时垂直的直线，叫做这两个平面的公垂线.

② 公垂线夹在平行平面间的部分，叫做这两个平面的公垂线段.

③ 两个平行平面的公垂线段的长度，叫做两个平行平面的距离.

(4) 异面直线的距离

① 和两条异面直线都垂直相交的直线叫做两条异面直线的公垂线.

② 任意两条异面直线有且只有一条公垂线.

③ 两条异面直线的公垂线段长是分别连结两条异面直线上两点的线段中最短的一条.

④ 两条异面直线的公垂线段的长度，叫做两条异面直线的距离.

二、简单多面体与球

(一) 棱柱与棱锥

1. 棱柱

(1) 棱柱的概念　有两个面互相平行，其余各面都是四边形并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行，由这些面所围成的几何体叫做棱柱.

(2) 棱柱的性质　棱柱的侧棱都相等，侧面是平行四边形；棱柱的两个底面与平行于底面的截面是全等的多边形；过不相邻的两条侧棱的截面是平行四边形.

(3) 长方体性质定理，长方体的一条对角线长等于一个顶点上三条棱长的平方和.

2. 棱锥

(1) 棱锥的性质　如果棱锥被平行于底面的平面所截，那么所得的截面与底面相似，截面面积与底面面积的比等于顶点到截面距离与棱锥高的平方比.

(2) 正棱锥的性质　正棱锥各侧棱相等，各侧面都是全等的等腰三角形，各等腰三角形底边上的高相等(它叫做正棱锥的斜高). 正棱锥的高、斜高和斜高在底

面内的射影组成一个直角三角形,正棱锥的高、侧棱、侧棱在底面内的射影也组成一个直角三角形.

(二) 多面体欧拉公式

欧拉公式　简单多面体的顶点数 V、棱数 E 及面数 F 间有关系:$V+F-E=2$.

(三) 球

1. 球的性质

球心和截面圆心的连线垂直于截面;球心到截面的距离 d 与球的半径 R 及截面的半径 r 关系为:$r=\sqrt{R^2-d^2}$.

2. 球面距离

球面上两点之间的最短距离,就是经过两点的大圆在这两点间的一段劣弧的长度.这个弧长叫做两点的球面距离.

3. 球的体积公式

半径是 R 的球的体积是:$V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

4. 球的表面积公式

半径是 R 的球的表面积是:$S=4\pi R^2$.

重点难点剖析

本章共有 23 个知识点,即:平面及其基本性质;平面直观图的画法;平行直线;对应边分别平行的角;异面直线所成的角;异面直线的公垂线;异面直线的距离;直线和平面平行的判定与性质;直线和平面垂直的判定与性质;点到平面的距离;斜线在平面上的射影;直线和平面所成的角;三垂线定理及其逆定理;平面与平面平行的判定与性质;平行平面间的距离;二面角及其平面角;两个平面垂直的判定与性质;多面体;棱柱;棱锥;正多面体;多面体欧拉公式的发现;球.

本章重点是空间元素的位置关系(平行和垂直、异面直线)的判断,空间距离和空间角的计算;棱柱的概念及其分类,棱柱的性质;棱锥的概念及正棱锥的性质;球的性质及其表面积公式和体积公式;多面体及球的截面问题;对欧拉公式进行了发现式的学习.

本章难点是平面概念的理解和深化;掌握用反证法证明命题的思路;利用平面的基本性质论证有关点或线的共面问题;求异面直线所成的角与距离;用集合观点认识空间图形并会正确运用符号语言;能作含主要元素的截面图,能将立体几何问题转化为平面几何问题解决.

关于论证平行、垂直问题的思维方法一般分别是由线线平行推出线面平行,进

而由线面平行推得面面平行；由线线垂直推出线面垂直，进而由线面垂直推得面面垂直.

关于多面体和旋转体问题与平面几何有着密切的联系，它们的局部性质往往可以通过平面图形的性质去研究，利用截面可以将棱柱中的元素关系转化为平行四边形中的元素关系，棱锥中的元素关系转化为三角形中的元素关系，球体中的元素关系转化为圆中的元素关系等，这是立体几何问题转化为平面几何问题的常用方法之一.

通过对简单几何体的学习，使学生对空间线面关系的理解踏上了一个新的台阶，从而达到提高空间想像能力、逻辑推理能力、分析问题解决问题的能力的目的.

高考破误捷径

本章解题避开如下误区，方可进入捷径.

1. 概念误区：三垂线定理及其逆定理是立体几何中常见的定理. 要分清楚何时应用原定理，何时应用逆定理，应避免内容颠倒.

2. 审题误区：

（1）正确地画图与识图是解题的基本前提，往往因画错图，导致失误.

（2）求角或距离的步骤是“一作、二证、三计算”. 即先作出所求角或表示距离的线段，再证明它就是所要求的角或距离，然后再进行计算. 有时不通过证明就直接计算，往往造成失误.

3. 运算误区：应该从文字语言、符号、图形三方面准确理解教材中的有关定理和性质，这三方面的转换是保证正确解题的关键，往往因错误的转换，不等价的转化导致失误.

4. 证题误区：立体几何中的推理证明必须准确、规范，步步有据，否则，随心所欲，贸然作答，将会导致失误.

5. 结论误区：将空间几何体“展开”为平面，要特别注意展开前后元素间的数量、位置关系的变或不变. 如果在这方面思路模糊，将导致结论失误.

例1　对于直线 m、n 和平面 α、β，$\alpha\perp\beta$ 的一个充分条件是（　　）.

(A) $m\perp n, m/\!/\alpha, n/\!/\beta$　　(B) $m\perp n, \alpha\cap\beta=m, n\subset\alpha$

(C) $m/\!/n, n\perp\beta, m\subset\alpha$　　(D) $m/\!/n, m\perp\alpha, n\perp\beta$

分析　用排除法.

解　对于(A)，由 $m\perp n, m/\!/\alpha, n/\!/\beta$，此时 α、β 位置关系不确定，可能相交、平行、垂直，故不对.

对于(B)，由 $m\perp n, \alpha\cap\beta=m, n\subset\alpha$，此时，$\alpha$、$\beta$ 相交，但不一定垂直.

对于(D)，由 $m/\!/n$，$m\perp\alpha$，$n\perp\beta$，此时，α、β 可能平行.

对于(C)，由 $m/\!/n$，$n\perp\beta$，$m\subset\alpha$，则 $m\perp\beta$，显然 $\alpha\perp\beta$.

故本题应选(C).

警示误区

错解　选(A)、(B)、(C).

错解分析　由于使一个命题成立的充分条件往往不是惟一的，在四个选项中，到底哪一个是充分条件，应注意使用举反例和特例的思考方法进行分析.

例 2　(全国高考试题)

已知斜三棱柱 $ABC—A_1B_1C_1$ 的侧面 A_1ACC_1 与底面 ABC 垂直，$\angle ABC=90°$，$BC=2$，$AC=2\sqrt{3}$，且 $AA_1\perp A_1C$，$AA_1=A_1C$.

(1) 求侧棱 A_1A 与底面 ABC 所成角的大小.

(2) 求侧面 A_1ABB_1 与底面 ABC 所成二面角的大小.

(3) 求 C 到侧面 A_1ABB_1 的距离.

(1) **解**　欲求侧棱 A_1A 与底面 ABC 所成角的大小，必须先作出该角，根据侧面 $A_1ACC_1\perp$ 底面 ABC，可作 $A_1D\perp AC$ 于 D，如图 9-2，易知 $\angle A_1AC$ 就是 A_1A 与底面 ABC 所成角，由于 $\triangle A_1AC$ 是等腰直角三角形，故 $\angle A_1AC=45°$.

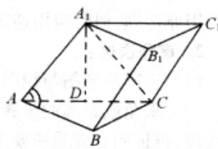


图 9-2

(2) **分析**　本题是关于求二面角的大小问题，常有两种处理途径：第一种是先通过构造二面角的平面角，再尽量将其放在一个特殊的图形之中，结合三角知识来求得；另一种途径是利用公式 $\cos\alpha=\dfrac{S_{\text{射影}}}{S_{\text{原图形}}}$ 来求得，其中 α 是二面角的大小，$S_{\text{原图形}}$ 是指二面角中一个面内某个图形的面积，$S_{\text{射影}}$ 是指该图形在另一个面上的射影图形的面积.

解法 1　因为第(1)问中已证得 $A_1D\perp$ 平面 ABC，所以，可以用三垂线定理或其逆定理作根据，构造二面角的平面角，在平面 A_1ABB_1 内作 $A_1E\perp AB$ 于 E，连 DE，易知 $\angle A_1ED$ 就是二面角 A_1-AB-C 的平面角，只要在 $\mathrm{Rt}\triangle A_1DE$ 中，利用已知条件求得 A_1D、DE，从而使问题获得解决.

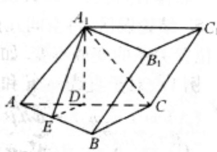


图 9-3

解法 2　因为已知 $\angle ABC=90°$，即 $AB\perp BC$，所以，可考虑到以定义为根据，构造二面角 A_1-BA-C 的平面角，即在平面 A_1ABB_1 内作 $BF\perp A_1B_1$，并交 A_1B_1 于点 F，则易知 $\angle FBC$ 就是二面角 A_1-AB-C 的平面角，因此，

剩下的就要将该角构置于一个特殊平面图形中，再结合三角知识等来处理，在平面 $A_1B_1C_1$ 内作 FG 平行 B_1C_1 交 A_1C_1 于点 G，于是 $A_1B_1\perp$ 平面 $FBCG$，容易证明 $CG\perp A_1C_1$，G 点和 F 点分别是 A_1C_1、A_1B_1 的中点，因此，$CG=\sqrt{3}$，$FG=1$，$FB_1=\sqrt{2}$，$BB_1=CC_1=\sqrt{6}$，

$\therefore\ BF=\sqrt{B_1B^2-B_1F^2}=2$，$CF=\sqrt{CG^2+FG^2}=2$，

故 $\triangle FBC$ 为正三角形，则 $\angle FBC=60°$.

解法3　取 A_1C_1 的中点 G，则平面 BCG 交直线 A_1B_1 于点 F，连结 FG、BF，由平面 $A_1B_1C_1\,/\!/$ 平面 ABC，

则 $BC\,/\!/\,FG$，易证 $\angle FBC$ 是二面角 A_1-AB-C 的平面角.

同思路2可求得 $\angle FBC=60°$.

此外，根据已知条件及图形的特点，本题还可以考虑应用例题的结论作解答，由于平面 $ABC\perp$ 平面 A_1ACC_1（如图9-4）易证：$\cos\angle A_1AB=\cos\angle BAC\cdot\cos\angle A_1AC$，而由（Ⅰ）知 $\angle A_1AC=45°$，$AB=2\sqrt{2}$.

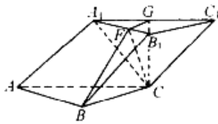


图9-4

又 $\because\ AC=2\sqrt{3}$，$\cos\angle BAC=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

$\therefore\ \cos\angle A_1AB=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. 可得 $\sin\angle A_1AB=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，设所求二面角为 α，$\dfrac{AD}{A_1A}=\dfrac{AD^2}{AD\cdot A_1A}=$

$\dfrac{AE^2+ED^2}{AD\cdot A_1A}=\dfrac{AE^2}{AD\cdot A_1A}+\dfrac{ED^2}{AD\cdot A_1A}=\dfrac{AE}{AD}\cdot\dfrac{AE}{A_1A}+\dfrac{ED}{AD}\cdot\dfrac{A_1E}{A_1A}\cdot\dfrac{ED}{A_1E}$，

即 $\cos\angle A_1AC=\cos\angle BAC\cdot\cos\angle BAA_1+\sin\angle BAC\cdot\sin\angle BAA_1\cdot\cos\alpha$

由此得 $\cos\alpha=\dfrac{1}{2}$，则 $\alpha=60°$.

（3）**分析**　求点到平面的距离，其常规作法有两种：其一是将该距离当作线段长，再将它构置在一个特殊的平面图形中作解答；其二是把该距离当作某几何体的高，通过等体积法来处理.

解法1　由(2)知.

平面 $A_1ABB_1\perp$ 平面 $FBCG$，$\triangle FBC$ 是等边三角形，所以 $\triangle CFB$ 的边 BF 上的高 CH 满足 $CH\perp$ 平面 A_1ABB_1，因此 CH 即为所求，且 $CH=\sqrt{3}$（如图9-5）.

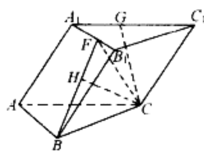


图9-5

解法2　作 $A_1D\perp AC$ 于 D 点，$A_1E\perp AB$ 于 E，连结 DE，作 $CH\perp$ 平面 A_1ABB_1 于点 H，连 AH，交 A_1E 于点 F，易证，$DF=\dfrac{1}{2}CH$，$A_1D=\sqrt{3}$，$DE=1$（如图9-6）.