研究生入学考试物理试题精选详解

（上）

力学

热学

电磁学

光　学

原子与核物理

吉林科学技术出版社

研究生入学考试物理

试题精选详解

（上）

吉林大学

王秉超　傅英凯　回瑞发　编

吉林科学技术出版社

研究生入学考试物理试题精选详解
（上）
吉林大学　王秉超　傅英凯　回瑞发　编
吉林科学技术出版社出版　吉林省新华书店发行
磐石县印刷厂印刷
787×1092毫米16开本　18.75印张　458,000字
1986年8月第1版　1987年6月第2次印刷
印数：2,951—8,130册
统一书号：13376·50　　定价：3.90元
ISBN 7-5384-0032-X/N·4

出 版 說 明

1981年以来，我社相继编辑出版了全国硕士学位研究生入学试题选解（数学、物理、化学化工、力学、电学共五分册）。此书问世后，颇受广大读者的欢迎和青睐，溢美之言，希冀之情，不乏篇篇。

为适应我国研究生教育发展的需要，我们在总结以前组编工作的基础上，又广泛听取了部分高等院校、研究生院教师、研究生和考生的意见。特邀请吉林大学研究生院、天津大学研究生院、大连工学院研究生院历届考生复习指导教师和试卷命题教师编写了《研究生入学试题精选详解》，共六分册，即数学、物理、化学（含化工）、力学、电学、英语等。

由于诸多高等院校和科研院（所）鼎力相助和各位编作者历时一年时间的精心遴选、悉心编纂，使这套书具有如下特点：

1.时间跨度大。这套书主要选集了1981年后的试题，有的分册还增选了1981年前较好的试题，其中英语汇集了1980—1986年全国统考试题。

2.覆盖面积大。其一，它囊括了理工科（含师范）各类院校的基础课、主要专业基础课和部分专业课的内容；其二，每门课程的内容，试题均有涉足；其三，各种形式、各种类型题目齐全；其四，既有考察考生基础知识和基础理论方面的试题，又有考察考生分析问题、解决问题能力方面的试题等等，可以说是汇一帙而无遗。

3.针对性强。考生和招生单位条件各异，情况不尽相同。因此，本书既选集了重点高等院校的试题，又选集了一般院校的试题，还选集了中国科学院属部分院（所）的试题；难易程度不同的试题比例得当，较准确地反映出各类学校、各类专业的不同要求，考生可以量体裁衣，各取所得。

4.试题精炼，解题准确。每册书中各类试题都是从几十所院校、科研院（所）数以千计的试题中筛选的，可堪称是精华荟萃。解题准确，详略得当，对某些要点还给出恰到好处的解析或提示。

“意在言外，思而得之”。纵览全书后，读者可以把握重点，掌握解题思路和方法，达到事半功倍的复习效果。物理分册包括10门课程，762道试题。参加本书编写的人员有：吉林大学物理系回瑞发（力学、热学）、王秉超（电磁学静电部分、光学）、傅英凯（电磁学、原子与核物理学）、董庆德（量子力学）、朱跃银（电动力学）、何岚鹰（固体物理）、吴家琨（热力学与统计物理）、滕凤恩（金属物理与X射线晶体学）等，作者姓名按学科顺序排列。

尽管我们和作者都有一种良好的愿望，试图编好、出好这套书，以飨读者。但是由于编选工作量大，还会有纰漏和谬误之处，敬希读者指正。

藉此机会，我们谨向热情关心、支持编写出版这套书的高等院校、科研院（所）作者以及广大读者表示谢忱。

目　　录

第一部分　力学…………………………………………………………（ 1 ）
一、质点运动学与质点动力学……………………………………（ 1 ）
二、动量·功与能…………………………………………………（ 11 ）
三、定轴转动………………………………………………………（ 24 ）
四、滚动……………………………………………………………（ 41 ）
五、平面平行运动…………………………………………………（ 50 ）
六、振动与波………………………………………………………（ 60 ）
第二部分　热学…………………………………………………………（ 80 ）
一、分子运动论……………………………………………………（ 80 ）
二、热力学…………………………………………………………（ 88 ）
第三部分　电磁学………………………………………………………（109）
一、静电学…………………………………………………………（109）
二、直流电路………………………………………………………（159）
三、磁场……………………………………………………………（164）
四、电磁感应………………………………………………………（174）
五、劳伦兹力………………………………………………………（190）
六、暂态过程………………………………………………………（196）
七、交流电路………………………………………………………（205）
八、电磁场·玻印亭矢量…………………………………………（211）
第四部分　光学…………………………………………………………（217）
一、几何光学与光度学……………………………………………（217）
二、干涉……………………………………………………………（224）
三、衍射……………………………………………………………（250）
四、偏振……………………………………………………………（265）
第五部分　原子与核物理………………………………………………（277）

第一部分　力　学

一、质点运动学与质点动力学

1. 一物体沿x轴运动，其加速度$a=4t$（米/秒^2），当$t=0$时，物体的位置在原点之右20米处，且其速度为10（米/秒），求：（1）物体的速度函数和位置函数表达式$v(t)$及$s(t)$；（2）当$t=2$秒时，物体的速度值和位置值。　　（杭州大学　1985年）

解：（1）由$a=4t$，　$\frac{dv}{dt}=4t$

$$dv=4tdt,\qquad v=\int 4tdt+c=2t^2+c$$

当$t=0$时，$v_0=10$（米/秒），得$c=10$（米/秒），得：

$$v=2t^2+10\quad（米/秒）$$

再由$v=\frac{dx}{dt}$

$$\frac{dx}{dt}=2t^2+10,\qquad dx=2t^2dt+10dt$$

$$x=\frac{2}{3}t^3+10t+c$$

当$t=0$时，$x_0=20$（米），得$c=20$（米），得：

$$x=\frac{2}{3}t^3+10t+20\quad（米）$$

（2）当$t=2$秒时：

$$v=2(2)^2+10=18\ （米/秒）$$

$$x=\frac{16}{3}+20+20=45.3\ （米）$$

2. 如图所示，某人在公路的垂直上方高120米的A处看一汽车由西向东行驶，设汽车为一质点，汽车对观测者（即以A点为极点）的角速度为一常数，等于0.1弧度/秒。求：（1）θ角为0°、45°时汽车的线速度；（2）θ角为45°时，汽车的加速度。（东北工学院　1984年）

解：（1）如图，建立坐标系，以O为原点，则任意时刻汽车位移：

$$s=l\,\mathrm{tg}\,\theta$$

$$v=\frac{ds}{dt}$$

$$=l\left(1+\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\right)\frac{d\theta}{dt}$$

$$=\frac{l}{\cos^2\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt}$$

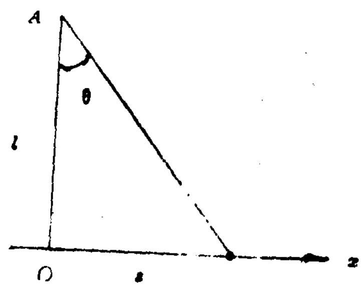

图　1-2

当$\theta=0°$时

$$v=l\cdot\frac{d\theta}{dt}=120\times0.1=12\ (\text{米/秒})$$

当$\theta=45°$时

$$v=2l\frac{d\theta}{dt}=24\ (\text{米/秒})$$

（2）
$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{2l\sin\theta}{\cos^3\theta}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$$

当$\theta=45°$时

$$a=4l\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2=4\times120\times0.01=4.8\ (\text{米/秒}^2)$$

3． 如图所示，一重物P悬于绳的一端，绳长$l=1$米，绳的另一端系于天花板上。重物在一水平面内作匀速圆周运动，转速n为每秒2转，求此时绳子和垂直方向的角度θ。（绳子重量忽略不计）

（东北工学院　1984年）

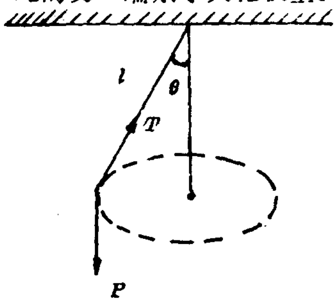

图 1-3

解： 设圆周半径为R，重物质量为m。在竖直方向和水平方向分析力后得：

$$T\cos\theta=mg,\qquad T\sin\theta=mR\omega^2$$

$$\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{g}{R\omega^2}$$

其中　$R=l\cdot\sin\theta$，代入

$$\cos\theta=\frac{g}{l\omega^2}=\frac{g}{16l\pi^2},\qquad \theta=\cos^{-1}\left(\frac{g}{16l\pi^2}\right)$$

4． 用一条长度为L的丝线，栓一质量为m的质点，并以与铅垂线夹角为θ，在水平面内作等速度圆周运动时，试求其转一周所须要的时间（周期：T）。（兰州大学　1979年）

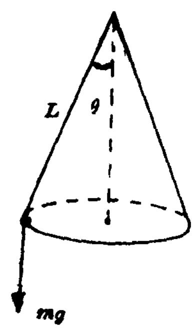

图 1-4

解： 圆周运动的轨道半径为：

$$R=L\cdot\sin\theta \qquad (1)$$

作用于m质点上使之作圆周运动的向心力应为：

$$F=m\frac{v^2}{R} \qquad (2)$$

对m质点受力分析可知：

$$f\cdot\sin\theta=F \qquad (3)$$

$$f\cdot\cos\theta=mg \qquad (4)$$

其中f为绳中张力。

由（3）、（4）：

$$\mathrm{tg}\,\theta=\frac{F}{mg}$$

$$F=mg\,\mathrm{tg}\,\theta \qquad (5)$$

因为质点作圆周运动，有：

$$T=\frac{2\pi R}{v}$$

$$v^2 = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2} \tag{6}$$

将(1)、(5)、(6)代入(2)：

$$mg\text{tg}\,\theta = m\frac{4\pi^2 L^2 \sin^2\theta}{L\sin\theta \cdot T^2}, \qquad T^2 = \frac{4\pi^2 L\cos\theta}{g}, \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\theta}{g}}$$

5. 有一象牙小球从高为H处，垂直自由下落，在中途h处碰到一个45°的光滑斜面，作完全弹性碰撞。试计算球距斜面h为多少时，能使小球弹得最远。

（上海技术物理研究所　1980年）

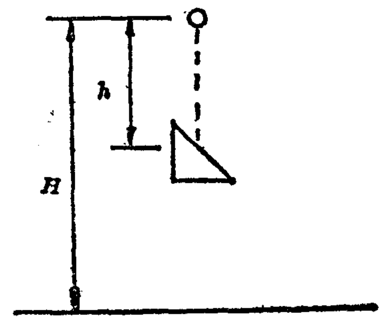

图　1-5

解：设球距斜面碰撞点为h时，能使小球弹得最远。由于完全弹性碰撞，斜面为45°角，可知球碰后以水平方向飞出，飞出速度可由下式求出：

$$v = \sqrt{2gh}$$

碰后，球落地时间为：

$$H - h = \frac{1}{2}gt^2, \qquad t = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}$$

水平弹出的距离：

$$S = vt = \sqrt{2gh} \cdot \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} = \sqrt{4h(H-h)} = \sqrt{4Hh - 4h^2}$$

为求弹得最远的条件，令：

$$\frac{dS}{dh} = 0, \qquad \frac{1}{2}\frac{4H - 8h}{\sqrt{4Hh - 4h^2}} = \frac{H - 2h}{\sqrt{Hh - h^2}} = 0$$

知　　$h = \frac{1}{2}H$　有极值，

再由

$$\frac{d^2S}{dh^2} = \frac{-\frac{1}{2}(H-2h)^2 - 2(Hh - h^2)}{(Hh - h^2)^{3/2}}$$

将$h = \frac{1}{2}H$代入上式：

$$\frac{d^2S}{dh^2} = \frac{-2\left(\frac{H^2}{4}\right)}{\left(\frac{H^2}{4}\right)^{3/2}} = -\frac{4}{H} < 0$$

所以　　$h = \frac{1}{2}H$可使小球飞得最远。

6. 如图所示，质量为m，长为L，截面积为S的匀质铁棒，用细线悬挂在支架上，下端刚好与水面接触，把细线剪断，铁棒由静止下落水中，求铁棒上端刚好没入水面时棒的速

度。水的粘滞阻力不计。（东北工学院　1985年）

解：建立如图示坐标，当铁棒下落y时所受力为：

$$F=mg-Sy\rho g$$

其中ρ为水密度。有：

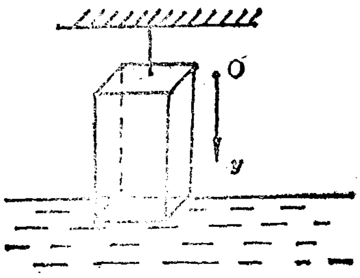

图 1-6

$$mg-Sy\rho g=ma=m\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt}=g-\frac{S\rho}{m}gy,$$

$$\frac{dv}{dy}\cdot\frac{dy}{dt}=g-\frac{S\rho}{m}gy$$

$$vdv=gdy-\frac{S\rho}{m}gydy,\qquad \int_0^v vdv=\int_0^L gdy-\int_0^L\frac{S\rho}{m}gydy$$

$$\frac{1}{2}v^2=gL-\frac{S\rho}{2m}gL^2,\qquad v=\left(2gL-\frac{S\rho}{m}gL^2\right)^{1/2}$$

7．一摩托快艇以速度v_0行驶，它受到的阻力为$F=-Kv^2$，快艇的质量为m，当它关闭发动机后，（1）求速度v对时间的变化规律；（2）求路程x对时间的变化规律；(3) 证明 $v=v_0e^{-\frac{K}{m}x}$

（哈尔滨船舶工程学院　1981年）

解：（1）关闭发动机后，快艇的运动方程：

$$m\frac{dv}{dt}=-Kv^2,\qquad \frac{dv}{dt}=-\frac{K}{m}v^2,\qquad \frac{dv}{v^2}=-\frac{K}{m}dt$$

$$\int\frac{dv}{v^2}=-\frac{K}{m}\int dt+c,\qquad -\frac{1}{v}=-\frac{K}{m}t+c$$

或 $$\frac{1}{v}=\frac{K}{m}t+c'$$

当$t=0$时，$v=v_0$　$\therefore$　$c'=\frac{1}{v_0}$　得：

$$\frac{1}{v}=\frac{K}{m}t+\frac{1}{v_0}$$

$$v=\frac{1}{\frac{K}{m}t+\frac{1}{v_0}}$$

此即速度随时间变化规律。

（2）　$$v=\frac{dx}{dt}=\frac{1}{\frac{K}{m}t+\frac{1}{v_0}}$$

$$dx=\frac{dt}{\frac{K}{m}t+\frac{1}{v_0}},\qquad dx=\frac{\frac{m}{K}d\left(\frac{K}{m}t+\frac{1}{v_0}\right)}{\frac{K}{m}t+\frac{1}{v_0}}$$

积分

$$x=\frac{m}{K}\ln\left(\frac{K}{m}t+\frac{1}{v_0}\right)+c$$

当$t=0$时，$x=0$　$\therefore c=\frac{-m}{K}\ln\frac{1}{v_0}$，有

$$x=\frac{m}{K}\ln\left(\frac{K}{m}t+\frac{1}{v_0}\right)-\frac{m}{K}\ln\frac{1}{v_0}$$

$$=\frac{m}{K}\ln\frac{\frac{K}{m}t+\frac{1}{v_0}}{\frac{1}{v_0}}=\frac{m}{K}\ln\left(\frac{K}{m}v_0t+1\right)$$

此即路程对时间的变化规律。

（3）由速度表达式：

$$v=\frac{1}{\frac{K}{m}t+\frac{1}{v_0}}=\left(\frac{K}{m}t+\frac{1}{v_0}\right)^{-1}$$

两边取对数：

$$\ln v=-\ln\left(\frac{K}{m}t+\frac{1}{v_0}\right)=-\left[\ln\left(\frac{K}{m}v_0t+1\right)-\ln v_0\right]$$

$$=-\ln\left(\frac{K}{m}v_0t+1\right)+\ln v_0$$

$$\ln\frac{v}{v_0}=-\ln\left(\frac{K}{m}v_0t+1\right)=-\frac{K}{m}x$$

$$\frac{v}{v_0}=e^{-\frac{K}{m}x}$$

得证　$$v=v_0e^{-\frac{K}{m}x}$$

8．一质量为m的物体在重力作用下，以v_0的初速度沿和水平成α角的方向抛出，空气的阻力与物体的质量和速度成正比（$\boldsymbol{R}=-Km\boldsymbol{v}$），求物体运动的轨迹。

（上海原子核研究所　1980年）

解：设物体的位置矢量为$\boldsymbol{r}$，则运动方程为：

$$\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}=\boldsymbol{g}+\boldsymbol{R}$$

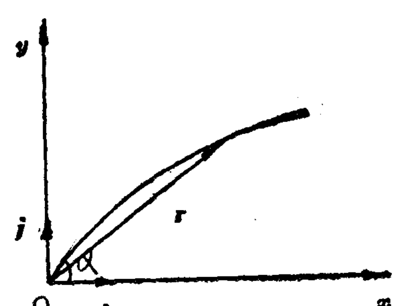

图 1-8

写成分量形式：

由　$$\frac{d^2x}{dt^2}\boldsymbol{i}+\frac{d^2y}{dt^2}\boldsymbol{j}=-Kmv_x\boldsymbol{i}-(g+Kmv_y)\boldsymbol{j}$$

有　$$\frac{d^2x}{dt^2}=-mKv_x \qquad (1)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2}=-(g+mKv_y) \qquad (2)$$

由（1） $\frac{d^2x}{dt^2} = -mKv_x$

$$\frac{dv_x}{dt} = -mKv_x, \qquad \frac{dv_x}{v_x} = -mKdt$$

$$\int\frac{dv_x}{v_x} = \int -mKdt + c, \qquad \ln v_x = -mKt + c$$

$$v_x = e^{-mKt} \cdot e^c = Ae^{-mKt}$$

当$t=0$时，$v_x = v_{0x} = v_0\cos\alpha$，得$A \doteq v_{0x}$，因而：

$$v_x = v_{0x}e^{-mKt}$$

因为 $v_x = \frac{dx}{dt}$，所以

$$\frac{dx}{dt} = v_{0x}e^{-mKt}$$

$$x = \int v_{0x}e^{-mKt}\,dt + c \quad = -\frac{v_{0x}}{mK}e^{-mKt} + c$$

当 $t=0$时，$x=0$，所以，$c = \frac{v_{0x}}{mK}$。得：

$$x = \frac{v_{0x}}{mK}(1 - e^{-mKt}) \tag{3}$$

我们再看方程式（2）：

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -(g + mKv_y), \quad \frac{dv_y}{dt} = -(g + mKv_y)$$

$$\frac{d(g + mKv_y)}{g + mKv_y} = -mKdt, \qquad \int\frac{d(g + mKv_y)}{g + mKv_y} = -mK\int dt + c$$

$$\ln(g + mKv_y) = -mKt + c, \quad g + mKv_y = Be^{-mKt}$$

$$v_y = \frac{B}{mK}e^{-mKt} - \frac{g}{mK}$$

当 $t=0$时，$v_y = v_{0y} = v\sin\alpha$，可得：

$$B = (mKv_{0y} + g)$$

代入上式：

$$v_y = \left(v_{0y} + \frac{g}{mK}\right)e^{-mKt} - \frac{g}{mK}$$

即 $\frac{dy}{dt} = \left(v_{0y} + \frac{g}{mK}\right)e^{-mKt} - \frac{g}{mk}$，$y = \int\left(v_{0y} + \frac{g}{mK}\right)e^{-mKt}dt - \int\frac{g}{mK}dt + c$

$$= -\left(\frac{v_{0y}}{mK} + \frac{g}{m^2K^2}\right)e^{-mKt} - \frac{g}{mK}t + c$$

当 $t=0$时，$y=0$，有：$c = \left(\frac{v_{0y}}{mK} + \frac{g}{m^2K^2}\right)$。

$$y = \left(\frac{v_{0y}}{mK} + \frac{g}{m^2K^2}\right)(1 - e^{-mKt}) - \frac{g}{mK}t \tag{4}$$

（3），（4）方程中消去参数t，可得轨迹方程，为此，由（3）式：

$$x=\frac{v_{0x}}{mK}(1-e^{-mKt}),\qquad e^{-mKt}=1-\frac{mK}{v_{0x}}x$$

$$t=-\frac{1}{mK}\ln\left(1-\frac{mK}{v_{0x}}x\right)$$

代入（4）：

$$y=\left(\frac{v_{0y}}{mK}+\frac{g}{m^2K^2}\right)\frac{mK}{v_{0x}}x+\frac{g}{m^2K^2}\ln\left(1-\frac{mK}{v_{0x}}x\right)$$

$$=\left(v_{0y}+\frac{g}{mK}\right)\frac{x}{v_{0x}}+\frac{g}{m^2K^2}\ln\left(1-\frac{mK}{v_{0x}}x\right)=\left(v_0\sin\alpha+\frac{g}{mK}\right)\frac{1}{v_0\cos\alpha}x$$

$$+\frac{g}{m^2K^2}\ln\left(1-\frac{mK}{v_0\cos\alpha}x\right)$$

9．质量为m的物体沿斜面向下滑动。已知物体与斜面间的滑动摩擦系数为μ，当斜面的倾角β大于$\mathrm{arctg}\mu$时，物体从高为h处由静止下滑到斜面的底部需要多少时间？

（厦门大学　1980年）

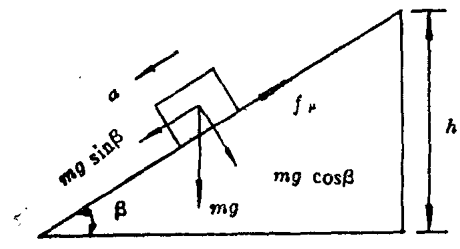

图　1-9

解：对物体m受力分析，可写出运动方程：

$$mg\sin\beta-mg\cos\beta\cdot\mu=ma$$

$$a=g(\sin\beta-\cos\beta\cdot\mu)$$

斜面长$s=\dfrac{h}{\sin\beta}$，由运动学知：

$$s=\frac{1}{2}at^2\qquad（t\text{为滑至底部时间}）$$

$$t=\left(\frac{2s}{a}\right)^{1/2}=\left[\frac{2h}{g(\sin\beta-\cos\beta\cdot\mu)\cdot\sin\beta}\right]^{1/2}$$

10．一个质量为M的人站在铁道的小车上，此车以速率v沿无倾斜的、半径为R的圆轨道运动。人的质心高度为L，两脚间的距离为d，试求每只脚对车的压力。

（北京师范学院　1981年）

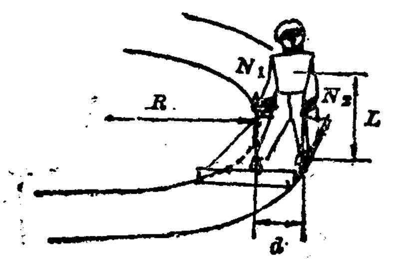

图　1-10

解：设车对两脚的正压力分别为N_1、N_2，应有：

$$N_1+N_2=Mg\qquad(1)$$

人作匀速圆周运动，向心力即为车作用于脚上的摩擦力：

$$f=M\frac{v^2}{R}\qquad(2)$$

相对于质心：

$$N_2\cdot\frac{d}{2}-N_1\cdot\frac{d}{2}-f\cdot L=0$$

（2）代入　$N_2\cdot\dfrac{d}{2}=N_1\cdot\dfrac{d}{2}+M\dfrac{v^2}{R}\cdot L$　（3）

将（1）代入（3）：

$$(Mg-N_1)\cdot\frac{d}{2}=N_1\cdot\frac{d}{2}+M\frac{v^2}{R}L$$

$$N_1\cdot d=Mg\cdot\frac{d}{2}-M\frac{v^2}{R}L$$

$$N_1=\frac{1}{2}Mg-M\frac{v^2}{Rd}L$$

$$N_2=Mg-N_1=\frac{1}{2}Mg+M\frac{v^2}{Rd}L$$

11 高为h的平台上，有一质量为m的小车，用绳子跨过滑轮，由地面上的人以匀速度v_0向右拉动，当人从平台脚向右走了s距离时，问：（1）小车的速度$v_m=?$（2）小车的加速度$a_m=?$（3）小车移动的距离$\Delta x_m=?$（4）人对小车所做的功$A=?$

（华南工学院 1981年）

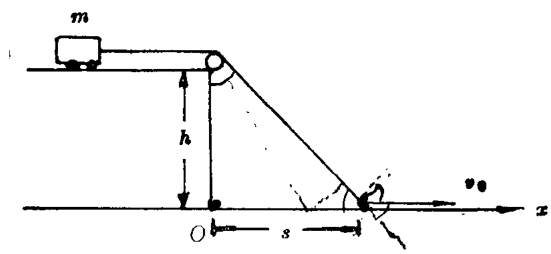

图 1-11

解：（1）选坐标系O-x，设绳长l，当人在平台脚下时，人的坐标$x_0=0$，车的坐标：$x_{m0}=-(l-h)$。任意时刻人的坐标为x，车的坐标：

$$x_m=-\left[l-(h^2+x^2)^{1/2}\right]$$

任意时刻人的速度为：$v=\dot{x}=v_0$，车速：

$$v_m=\dot{x}_m=\frac{1}{2}(h^2+x^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot 2x\cdot\dot{x}$$

当 $x=s$ 时：

$$v_m=\frac{sv_0}{(h^2+s^2)^{1/2}}$$

（2）小车的加速度：

$$\ddot{x}_m=\frac{v_0^2}{(h^2+x^2)^{1/2}}-\frac{x^2v_0^2}{(h^2+x^2)^{3/2}}$$

当 $x=s$ 时：

$$a_m=\frac{v_0^2}{(h^2+s^2)^{1/2}}-\frac{s^2v_0^2}{(h^2+s^2)^{3/2}}=\frac{v_0^2h^2}{(h^2+s^2)^{3/2}}$$

（3）小车移动距离：

$t=0$时：$x_{m0}=-(l-h)$

当人走了距离 s 时：

$$x_{ms}=-[l-\sqrt{h^2+s^2}]$$

$$\Delta x_m=x_{ms}-x_{m0}=\sqrt{h^2+s^2}-h$$

（4）人对小车所做的功A用以增加小车动能：

$$A=\frac{1}{2}mv_m^2=\frac{1}{2}m\frac{s^2v_0^2}{h^2+s^2}$$

12、一桶水以角速度ω绕桶的轴线转动。求桶内水表面的形状。（北京大学　1982年）

解：考虑在液体表面上，质量为m的一小块体积的水所受的力，在平衡时质量m上的合力必定为零。这力是接触力F、重力mg和惯性离心力f。

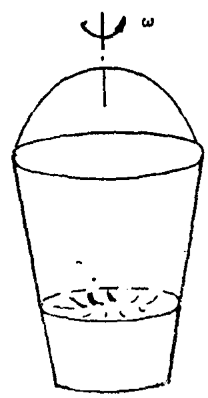

图　1-12·A

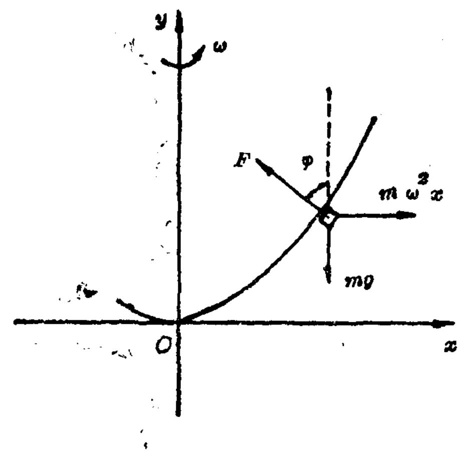

图　1-12.B

$$F\cos\varphi - mg = 0 \qquad (1)$$

$$-F\sin\varphi + f = 0 \qquad (2)$$

其中　$f = m\omega^2 x$，由(1)、(2)：

$$\mathrm{tg}\ \varphi = \frac{\omega^2 x}{g}$$

又　　$\mathrm{tg}\ \varphi = \dfrac{dy}{dx}$　　所以　$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\omega^2 x}{g}$

$$dy = \frac{\omega^2}{g} x dx$$

$$\int dy = \frac{\omega^2}{g}\int x dx + c \qquad y = \frac{\omega^2}{2g}x^2 + c$$

当$x = 0$时，$y = 0$，所以$c = 0$，有

$$y = \frac{\omega^2}{2g}x^2$$

这是个旋转抛物面。

13．如图所示、有一施工的起重装置，支杆AB与CD长均为10米，CG长为2.5米，MQ，GE为两拉线。铁索一端固定在C点，另一端通过O点的动滑轮和A点的定滑轮把2吨的重物提升，当$\angle AOC = 120°$，$\angle GED = 60°$时，求：（1）若保持支杆CD竖直，这时拉线GE上所受的力多大？（2）已知支杆CD重一吨，这时它对地面的压力多大？

（东北工学院　1984年）

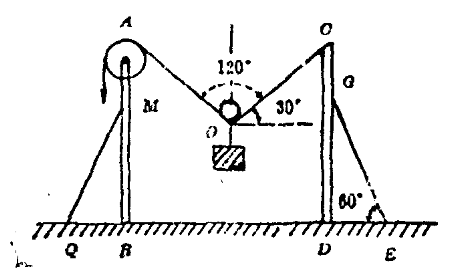

图　1-13

解:（1）设铁索张力为T，GE拉线张力为T'有：

$$\begin{cases} 2T\sin30° = P & (1) \\ \overline{GD}T'\cos60° = \overline{CD}\,T\cos30° & (2) \end{cases}$$

由（2） $T' = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{GD}}T\dfrac{\cos30°}{\cos60°}$

（1）代入 $T' = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{GD}}\dfrac{\cos30°}{2\cos60°\sin30°}P = 4.6$（吨）

（2）设支杆CD对地面压力为N，已知CD杆重$P' = 1$吨，有：

$$N = T\sin30° + T'\cos30° + P' = \frac{1}{2}P + \frac{\sqrt{3}}{2}T' + P' = 6 \text{（吨）}$$

14. 如图示力学系统，忽略所有接触面处的摩擦及各滑轮质量，绳为轻绳。已知$m = 0.15$千克，$M = 1.65$千克，当m和M静止（绳恰好被拉紧）时，m和M上表面之距离$d = 1.2$米。如若m由静止开始落下，问要经过多少时间m方能落到M的上表面上？ （天津大学 1984年）

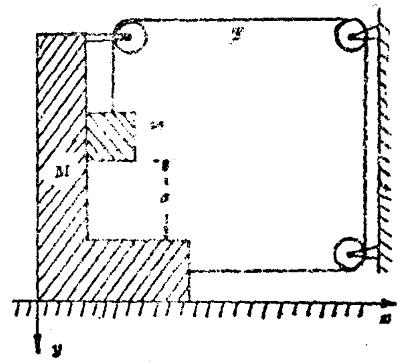

图 1-14

解：M在水平方向作用到m上的力为N，因为滑轮均忽略质量，有：

$$2T - N = Ma_x \qquad (1)$$

对于m，有：$mg - T = ma_y$ （2）

$$N = ma_x \qquad (3)$$

约束关系： $a_y = 2a_x$

由(1)、(3)： $2T = (M+m)a_x$ （4）

(4)代入(2)：

$$mg - T = 2ma_x$$

上两式解得：

$$a_x = \frac{2mg}{M+5m} \qquad a_y = \frac{4mg}{M+5m}$$

再由 $d = \dfrac{1}{2}a_y t^2$ $\quad t = \sqrt{\dfrac{2d\times(M+5m)}{4mg}} = 0.99$（秒）

15. 如图所示，M是水平放置固定不动的圆柱体，一条柔软的轻绳跨在其上，且与质量分别为m_1，m_2的两重物相连。绳可在垂直平面内运动。设绳与柱面的最大静摩擦系数为μ，不计绳的质量和绳的伸长。求m_1充分大于m_2，在m_1，m_2系统起动后，它们的加速度。

（中国科学技术大学 1984年）

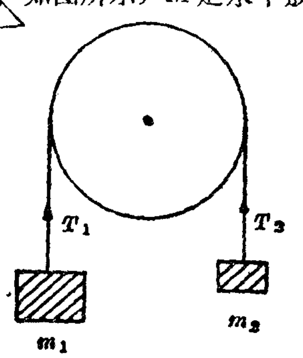

图 1-15·A

解：在柱上取一小段绳Δl、两端所受张力分别为T、$T+\Delta T$，受柱正压力为N，此段绳在切向有：

$$(T+\Delta T)\cos\Delta\theta - T\cos\Delta\theta - N\cdot\mu = \Delta l\cdot\rho\cdot a \qquad (1)$$

法向有：　$(T+\Delta T)\sin\Delta\theta+T\sin\Delta\theta-N$

$$=\Delta l\cdot\rho\frac{v^2}{R} \qquad (2)$$

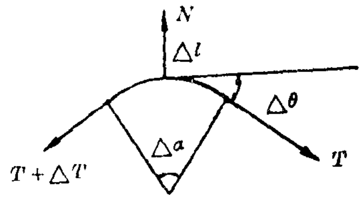

图　1-15B

其中v为绳Δl速率。当Δl趋于零时 $\cos\Delta\theta\doteq1$　$\sin\Delta\theta\doteq\Delta\theta$，于是有：

$$\Delta T=N\cdot\mu \qquad (3)$$

$$2T\Delta\theta+\Delta T\cdot\Delta\theta=N \qquad (4)$$

$\Delta T\cdot\Delta\theta$是二级无穷小，忽略，且$2\Delta\theta=\Delta\alpha$

$$T\cdot\Delta\alpha=\frac{\Delta T}{\mu}$$

当$\Delta l\to0$，则$\Delta\alpha=d\alpha$，$\Delta T=dT$，有：

$$\frac{dT}{T}=\mu d\alpha\ ,\qquad \int_{T_2}^{T_1}\frac{dT}{T}=\mu\int_0^\pi d\alpha,\qquad \ln\frac{T_1}{T_2}=\mu\pi$$

$$T_1=T_2e^{\mu\pi} \qquad (5)$$

由m_1，m_2物体受力分析得：

$$m_1g-T_1=m_1a \qquad (6)$$

$$T_2-m_2g=m_2a \qquad (7)$$

将(5)代入(6)

$$m_1g-T_2e^{\mu\pi}=m_1a$$

由（7）　$T_2=m_2(g+a)$

$$m_1g-m_2(g+a)e^{\mu\pi}=m_1a,\qquad m_1g-m_2ge^{\mu\pi}-m_2ae^{\mu\pi}=m_1a$$

$$(m_1+m_2a^{\mu\pi})a=(m_1-m_2e^{\mu\pi})g,\quad a\ =\frac{m_1-m_2e^{\mu\pi}}{m_1+m_2e^{\mu\pi}}g$$

二、动量·功与能

16. 一轻质弹簧（质量可以忽略），上端用钉固定在一光滑木板上，（摩擦力可以忽略），末端系一质量为M的木块，当此木板竖直放置时，测得弹簧的长度为l；当木板水平放置时测得弹簧长度为l_0，（如图示）。在水平位置时有一质量为m，速度为v的子弹沿弹簧的轴向打入木块，与木块一起振动，求此振动的振幅与周期。

（北京师范大学　1983年）

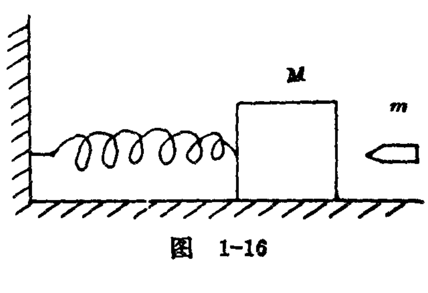

图　1-16

解：由题给条件可知弹簧劲度系数：

$$Mg=K(l-l_0),\qquad K=\frac{M}{l-l_0}g$$

水平放置后，子弹射进木块前后动量守恒：

$$mv=(M+m)v',\qquad v'=\frac{m}{M+m}v$$

碰后，系统振动过程中机械能守恒，因而：

$$\frac{1}{2}(M+m)v'^2=\frac{1}{2}KA^2$$

$$A^2=\frac{M+m}{K}v'^2=\frac{(M+m)(l-l_0)}{Mg}\cdot\frac{m^2}{(M+m)^2}v^2$$

$$A=m\sqrt{\frac{l-l_0}{M(M+m)g}}v$$

对于质量为$M+m$，劲度系数为K的弹簧-质量振动系统，有：

$$\omega=\sqrt{\frac{K}{M+m}}=\sqrt{\frac{Mg}{(M+m)(l-l_0)}}\qquad T=2\pi\sqrt{\frac{(M+m)(l-l_0)}{Mg}}$$

17. 以速度300米/秒作水平飞行的炮弹，中途爆炸成质量相等的两片。其中一片垂直往上飞升15秒后再行下落，在爆炸发生后50秒时着地。求另一片的落地点。(忽略空气阻力，设地面为水平。）　　（四川乐山585所　1979年）

解： 爆炸后，第一片竖直向上飞行，设初速度为v_{1y}，第二片设初速度水平分量为v_{2x}，竖直分量为v_{2y}，由动量守恒：

$$mv=(\frac{1}{2}m)\times v_{2x}\qquad(1)$$

其中v为炮弹水平飞行爆炸前速度。

$$(\frac{1}{2}m)v_{1y}+(\frac{1}{2}m)v_{2y}=0\qquad(2)$$

由（1）：$v_{2x}=2v$，即第二片有$2v$大小的水平速度：$v_{2x}=600$米/秒。由（2）：$v_{2y}=-v_{1y}$即第二片竖直向下，分速度大小与第一片竖直向上速度大小相等，方向相反。

因此，可知第二片从爆炸到落地时间应为 $50-(15\times2)=20$秒，

可知，第二片落地点距爆炸时对应地面位置为

$$S=600\times20=12000(\text{米})=12(\text{公里})$$

18. 在水平地面上静止放着一平板小车质量为m_A，小车与地面间摩擦力可忽略。现在有一质量为m_B的行李包（可看作质点）以水平速度v_B投上小车，行李包和小车平板间的摩擦系数为μ。在摩擦力作用下，行李包在小车上滑行一段距离后相对静止在小车上。问行李包相对小车滑行了多少距离？　　（西安交通大学　1981年）

解： 行李包投上小车至相对小车静止，这期间，水平方向由行李包及小车组成的系统动量守恒：

$$m_Bv_B=(m_A+m_B)v\qquad v=\frac{m_B}{m_A+m_B}v_B$$

而在此期间小车作加速运动，加速度为

$$m_B\cdot g\cdot\mu=m_Aa\qquad a=\frac{m_B}{m_A}g\cdot\mu$$

在小车中分析行李包的运动，其受力为摩擦力及惯性力：

$$F=-m_Bg\mu-m_Ba$$

由功能定理：

$$F\cdot S=0-\frac{1}{2}m_Bv_B^2\qquad S\cdot(g\mu+a)=\frac{1}{2}v_B^2$$