

# 画法几何学通俗解说

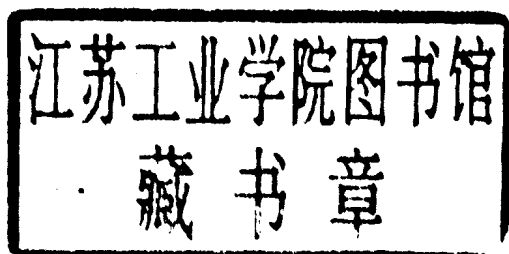
[苏联] A. И. 奥斯特洛夫斯基著

科学技术出版社

# 画法几何学通俗解说

〔苏联〕A. И. 奥斯特洛夫斯基著

李 汶 朱育萬 黃錦銘 譯



科学技术出版社

## 內 容 提 要

本書共分兩編：第一編正投影(蒙氏法)；第二編其他圖示法。

在本書中引用了很多取自日常生活中的鮮明實例，使讀者便於了解畫法幾何學的基本原理及其應用；因而適於作高等工業學校及中等技術學校、中學學生學習畫法幾何學之優良參考書。

## 畫 法 幾 何 學 通 俗 解 說

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ  
В ПОПУЛЯРНОМ ИЗЛОЖЕНИИ

原 著 者 [苏联] А. И. Островский

原出版者 Гостехиздат · 1953 年版

譯 者 李 汝 朱育萬 黃錦銘

\*

科 学 技 術 出 版 社 出 版

(上海建國西路 336 弄 1 号)

上海市書刊出版業營業許可證出○七九号

上海市印刷四廠印刷 新華書店上海發行所總經售

\*

統一書号：15119 · 245

(原大東版印 4,000 册)

開本 787 × 1092 紙 1/18 · 印張 12 2/9 · 字數 250,000

一九五六年五月新一版

一九五六年五月第一次印刷 · 印數 1—1,020

· 定 价：(10) 一元七角

# 目 錄

|     |   |
|-----|---|
| 緒 言 | 1 |
|-----|---|

|                 |             |                    |               |
|-----------------|-------------|--------------------|---------------|
| § 1 什麼是“畫法幾何學”？ | § 2 關於投影的概念 | § 3 中心投影和平行投影的基本特性 | § 4 平行投影的專有特性 |
|-----------------|-------------|--------------------|---------------|

## 第一編 正投影(蒙氏法)

|       |    |
|-------|----|
| 第一章 點 | 11 |
|-------|----|

|                 |                    |                  |
|-----------------|--------------------|------------------|
| § 5 點的水平投影和正立投影 | § 6 點的側立投影         | § 7 點的位置及其投影間的關係 |
| § 8 上視圖、前視圖、側視圖 | § 9 當點的位置改變時其投影之變化 |                  |

|         |    |
|---------|----|
| 第二章 投影圖 | 17 |
|---------|----|

|               |               |               |             |               |           |              |              |
|---------------|---------------|---------------|-------------|---------------|-----------|--------------|--------------|
| § 10 兩個投影的投影圖 | § 11 三個投影的投影圖 | § 12 正投影(蒙氏法) | § 13 用門來作試驗 | § 14 點的某些特殊位置 | § 15 線的投影 | § 16 空間的四個象限 | § 17 空間的八個卦限 |
|---------------|---------------|---------------|-------------|---------------|-----------|--------------|--------------|

|        |    |
|--------|----|
| 第三章 直線 | 24 |
|--------|----|

|            |                |                 |            |            |               |                      |
|------------|----------------|-----------------|------------|------------|---------------|----------------------|
| § 18 直線的投影 | § 19 直線的某些特殊位置 | § 20 線段長度及其投影長度 | § 21 線段的真長 | § 22 直線的跡點 | § 23 二直線的相互位置 | § 24 依據投影圖確定二直線的相互位置 |
|------------|----------------|-----------------|------------|------------|---------------|----------------------|

|        |    |
|--------|----|
| 第四章 平面 | 34 |
|--------|----|

|            |                  |              |             |            |                |              |                  |              |                          |                   |
|------------|------------------|--------------|-------------|------------|----------------|--------------|------------------|--------------|--------------------------|-------------------|
| § 25 平面的跡線 | § 26 平面位置的某些特殊情形 | § 27 平面的第三跡線 | § 28 平面上的直線 | § 29 平面上的點 | § 30 決定平面的其他方法 | § 31 平面圖形的兩面 | § 32 在投影圖上定出平面圖形 | § 33 平面平行的特徵 | § 34 作平行於已知平面的平面(一些特殊情形) | § 35 用跡線定出的二平面的交線 |
|------------|------------------|--------------|-------------|------------|----------------|--------------|------------------|--------------|--------------------------|-------------------|

|                  |    |
|------------------|----|
| 第五章 點、直線和平面的各種問題 | 48 |
|------------------|----|

|                 |                 |               |                  |                  |                 |                       |                 |                |                |             |
|-----------------|-----------------|---------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------------|-----------------|----------------|----------------|-------------|
| § 36 直線和平面的相互位置 | § 37 直線是不是在平面內？ | § 38 直線和平面的交點 | § 39 直線與三角形薄片的交點 | § 40 可見和不可見部份的例子 | § 41 在投影圖上判斷可見性 | § 42 當直線與平面相交時分出可見的部份 | § 43 兩個三角形薄片的相交 | § 44 直線和平面的垂直性 | § 45 幾何學中的一些知識 | § 46 平面上的水平 |
|-----------------|-----------------|---------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------------|-----------------|----------------|----------------|-------------|

線、正面線和最大坡度線 § 47 直角的投影 § 48 圓的投影

## 第六章 幾何體的投影圖.....67

§ 49 稜錐的投影 § 50 表示立體的其他例子 § 51 立方體的各種位置 § 52 兩個投影有時是不夠的 § 53 “薄片兩面”方法的應用

## 第七章 關於面和線的一些知識.....78

§ 54 錐面和柱面 § 55 迴轉面和迴轉體 § 56 螺旋線

## 第八章 投影的改造法.....79

§ 57 物體新圖形的求法 § 58 點和直線線段的旋轉 § 59 用旋轉法決定線段的真實長度 § 60 體的旋轉 § 61 平面的重合 § 62 用重合法確定平面圖形的真實大小 § 63 平面圖形繞水平線或正面線旋轉 § 64 投影面更換法 § 65 用投影面更換法解決的一些問題 § 66 關於改造投影次數的意見

## 第九章 展開.....94

§ 67 關於展開的概念 § 68 根據投影圖得到展開 § 69 蜘蛛和蒼蠅的問題 § 70 圓柱和圓錐的展開 § 71 球的近似展開 § 72 展開的一些實例

## 第十章 面和體的平截斷..... 107

§ 73 什麼是“平截斷”? § 74 圓柱的截斷 § 75 圓錐的截斷 § 76 稜柱、稜錐與投射面的截斷 § 77 稜柱、稜錐與任意平面的截斷 § 78 可見和不可見部份的確定法 § 79 迴轉體的截斷 § 80 多面體與直線的相交 § 81 三角形薄片與稜柱和稜錐的相交

## 第十一章 多面體的相交..... 123

§ 82 關於兩個立體相交的概念 § 83 多面體相交的最簡單情形 § 84 怎樣作兩個多面體的相貫線 § 85 多面體相交的一般情形 § 86 圓錐與稜柱的相交

## 第十二章 曲面的相交..... 131

§ 87 曲面相交概說 § 88 球與稜柱的相交 § 89 稜錐與圓柱的相交 § 90 曲面相交的例子 § 91 實例

## 第十三章 切平面..... 142

§ 92 切平面 § 93 在曲面上的已知點引切平面 § 94 經指定的直線引曲面的切平面 § 95 過一不在曲面上的指定的點引曲面的切平面 § 96 平行於指定的直線引圓錐或圓柱的切平面 § 97 引切平面平行於指定的平面

## 第十四章 陰影..... 149

- § 98 陰影幾何    § 99 點的影    § 100 直線線段的影    § 101 平面圖形的陰影  
§ 102 立體的陰影    § 103 返回光線法

## 第二編 其他圖示法

### 第十五章 軸測畫法..... 161

- § 104 蒙氏法的優缺點    § 105 正投影中立方體的直觀圖    § 106 座標軸的投影  
§ 107 關於軸測畫法的概念    § 108 變形指標    § 109 直角軸測畫法的公式    § 110  
軸測格線    § 111 直角二測投影    § 112 直角等測投影    § 113 相似地放大的軸測  
投影    § 114 軸測畫法的基本定理    § 115 斜角軸測投影    § 116 各種軸測投影的  
應用    § 117 軸測投影上的陰影的畫法

### 第十六章 標高投影..... 189

- § 118 點的投影    § 119 表面的畫法    § 120 技術中的一些實例

### 第十七章 透視..... 195

- § 121 關於透視的概念    § 122 用於透視中的基本術語    § 123 透視的基本特性  
§ 124 根據正投影作出透視    § 125 用輻射法作透視    § 126 補充說明    § 127 在  
透視圖樣上作圖    § 128 透視的應用



## 緒 言

### §1 什麼是“畫法幾何學”？

蘇聯的首都莫斯科有很多的摩天大廈點綴着。建築在斯摩稜斯克廣場上的是其中之一，現在表明在圖畫中，就像我們在它的西北方三百公尺從莫斯科河方面來觀察它一樣。

根據圖畫我們可以判斷這座雄偉大樓的外貌是怎麼樣的，可以計算層數、窗戶數等等；但是不可能依據這種圖畫來建造大樓。事實上在圖 1 中我們看到，大樓的聳頂具有不同的高度，大樓的翼樓比它的中央部份低等等；但是它們的真實尺寸怎麼樣——關於這一點是不可能依據圖畫來判斷的。

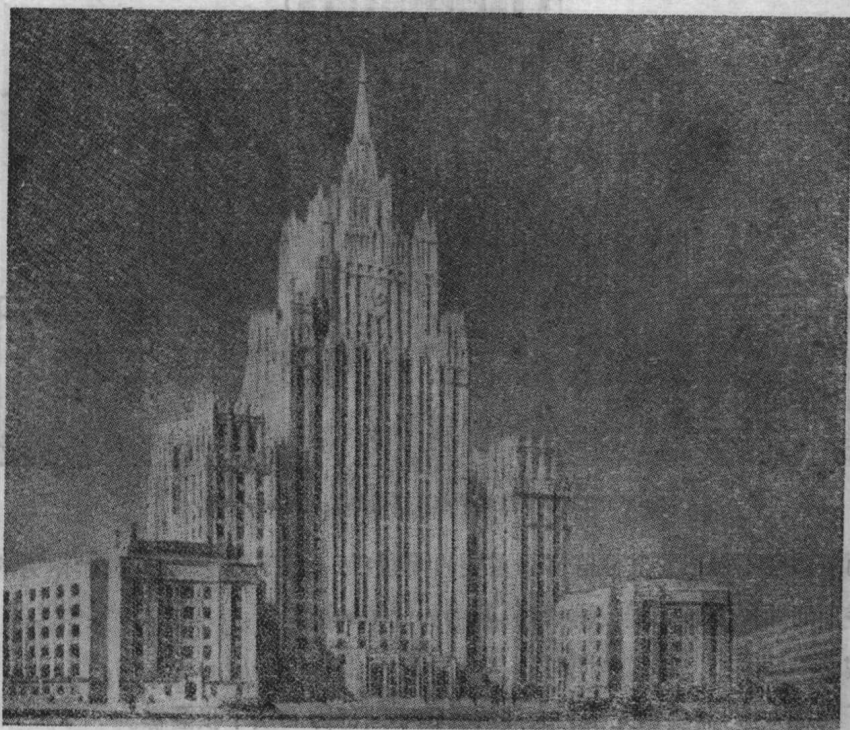


圖 1 莫斯科斯摩稜斯克廣場的摩天大廈

圖 2 示同一大樓的主要立面圖，就像我們從很遠的距離來看它一樣。現在可以按照

比例尺準確地確定大樓每一部份的高度，以及朝着主要立面的每一窗戶的形狀和大小等等。



圖 2 莫斯科斯摩稜斯克廣場的摩天大廈的立面圖

然而這個圖不能回答其他許多很重要的問題：每一屋宇的深度怎麼樣？兩旁的聳頂在對中央聳頂的關係上是怎樣安排的？以及諸如此類的問題。

大樓的平面圖可回答這些問題；圖 3 示大樓中間部份一層的平面圖。

爲了建造大樓，需要預先繪製大樓的各個不同部份的幾千張圖樣。

由圖樣可以準確地表示任何物體——從一盒火柴或是螺絲帽到鎔鐵爐或水電站。此時雖然圖樣是平面的、兩個向度的（一張紙祇有兩個向度——長度和寬度），但是在圖上可表達出空間的、三個向度的物體。



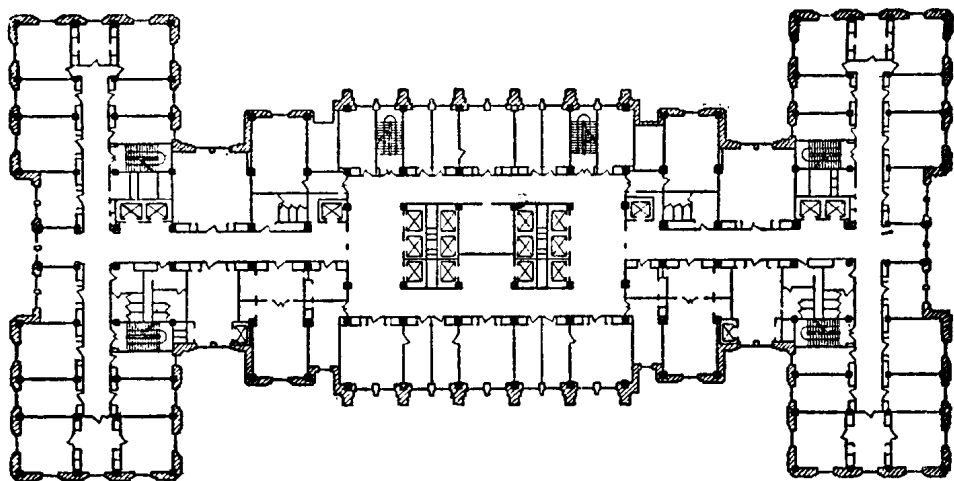


圖 3 莫斯科斯摩棱斯克廣場的摩天大廈其中一層的平面圖

可是圖樣不如圖畫明顯，因為它根本不是像我們的眼睛所看到的那樣來表示物體。

圖樣對於所有的專業技術都是必需的。設計人員——雖然是建築師、設計師、發明家——要用圖樣告訴泥水匠、木匠、車工、標記工、鉗工、鉚工關於製品、房屋和機器的每一原件的形狀和尺寸是怎麼樣的，以及結構物和建築物各構件的相互位置是怎麼樣的。

研究任何物體的圖示法的科學叫做畫法幾何學。

着手研究畫法幾何學的讀者，應當通曉中學程度的初等幾何學。

應該指出，在畫法幾何學中新的專門名詞、定理和證明是比較少的。在這方面不應該去死背，把畫法幾何學“呆讀死記”，根本沒有用處，需要去瞭解它。為了便於掌握材料，在本書中引用了日常生活中的鮮明實例。除了這些以外，讀者會在周圍環境中和自己的實際活動中，發現其他很多應用畫法幾何學的事情。

為了使得不僅是瞭解，而且牢固地掌握畫法幾何學的原理，必須獨立地作出本書中所刊載的全部練習①。

因為大多數的畫法幾何學題目，可以用各種不同的方法來解，每次都必須選擇該題之最簡單的一種解法。

## § 2 投影的概念

把電燈放在桌上，讓燈光照在牆上。站在牆旁邊，把手指做成像圖 4 所示的樣子，在牆上會出現一個從手投映過去的像狗頭一樣的影子。

①解題時應將圖畫放大 2—3 倍後重畫。

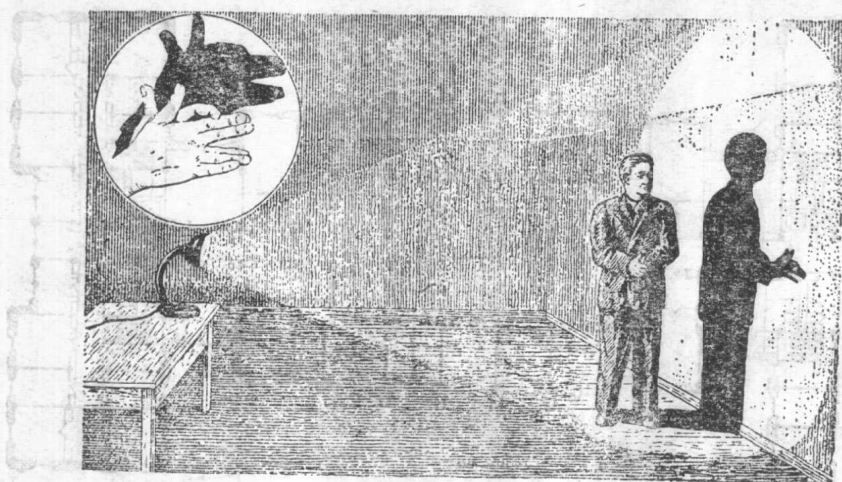


圖 4 如何在牆上得到狗頭的影子

爲了在銀幕上得到影像，把印有照相的電影膠片放置在幕和光源之間。

請自己的同志安靜不動地在燈和薄而堅實的紙屏風間坐一會。用軟鉛筆或木炭畫影子的輪廓，你就得到了你的同志的頭的側面影像<sup>①</sup>。

取某一點  $S$  和不經過該點的平面  $P$ ，穿過  $S$  點和空間所指定的  $A$  點之直線與  $P$  平面相交於  $a$  點，該點叫做  $A$  點的由中心  $S$  向  $P$  平面的中心投影（圖 5）。

約定說： $A$  點從  $S$  點投射於  $P$  平面上的  $a$  點。 $A$  點是原來的點， $a$  點是它的投影， $SAa$  直線是投射線（或投影線）， $P$  平面是投影面。

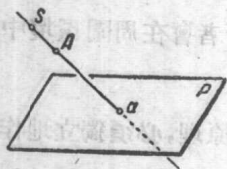


圖 5 點在平面上的中心投影

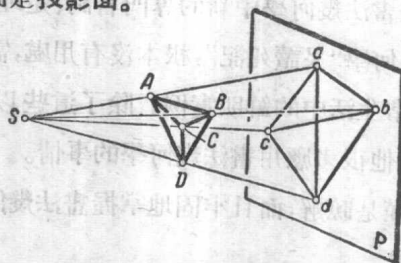


圖 6 立體在平面上的中心投影

要把立體投射，則必須把它的全部的點投射。例如從  $S$  點把立體  $ABCD$ （三角形稜錐——圖 6）投射到  $P$  平面上成爲圖形  $abcd$ 。立體  $ABCD$  是原來的立體，圖形  $abcd$  是它的中心投影。

幾個投射的例子，曾在前面談過（牆上的“狗”、銀幕上的影像、側面影像）；現在再舉一個例子。

<sup>①</sup> 側面影像（Силуэт）一詞的起源是很有趣的。在十八世紀中葉，當法國劉道維克十五世時 Э. Де-Силуэт 是財政部長；對他用側影的形式畫出了畫像。由此產生了各種語言中的 Силуэт 一詞。

射擊手將步鎗瞄準時，他是把照門和準星投影到靶的鵠的(圖7)。

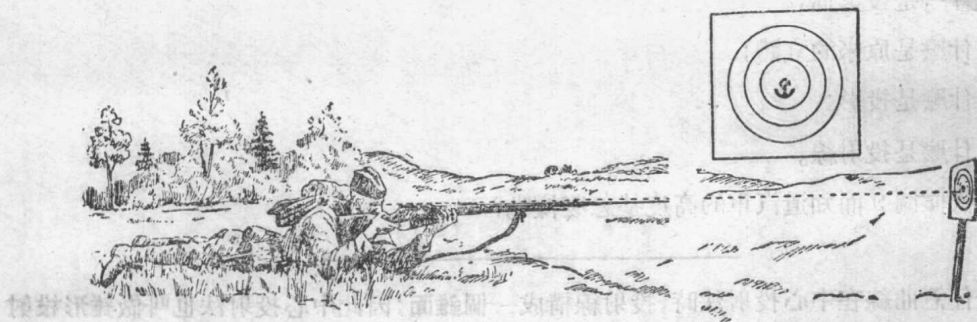


圖7 步鎗射擊時的投射

除了上面所研究的中心投影以外，還有平行投影。這種投射法的區別，是在於各投影線並不經過規定的一點，而是彼此平行的；即依照規定的方向的。

要使點的投影得以作出：在中心投射法時，必須指定投影面和投影中心；而在平行投射法時，必須指定投影面和投射方向(圖8)。

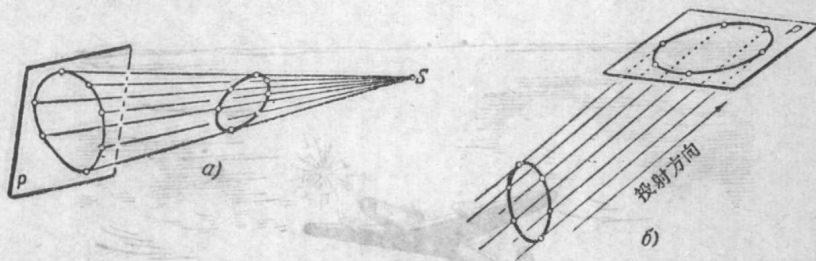


圖8 a)中心投射法 b)平行投射法

在街道上停着四輛汽車，下雨了。下雨以後三輛駛走了(圖9)。在駛走的汽車中間幾輛是小汽車和幾輛是大汽車呢？

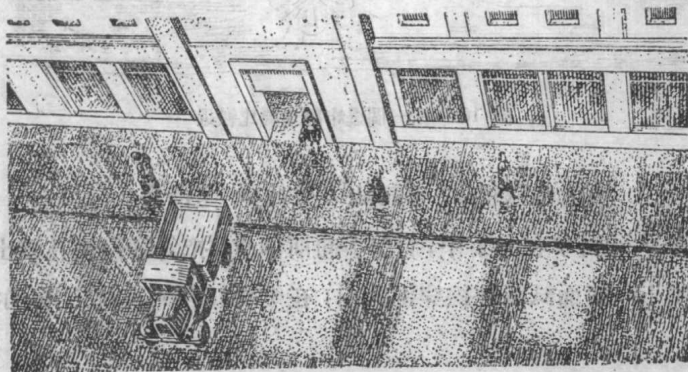


圖9 下雨以後

在這個例子中舉出來：

- 1) 什麼是投影面；
- 2) 什麼是原來的立體；
- 3) 什麼是投影；
- 4) 什麼是投射線。

能依據圖 9 而知道汽車的高度是怎麼樣嗎？

一任意曲線在中心投射法時，投射線構成一個錐面；因此中心投射法也叫做錐形投射法。

一任意曲線在平行投射法時，投射線構成一個柱面；因此平行投射法也叫做柱形投射法。

哪一個爆炸離飛機比較近—— $L$ 、 $M$  還是  $N$  (圖 10)？

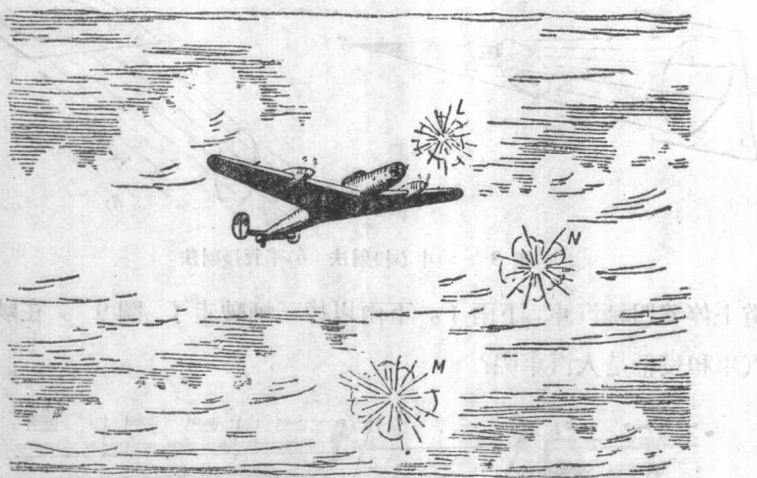


圖 10 哪一個爆炸離飛機比較近

不能肯定說  $L$  比  $M$  離飛機較近；可能是  $L$  要比  $M$  遠得多。

把一隻孔眼很大的針拿在左手中，將左手向前伸直；把針轉得使孔眼出現在側面；右手中拿一根線；閉上左眼而試圖將線穿進針內；在幾次枉然的嘗試以後，你會相信一個投影常常是不够的。

順便說一下，所以需要兩只眼睛就是爲了估計距離。



在最後的三個例子中(汽車、飛機、針線)顯然可見,要構成原物的整個概念,則一個投影是不夠的。因此通常採用同一原物的兩個甚至三個投影。

### §3 中心投影和平行投影的基本特性

I. 如果已知: 1) 投影面和 2) 投影中心(中心投射法時)或投射方向(平行投射法時), 則空間每一點(線亦然)在投影面上具有一個唯一而完全肯定的投影<sup>①</sup>。

然而投影面上的每一點(線亦然)是空間無窮數的點(或線)的投影。

事實上,凡是位於一根投射線上的所有的點,都具有一個公有的投影。在圖 11 中  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  三點具有一個公有的投影  $a$ <sup>②</sup>; 因此依據一個投影不能夠確定這三點(或線)本身的位置。這可以簡短地表述為:原物可確定投影;但是一投影不能確定原物。

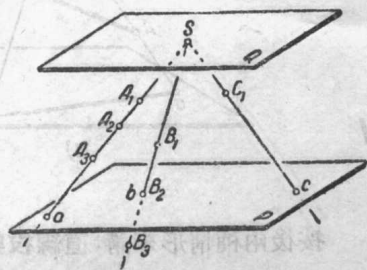


圖 11 Q 平面上的點沒有中心投影

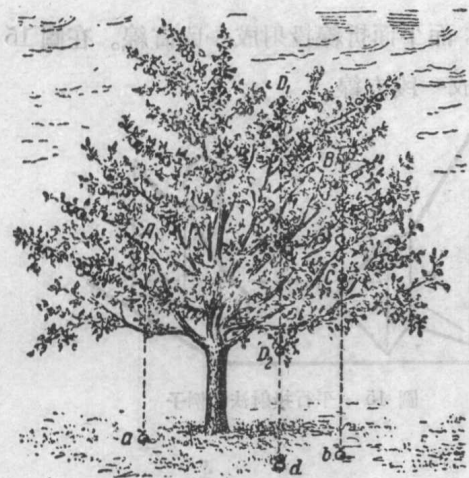


圖 12 蘋果 D 是從哪裏落下來

蘋果 A 已經成熟: 正要落下; 要是沒有風, 它會鉛直地下墜而落於  $a$  點上(圖 12)。蘋果 B 落於  $b$  點; 蘋果 C 落於同一個  $b$  點, 因為 B 和 C 兩點均位於同一根鉛直的直線上。蘋果 D 是從那裏落下來的呢? 如果我們甚至準確地知道它是在無風的天氣下墜落, 那麼我們也祇能斷定它是成熟在經過  $d$  點的垂直線上某一個地方(更準確些說——在  $D_1D_2$  一段內)。

II. 將直線投射時, 直線上各點的投射線形成一個平面, 這個面叫做投射面。因為任何兩個平面相交總是得出直線, 所以投射面與投影面交成直線; 因而, 直線的投影仍是直線(圖 13)。

此規則有下列例外:

當中心投射法時, 如果被投射的直線經過投影中心(圖 13a 中的  $CD$  直線), 那麼它的

①在中心投射法的情況下, 通過投影中心而平行於投影面  $P$  的  $Q$  平面上的點是例外, 這些點沒有投影(圖 11)。

②我們要注意, 位於投影面上的點的投影與點本身重合(像圖 11 中  $B_2$  點的投影  $b$  與該點重合)。



投影成爲一個點。

當平行投射法時，如果被投射的直線平行於投射方向，則直線的投影成爲一個點（圖 13 6 中的  $CD$  直線）。

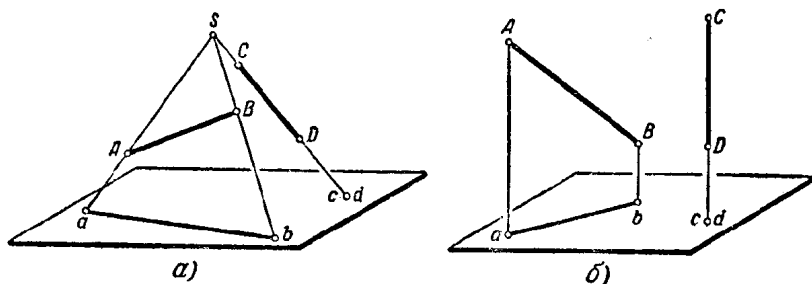


圖 13 直線的投影——直線

按後兩種情形來講：直線投射成點。

曲線和折線都不可能投射成點。在一般的情形下，曲線投射成曲線，而折線投射成折線；但是平面曲線（或平面折線）可能投射成直線或線段。這是曲線（或折線）位於投射平面內時的情形。

例如在圖 14（中心投影）中，曲線投射成曲線；而平面折線投射成一段直線。在圖 15（平行投影）中，折線投射成折線，而平面曲線投射成一段直線。

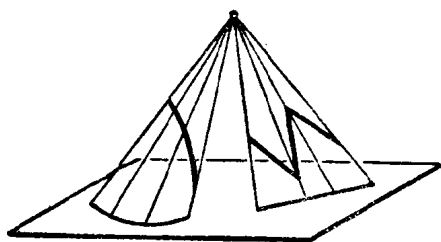


圖 14 中心投射法的例子

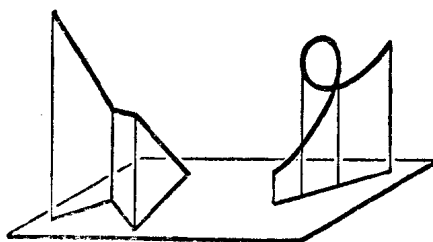


圖 15 平行投射法的例子

III. 如果一點位於某一線上，則當任何投射法時，點的投影是在線的投影上。

在圖 16 中， $B$  點位於  $AC$  線段上，所以  $b$  點在  $ac$  線段上。

IV. 平面多邊形的投影是同樣邊數的多邊形（圖 16 是三角形）；假使平面多邊形同時就是投射面，那麼它的投影成爲線段。

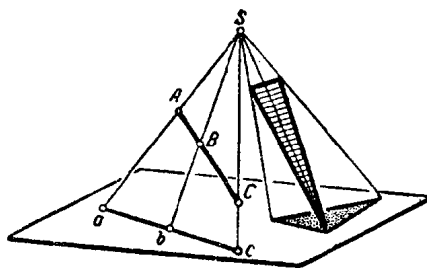


圖 16 線上的點的投影和三角形的投影

## § 4 平行投影的專有特性

在本書中我們主要是研究平行投影。

除了中心投影和平行投影所公有的那些基本特性以外（這些特性已在上面一節中討論過），平行投影還具有某些專有的特性，就是：

I. 在平行於投影面的平面上的任何線（曲線或折線），將毫不失真地投射到投影面上，即為真實形狀（圖 17）。

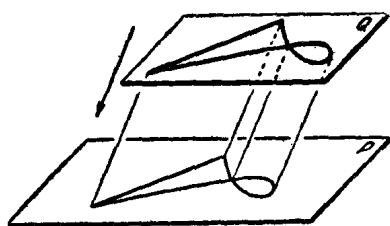


圖 17 線毫不失真地被投射（平面  $P$  和  $Q$  是平行的）

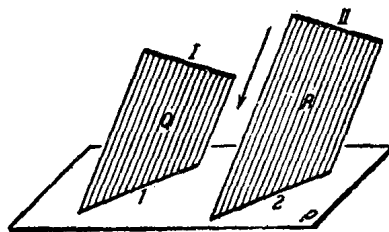


圖 18 平行直線的投影

II. 如果直線 I 平行於直線 II（圖 18），那麼投射面  $Q$  平行於投射面  $R$ ； $Q$  和  $R$  二投射面與投影面  $P$  相交所得到的直線 1 和 2 是彼此平行的。因此，二平行直線的投影是彼此平行的。

III. 因為同一平面上的任何二直線，被與之相交的各平行線，分為互成比例的線段（圖 19），所以

$$AB:BC = ab:bc$$

即直線各線段之比，等於這些線段的投影之比。

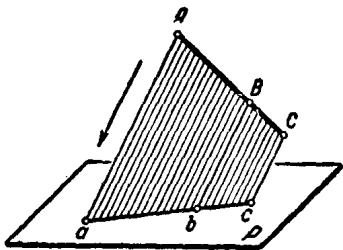


圖 19 平行投射法時一直線各線段之比不變

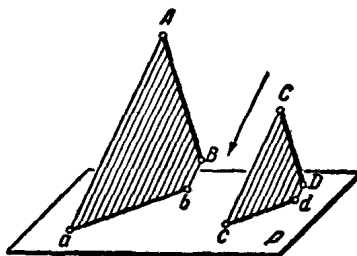


圖 20 平行線段之比等於其投影之比

$$\frac{ab}{bc} = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{AB}{CD} = \frac{ab}{cd}$$

IV. 也不難證明：二平行直線線段之比，等於這些線段的投影之比（圖 20）：

$$AB:CD = ab:cd$$

V. 直角和斜角平行投影的區別，是在於投射方向和投影面所構成的夾角(圖 21)：

- 1) 直角投影——如果投射方向是垂直於投影面的；
- 2) 斜角投影——如果投射方向對投影面是傾斜的(即不垂直的)。

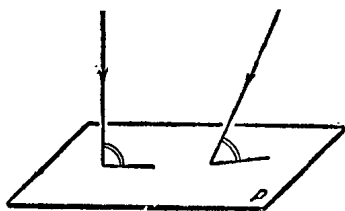


圖 21 直角投影和斜角投影

直角投影也稱為**正投影**<sup>①</sup>；這種投影在工程中最常用；我們現在就要轉而去研究它。

①從下列希臘字得來：“ortos”——直的，“gonia”——角。

# 第一編 正投影(蒙氏法)

## 第一章 點

### § 5 點的水平投影和正立投影

我手裏拿着一個球，假想是一個幾何點  $A$  (圖 22 a)。要使得我在明天能够把球正好放在同一位置，需要做些甚麼呢？用甚麼方式確定（固定、準確地規定）空間  $A$  點的位置呢？

我把球放鬆(圖 22 b)。球循着鉛直線下墜，落於地板上的一點，該點是由已知點  $A$  向水平的地板面所作的垂線之垂足。不把手移動，我來把這一點標出在地板上而用字母  $a$  標記它。

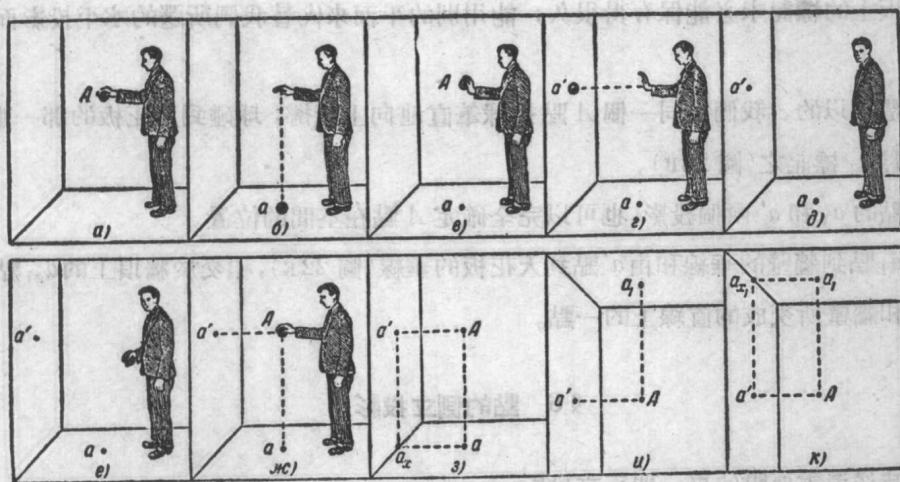


圖 22 球在地板上和牆上的投影

$a$  點——這是  $A$  點在水平面上的正投影（直角投影），或者簡短一些說：是  $A$  點的水平投影。

現在請把球給我，當它在舊有的位置—— $A$  點時(圖 22 b)，把球水平地投擲，使垂直於正好在我前面的那個牆壁(圖 22 r)。