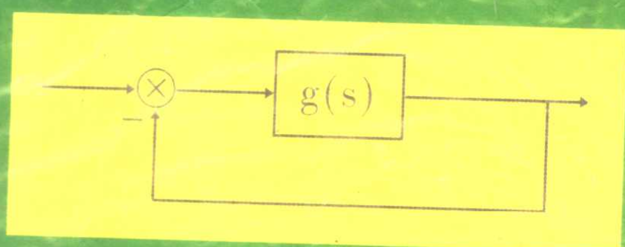
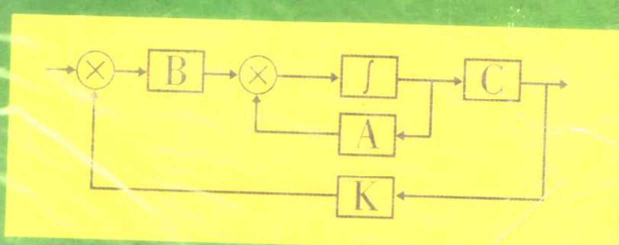
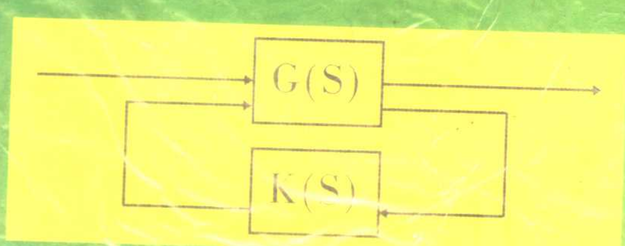
系统理论与鲁棒控制

姜长生　孙隆和
吴庆宪　陈文华　编著







航空工业出版社

系统理论与鲁棒控制

姜长生　孙隆和
吴庆宪　陈文华
编著

航空工业出版社

内 容 提 要

本书比较全面系统地介绍了60年代至90年代初发展起来的近、现代控制理论的基本内容。主要分两大部分：第一部分（第1～6章）为系统理论部分，它包括时域和频域中的系统理论和设计方法；第二部分（第7～12章）论述了包括 H_∞ 控制理论在内的时域和频域中的各种鲁棒控制理论和方法，以及相关的矩阵方程和线性矩阵不等式的求解。第一部分是基础，第二部分是它的延伸和发展。两者有机结合，密切联系，前后呼应，构成一个系统的整体。全书内容丰富，论述由浅入深、深入浅出、语言流畅，并配有与内容密切结合的例题和习题，便于理解和自学。

本书不仅渗入了作者多年来从事研究生教学的经验和体会，也包含了作者有关的科学研究成果。

本书可作为信息与控制类各专业的研究生教材，也适合相关领域各专业研究生参考，还可供信息与控制类各专业以及相关专业高等学校教师、广大科技工作者、工程技术工作者和高年级大学生参考。

航空工业出版社出版发行
（北京市安定门外小关东里14号　100029）
南京航空航天大学飞达印刷厂印刷　全国各地新华书店经售
1998年8月第1版　1998年8月第1次印刷
开本：787×1092　1/16　印张：41.125　字数：1027千字
印数：1－1500　定价：65元

ISBN 7-80134-354-9
TP・036

姜长生，1942年1月生，江苏省六合县人。1968年南京航空航天大学自控理论专业研究生毕业，90~92年曾出访美国，现为该校自控系教授、博士生导师。已出版著作三部，发表论文五十余篇。获省部级科研成果奖三项。

孙隆和，1940年10月生，江苏省扬中县人。1966年毕业于哈尔滨军事工程学院，现为航空工业总公司第613研究所总设计师、研究员、博士生导师。已发表著作一部，论文卅余篇，航空工业总公司授予部级有突出贡献专家称号，优秀研究生导师和有突出贡献的留学回国人员。

吴庆宪，1955年8月生，江苏省扬州市人。1985年在东南大学自控系获硕士学位，现为南京航空航天大学自控系副教授、系副主任。已发表著作三部，论文近廿篇，获国家和省教学成果奖两项，省部级科研成果奖三项、江苏省先进教育工作者。

陈文华，1965年11月生，江苏省大丰县人。1991年在东北大学自控系获博士学位，现为南京航空航天大学自控系副教授。发表著作一部，论文卅余篇，航空工业总公司授予有突出贡献的博士学位获得者，并列为江苏省跨世纪学术带头人培养对象。现正在英国格拉斯哥大学控制中心作访问研究。

前　言

科教兴国的伟大号召像春天的惊雷激励着中华民族的每一个炎黄子孙，向着复兴民族、振兴中华的伟大目标奋勇前进！中华民族复兴的伟大潮流浩浩荡荡、勇往直前、势不可挡，必将成为廿一世纪世界历史上最伟大的壮举！我们几位同志合作撰写的这本书就是在这一伟大历史背景下诞生的，她是我们在伟大号召激励之下一点微薄的努力和贡献。虽然这只是这个伟大潮流中一朵小小的浪花，但我们相信，千千万万朵飞舞的浪花必将汇合成排山倒海的大潮，将中华民族推向新世纪发展潮流的最前头！

本书比较全面系统地介绍了自60年代至90年代初发展起来的近、现代控制理论的基本内容。主要分两大部分：第一部分（第1～6章）为系统理论的基础部分，包括时域和频域中的系统理论和设计方法；第二部分（第7～12章）论述了包括H_∞控制理论在内的频域和时域中的各种鲁棒控制理论和方法，以及与之密切相关的矩阵方程和线性矩阵不等式的求解。第一部分是基础，第二部分是它的延伸和发展，两者有机结合、密切联系、前后呼应，构成一个系统的整体。为了使理论和实际能密切结合，达到学术性和应用性的一致，作者力求在阐述主要理论和方法的同时，注重工程设计方法、算法的介绍。全书内容丰富、论述由浅入深、深入浅出，语言流畅，并配有与内容密切结合的例题和习题，便于理解和自学。读者只要具备矩阵理论和经典控制方面的知识，就可以读懂书中的绝大部分内容。书中涉及的泛函分析和拓扑方面的知识，初次阅读时完全可以跳过。

本书是在作者经历多年研究生教学和科学研究的基础上总结写成的，因此书中的内容不仅包含了作者多年研究生教学的经验和体会，也反映了作者有关的科学研究成果。

本书作为一本专著和培养高层次科技人才的教材，适合信息与控制领域，以及其他相关领域各专业高年级大学生、研究生作教科书，也可供高等学校教师、广大科技工作者和工程技术工作者参考。

本书在编写过程中，得到了中国科学院院士、东南大学冯纯伯教授、北京大学力学系黄琳教授、中国科学院系统研究所王恩平教授、北京航空航天大学程鹏教授、东南大学田玉平教授等的指导和帮助，作者在此对他们表示衷心的感谢。没有他们的指教和帮助，本书不可能以现在的面貌呈现在读者面前。

作者在编写本书过程中，参阅了国内外的许多同类著作和相关文献，并引用了他们的成果和论述。其中，特别要感谢清华大学的郑大钟教授、解学书教授、钟宜生教授、美籍华人陈启宗教授等。同时感谢书中所引文献的所有作者们。

本书的顺利出版是在航空工业出版社、南京航空航天大学研究生部和教务处的大力支持和帮助下完成的，航空工业出版社的同志在编审、校对方面付出了艰辛的劳动。这里我们要特别感谢邵箭教授、高德平教授、孙久厚教授、张焕春教授、王永亮副教授、吴晓琳副教授、陈旭副教授等，感谢他们的支持和帮助。作者感谢所有支持和帮助过他们的人。

最后，作者诚恳地表示，由于我们学识浅薄，水平有限，书中错误和不当之处一定很多，作者热诚地欢迎来自各方面的批评、指教。作者将衷心地感谢提出批评和指教的每一个人。

作　者

1998年6月

目　　录

第一章　线性系统的数学描述

(Mathematical Description of Linear Systems)

根据系统运动过程的物理或化学规律所写出的，描述系统动态和静态行为的数学表达式，称为系统的数学描述或数学模型。然而，现实系统的数学模型往往是非线性的，为了研究的方便，在系统某个运行点附近将其看成是线性的，也就是说，在该点对系统的非线性数学模型进行线性化处理，这对于解决实际工程问题是足够准确的。称线性化处理以后的数学模型为线性模型，由线性模型描述的一类系统称为线性系统。线性系统理论不研究具体的物理或化学系统，而是在线性数学模型的基础上研究系统的结构性质、系统的分析和设计方法。

系统的描述方法主要分二大类：实变量法和复变量法。实变量法有状态方程描述法和微分算子方程描述法，它以时间 t 为实变元直接研究系统行为随时间变化的情形，又称时域法。复变量法有传递函数阵描述法和矩阵分式描述法，它以复变数 S 为变元，与频率有关，并通过系统随其输入量频率的变化所表现出的行为来研究系统的特性。此法又称频域法。

第一节　系统的输入-输出描述

(Input-Output Description of Systems)

一、基本概念(Basic Concepts)

给定 p 个输入，q 个输出的系统如图 1-1 所示。图中，$u=[u_1,u_2,\cdots,u_p]^T\in R^{p\times 1}$，$y=[y_1,y_1,\cdots,y_q]^T\in R^{q\times 1}$ 分别为系统的输入和输出向量信号。假定，系统的内部信息是未知的，现仅研究系统输入 u 和输出 y 之间的数量关系，建立 u 和 y 之间的数学方程式，称为系统的输入-输出描述。若 $p=q=1$，则系统为单输入-单输出系统(Single Input-Single Output System)，亦称单变量系统(Single Variable System)，否则称多变量系统(Multivariable System)。系统输入 u 和输出 y 有定义的时间区间为$(-\infty,\infty)$，或为$[t_0,t_1]$；记为 $u_{(-\infty,\infty)}$，$y_{(-\infty,\infty)}$，或记为 $u_{[t_0,t_1]}$，$y_{[t_0,t_1]}$。

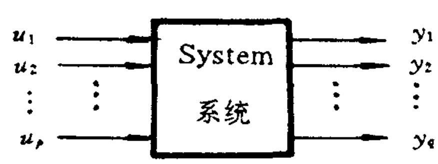


图 1-1　多输入-多输出系统

1. 松弛性　(Relaxed Property)

若系统在 t_0 时刻的输出仅取决于 t_0 时刻的输入，则称该系统为瞬时系统，或无记忆系统。仅由电阻元件组成的网络是这种系统的例子。然而，更普遍、更一般的不是瞬时系统，即系统在 t_1 时刻的输出不仅取决于 t_0 时刻的输入，也取决于 t_0 以前和(或)以后的输入。这对于讨论系统输入和输出之间的关系是不方便的。为此，假定在时刻 $t=t_0$，系统的输出 $y(t)(t\geqslant t_0)$ 仅由输入 $u(t)(t\geqslant t_0)$ 所唯一确定，系统的这一性质称为松弛性。就物理系统而言，从能量的观点来看，这就意味着，若系统在 t_0 时刻是松弛的，就表明系统在 t_0 时刻不储存任何能量。在工程实践中，总可以假定系统在 $t=-\infty$ 时是松弛的或静止的。这时若加入系统的输

入为 $u_{(-\infty,\infty)}$，那么由之确定的系统的输出完全由 $u_{(-\infty,\infty)}$所唯一确定。我们称 $t=-\infty$松弛或静止的系统为初始松弛系统。如果系统具有松弛性，那么系统的输入 $u(t)$和输出 $y(t)$之间有如下对应关系，即

$$H: \quad u \rightarrow y; \qquad y = Hu \tag{1-1}$$

式中 H 为算子，它由系统的特性唯一确定。上式也可以表示成

$$\left.\begin{array}{ll}\text{对 } t_0 \text{ 时刻松弛的系统} & y_{[t_0,\infty)} = Hu_{[t_0,\infty)} \\ \text{对初始松弛的系统} & y_{(-\infty,\infty)} = Hu_{(-\infty,\infty)}\end{array}\right\} \tag{1-2}$$

2. 线性性质 (Linear Property)

定义 1-1 若系统在 $t=t_0$ 时刻具有松弛性，并设 α_1,α_2 为任意两个实数，$u_1(t)$，$u_2(t)$是任意两个输入($t\geqslant t_0$)，如果有

$$y = H(\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2) = \alpha_1 Hu_1 + \alpha_2 Hu_2 = \alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2 \tag{1-3}$$

式中，y_1，y_2 为对应于 u_1，u_2 的输出，则称系统满足线性性质，或称系统为线性系统。

式(1-3)包含可加性和齐次性，可加性和齐次性合称为叠加原理。符合叠加原理的系统就是线性系统。

应当指出，可加性和齐次性是两个不可替代的概念，具有齐次性的系统并不意味着可加性也成立。例如，下式所描述的单变量系统，其输入-输出之间的关系，对所有 t 有：

$$y(t) = \begin{cases} \dfrac{u^2(t)}{u(t-1)} & \text{当 } u(t-1) \neq 0 \\ 0 & \text{当 } u(t-1) = 0 \end{cases}$$

易证，该系统满足齐次性，但不满足可加性。同样，满足可加性的系统也不意味着齐次性成立。例如，若假定 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k$ 为任意实数，则不可能使 α 为无理数时，下式也成立

$$H(\alpha_1 u + \alpha_2 u + \cdots + \alpha_k u) = (\alpha_1 + \alpha_2 \cdots + \alpha_k)Hu = \alpha Hu$$

3. 因果性 (Causal Property)

若系统在 t 时刻的输出，不取决于 t 时刻之后的输入，而仅取决于 t 时刻之前的输入，即 t 时刻(不包括 t 时刻)以后的输入对系统的输出不产生影响。称这样的系统具有因果性，简言之，任何实际物理过程，其结果不可能在引起这种结果的原因发生之前产生。

对于具有因果性的松弛系统，其输入-输出之间的关系可写成

$$y(t) = Hu_{(-\infty,t)}, \qquad \forall\, t > -\infty \tag{1-4}$$

4. 时不变性 (或定常性)(Time Invariant Property)

系统的时不变性是指系统的输入和输出之间的动态特性不随时间的改变而改变。可以用位移算子 Q_α 来说明时不变性的概念。位移算子 Q_α 的作用效果如图 1-2 所示。输入信号 $u(t)$经 Q_α 作用后，延迟了 α 秒，数学表示为

$$\bar{u}(t) = Q_\alpha u(t), \qquad \forall\, t \tag{1-5}$$

上式表明，对任意的 t，有$\bar{u}(t)=u(t-\alpha)$，或$\bar{u}(t+\alpha)=u(t)$成立。

定义 1-2 一个松弛系统称为时不变的，当且仅当对于任何输入 u 和任何实数 α，均有

$$HQ_\alpha u = Q_\alpha Hu \tag{1-6}$$

成立。否则称为时变的。上式的含义是，若系统的输入信号位移 α 秒，则其输出信号波形除位移 α 秒外保持不变。换言之，不论何时将输入信号加入时不变系统，其输出波形总是相同的。

二、线性松弛系统的脉冲响应 (Impulse Response of Linear Relaxed Systems)

1. *Dirac* δ-函数的定义和性质 (The Definition and Properties of Dirac δ-Function)

考虑图 1-3 和下式描述的脉动函数

$$\delta_\Delta(t-t_1)=\begin{cases}0 & t<t_1\\ \dfrac{1}{\Delta} & t_1\leqslant t<t_1+\Delta\\ 0 & t\geqslant t_1+\Delta\end{cases}$$

对于所有的 Δ，$\delta_\Delta(t-t_1)$的面积总是 1，它表明脉动的强度。当 $\Delta\to 0$ 时，$\delta_\Delta(t-t_1)$的极限

$$\delta(t-t_1)=\lim_{\Delta\to 0}\delta_\Delta(t-t_1)$$

称为脉冲函数，或称 Dirac δ-函数，简称 δ-函数。δ-函数最重要的性质是采样性，即对任何在 t_1 连续的函数 $f(t)$，有

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-t_1)\mathrm{d}t=f(t_1) \qquad (1\text{-}7)$$

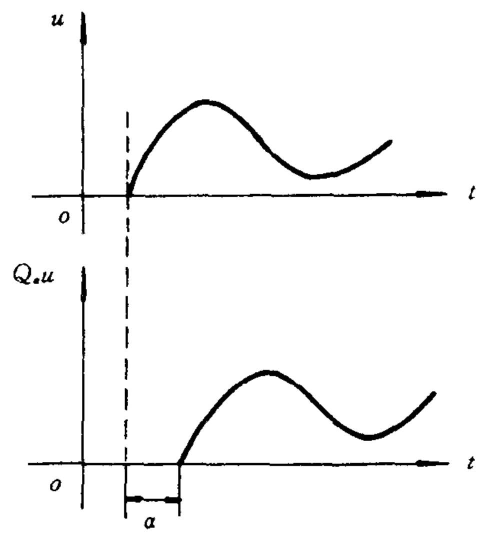


图 1-2 位移算子的作用效果

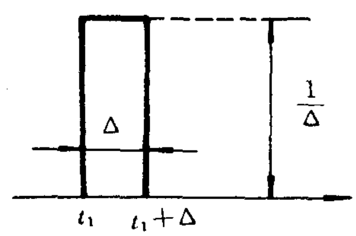


图 1-3 脉动函数 $\delta_\Delta(t-t_1)$

2. 单变量线性松弛系统的输入-输出描述 (The Input-Output Description of Single-Variable Linear Relaxed Systems)

利用脉冲函数的概念和性质，很容易导出单变量线性松弛系统的输入-输出描述。因为任何分段连续的输入 $u(\cdot)$均可用一系列脉冲函数来近似，如图 1-4 所示。即

$$u_1\approx\sum_i u(t_i)\delta_\Delta(t-t_i)\Delta$$

因为系统为初始松弛的线性系统，故系统输出为

$$y=Hu_1\approx\sum_i[H\delta_\Delta(t-t_i)]u(t_i)\Delta$$

当 $\Delta\to 0$ 时，上式成为

$$y=\int_{-\infty}^{+\infty}[H\delta(t-\tau)]u(\tau)\mathrm{d}\tau \qquad (1\text{-}8)$$

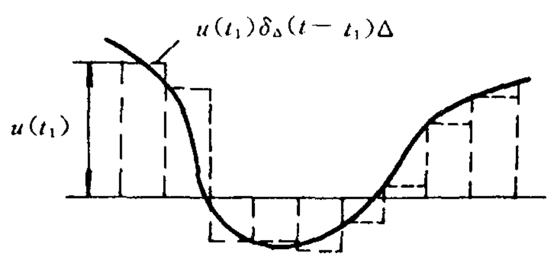


图 1-4 用脉冲函数逼近输入信号

若对所有的 τ，$H\delta(t-\tau)$为已知，则对任何输入，系统的输出可由式(1-8)求出。$H\delta(t-\tau)$称为系统的脉冲响应函数，其物理意义是，在 τ 时刻对线性松弛系统施加一脉冲函数而得到的系统输出。$H\delta(t-\tau)$又可表示为

$$H\delta(t-\tau)=g(t,\tau) \qquad (1\text{-}9)$$

式(1-9)中 $g(t,\tau)$的变量 τ 表示 δ 函数加于系统的时刻，而变量 t 则为观测输出的时刻。利用式(1-9)，可将式(1-8)写成

$$y(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}g(t,\tau)u(\tau)\mathrm{d}\tau \qquad (1\text{-}10)$$

由上式可见，单变量线性松弛系统的输入-输出关系完全由式(1-10)的卷积积分确定。

3. 多变量线性松弛系统的输入-输出描述 (Input-Output Description of Multivariable Linear Relaxed System)

若一个初始松弛的线性系统，具有 p 个输入、q 个输出，则式(1-10)可推广为

$$y(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}G(t,\tau)u(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{1-11}$$

式中 $y(t)\in R^{q\times 1}$，$u(t)\in R^{p\times 1}$，而 $G(t,\tau)$ 为

$$G(t,\tau)=\begin{bmatrix} g_{11}(t,\tau)\cdots\cdots g_{1p}(t,\tau) \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \\ g_{q1}(t,\tau)\cdots\cdots g_{qp}(t,\tau)\end{bmatrix}$$

$G(t,\tau)$ 称为系统的脉冲响应矩阵。$G(t,\tau)$ 的元 $g_{ij}(t,\tau)$ 的物理意义是，在 τ 时刻，仅对系统的第 j 个输入端施加一脉冲函数，而在系统的第 i 个输出端引起的 t 时刻的响应。简言之，$g_{ij}(t,\tau)$ 是第 i 个输出端对第 j 个输入端的脉冲响应。

三、具有因果性线性松弛系统的输入-输出描述 (Input-Output Descripton of Multivariable Linear Relaxed Systems with Causality)

1. 时变情形 (Time Variable Case)

根据式(1-2)和式(1-4)，对具有因果性的初始松弛系统，其输入-输出关系可写成

$$y(t)=Hu_{(-\infty,t]} \qquad \forall\, t\in(-\infty,\infty) \tag{1-12}$$

对具有因果性的线性松弛系统，根据 $G(t,\tau)$ 的定义，有

$$G(t,\tau)=0 \qquad \forall\, t<\tau,\quad \tau\in(-\infty,\infty)$$

故具有因果性的线性松弛系统的输入-输出描述为

$$y(t)=\int_{-\infty}^{t}G(t,\tau)u(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{1-13}$$

如果系统在 t_0 时刻松弛，则其输入-输出关系可写成

$$y_{[t_0,\infty)}=Hu_{[t_0,\infty)} \tag{1-14}$$

显然，若系统初始松弛，且 $U_{(-\infty,t_0)}\equiv 0$，则该系统在 t_0 是松弛的。但对于初始松弛的系统，$u_{(-\infty,t_0)}\equiv 0$ 并非系统在 t_0 时刻松弛的必要条件。例如，设有系统

$$y(t)=u(t-1)$$

虽然，$u_{(-\infty,t_0)}\neq 0$，但只要 $u_{(t_0-1,t_0)}\equiv 0$，则该系统在 t_0 是松弛的。对于线性系统而言，不难证明，系统在 t_0 时刻松弛的充要条件是，对于所有的 $t\geqslant t_0$，有 $y(t)=Hu_{(-\infty,t_0)}=0$。

对于具有因果性且 t_0 时刻松弛的线性系统，其输入-输出描述为

$$y(t)=\int_{t_0}^{t}G(t,\tau)u(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{1-15}$$

应当指出，对于相当广泛一类系统，其中包括有理传递函数矩阵和线性时不变方程所描述的系统，若系统在 t_0 时刻松弛，必要且只要存在某个正数 ε，由 $u_{[t_0,t_0+\varepsilon)}\equiv 0$ 隐含着 $y_{[t_0,t_0+\varepsilon)}\equiv 0$。

2. 时不变情形 (Time Invariable Case)

若线性松弛系统是时不变的，在 τ 时刻施加系统一个脉冲，那么系统在观测时刻 t 的输出为 $g(t,\tau)$。若将脉冲加入系统的时刻改为 $\tau+\alpha$（α 为任意实数），则系统在观测时刻 $t+\alpha$ 的输出将和 $g(t,\tau)$ 相等，即

$$g(t+\alpha,\tau+\alpha)=g(t,\tau)$$

上式对任何 t,τ,α 均成立。若取 $\alpha=-\tau$，则上式写成