帮你学奥数

小学奥数与华杯赛通用

xiaoxueaoshuchaojijiaocheng xiaoxueaoshuchaojijiaocheng

小学奥数超级教程

CHAOJIJIAOCHENG

朱华伟 编著

小学六年级

开明出版社

策　　划：焦向英
策划执行：柴　星
　　　　　赵　菲
责任编辑：赵　菲

小学奥数超级教程

AOSHU

CHAOJIJIAOCHENG

封面设计：羽人工作室

ISBN 7-80133-726-3

9 787801 337269 >

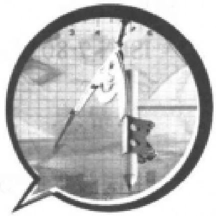
ISBN 7-80133-726-3/G·648
定价：10.00元

帮你学奥数

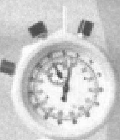
小学奥数与华杯赛通用

奥

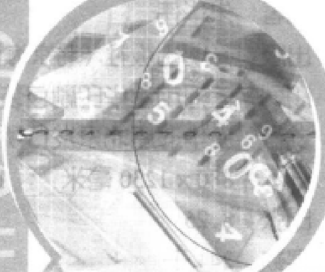
xiaoxueaoshuchaojijiaocheng xiaoxueaoshuchaojijiaocheng



小学奥数超级教程



朱华伟 编著



CHAOJIJIAOCHENG

小学六年级

开明出版社

图书在版编目（CIP）数据

"帮你学奥数" 小学奥数超级教程．小学六年级卷/朱华伟编著．北京：开明出版社，2004.1
ISBN 7-80133-726-3

Ⅰ.帮... Ⅱ.朱... Ⅲ.数学课—小学—教学参考资料 Ⅳ.G624.509

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 107644 号

策　　划　焦向英
项目执行　柴　星　赵　菲
责任编辑　赵　菲

帮你学奥数
小学奥数超级教程——小学六年级卷

编著　朱华伟
出版　开明出版社（北京海淀区西三环北路 19 号）
印刷　三河市富华印刷包装有限公司
发行　新华书店北京发行所
开本　880×1230 毫米　　1/32 开
印张　8.25
字数　244 千
版次　2004 年 1 月第 1 版　　2004 年 1 月第 1 次印刷
书号　ISBN 7-80133-726-3/G·648
印数　00 001～20000 册
定价　10.00 元

前　　言

数学被誉为科学的皇后。在人类文明的历史长河中，中华民族对数学的发展曾作出卓越的贡献。勾股定理、祖冲之圆周率、九章算术等丰硕成果无不闪射出其耀眼的光芒。新中国成立以来，中国的现代数学有了长足的发展，先后涌现出华罗庚、陈景润等一批著名数学家。数学大师陈省身教授曾预言："21 世纪，中国必将成为数学大国。"中国中学生近年来在国际数学奥林匹克中的出色成绩，使人们相信陈省身教授的这一"猜想"将在本世纪得到证明。

由于计算机的出现，数学已不仅是一门科学，还是一种普适性的技术。从航空到家庭，从宇宙到原子，从大型工程到工商管理，无一不受惠于数学科学技术。高科学技术本质上是一种数学技术。美国科学院院士格里姆（J. Glimm）说："数学对经济竞争力至为重要，数学是一种关键的普遍使用的，并授予人能力的技术。"时至今日，数学已兼有科学与技术两种品质，这是其他学科少有的。数学对国家的贡献不仅在于富国，而且还在于强民。数学给予人们的不仅是知识，更重要的是能力，这种能力包括观察实验、收集信息、归纳类比、直觉判断、逻辑推理、建立模型和精确计算。这些能力的培养，将使人终身受益。这些能力的培养，必须从小抓起，从青少年抓起。而数学奥林匹克活动，则是培养这些能力的良好载体。

基于这样的想法，笔者以国内外小学数学奥林匹克为背景，以《全日制义务教育数学课程标准》的新理念新要求为准绳，根据多年培训数学奥林匹克选手的经验和体会，编写了这套奥数教程，既为学有余力且对数学感兴趣的小朋友提供了一个施展才华和提高数学解题能力的指导，也为参加数学竞赛的小朋友提供了一套科学实用

的培训教程。本丛书的读者对象范围很广，适用于备战各种小学数学竞赛的小朋友和老师。

本丛书分“教程”和“测试”两个系列，每个系列包括三年级卷、四年级卷、五年级卷、六年级卷、提高卷共五册，全套书共十册。

“教程”系列每册都以专题的形式编写，每章的主要栏目有：赛点突破、范例解密、超级训练。三至六年级卷的“超级训练”栏目中，题目根据难易程度分为A组、B组，A组较易，B组较难，供学生、老师和家长选择使用。全书后附有“超级训练”题目的详解。

“测试”系列中三至六年级测试卷每册分为两部分：第一部分为同步测试，是与“教程”中的专题对应设置的测试卷；第二部分为全真测试，精选了国内外最新小学数学奥林匹克试卷若干套。小学提高卷分两部分：第一部分为模拟测试，是作者自拟的40套试卷，并根据难易程度分为A组、B组，A组较易，B组较难；第二部分精选了难度较高的国内外最新小学数学奥林匹克试卷若干套。每套试卷都给出了详解。

问题是数学的心脏，数学奥林匹克是解题的竞赛。要提高解题能力，必须进行大量的训练。本丛书精选了具有代表性的经典例题，配备了足够的训练题和测试题。在这些题目中既有传统的名题，又有国内外近几年涌现的佳题，还有作者根据自己的教学实践编撰的新题。设置这些题目时，作者专门针对学生学习的实际，突出知识的重点、难点，以期达到提高的目的。

本丛书注重数学基础知识的巩固提高和数学思想方法的渗透，凸现科学精神和人文精神的融合，加强对学生学习兴趣、创新精神、实践能力、应用意识和分析、解决问题能力的培养。

数学大师陈省身教授为2002年8月在北京举行的第24届国际数学家大会题词：“数学好玩”。我们深信本丛书能让你品味到数学的无穷乐趣。著名数学家陈景润说得好：“数学的世界是变幻无穷的世界，其中的乐趣只有那些坚持不懈的人才能体会得到！”

朱华伟

2003年12月

朱华伟　广州大学教育软件研究所副研究员，特级教师，中国数学奥林匹克高级教练，博士研究生，享受国务院政府特殊津贴的专家。连续四届担任全国华罗庚金杯赛武汉队主教练，取得团体冠军，共辅导12名选手取得金牌，荣获“华罗庚金杯赛金牌教练奖”和“伯乐奖”。多次担任国际数学奥林匹克（IMO）中国队教练，作为96汉城国际数学竞赛中国队主教练，率队取得团体冠军和两枚金牌、一枚银牌、一枚铜牌的佳绩。在国内外共发表论文40余篇，翻译、编著图书60余册。

目　　录

第 1 章　分数的巧算 ……………………………………………… (1)
第 2 章　比较大小 ……………………………………………… (9)
第 3 章　估计与估算 ……………………………………………… (21)
第 4 章　定义新运算 ……………………………………………… (33)
第 5 章　工程问题 ……………………………………………… (45)
第 6 章　分数应用题 ……………………………………………… (54)
第 7 章　逆　推 ……………………………………………… (62)
第 8 章　圆与组合图形 ……………………………………………… (72)
第 9 章　百分数应用题 ……………………………………………… (82)
第 10 章　容斥原理 ……………………………………………… (90)
第 11 章　抽屉原理 ……………………………………………… (97)
第 12 章　比和比例问题 ……………………………………………… (104)
第 13 章　行程问题 ……………………………………………… (112)
第 14 章　列方程解应用题 ……………………………………………… (123)
第 15 章　方程组 ……………………………………………… (131)
第 16 章　不定方程 ……………………………………………… (141)
第 17 章　立体图形 ……………………………………………… (151)
第 18 章　变换和操作 ……………………………………………… (161)
第 19 章　染色与赋值 ……………………………………………… (171)
第 20 章　离散最值问题 ……………………………………………… (184)

“超级训练”解答 ……………………………………………… (194)

第 1 章 分数的巧算

赛点突破

在三年级卷第 2 章高斯的故事、第 6 章加减法的巧算，四年级卷第 2 章乘除法的巧算，五年级卷第 1 章小数的巧算、第 20 章数列的求和中，同学们已经学会了许多计算的方法与技巧，这些都是我们进一步学习分数巧算的基础.

对于复杂的分数运算题，先要全面审题，仔细观察已知数的特征，分清运算顺序，再根据运算法则和运算律以及分数的性质选择合理而巧妙的算法. 常用的方法和技巧是通分、约分、凑整、分解、分拆等.

范例解密

例 1 计算：$(\frac{1}{30}+\frac{1}{35}+\frac{1}{63})\times 2\frac{1}{7}$

解法 1 先求出 30，35，63 的最小公倍数. $30=2\times 3\times 5$；$35=5\times 7$；$63=3\times 3\times 7$；所以公倍数是 $2\times 3\times 3\times 5\times 7=630$. 原式通分，有

$$
\begin{aligned}
原式&=(\frac{21}{630}+\frac{18}{630}+\frac{10}{630})\times\frac{15}{7}\\
&=\frac{49}{630}\times\frac{15}{7}(约分)\\
&=\frac{1}{6}
\end{aligned}
$$

解法 2

$$原式=\left(\frac{1}{2\times3\times5}+\frac{1}{5\times7}+\frac{1}{3\times3\times7}\right)\times\frac{15}{7}$$
$$=\frac{21+18+10}{2\times3\times3\times5\times7}\times\frac{15}{7}$$
$$=\frac{49}{2\times3\times7\times7}=\frac{1}{6}$$

评　注　这两种解法同样都用到通分和约分的技巧，只有一点小区别：解法 2 在通分时不急于把厘米母算出，而是边算边约分．只是这一点小小的不同，却节省了求连乘积的运算，约分也简单些，使计算快了不少哩！

例 2　计算：

$$\frac{2\frac{5}{8}-\frac{2}{3}\times2\frac{5}{14}}{\left(3\frac{1}{12}+4.375\right)\div19\frac{8}{9}}$$

分　析　分数、小数合在一起的四则运算，是小学数学的重要训练内容，要求算得准、算得快．这个题目，是用繁分式的形式给出了加、减、乘、除的混合运算，它的另一个形式是

$$(2\frac{5}{8}-\frac{2}{3}\times2\frac{5}{14})\div[(3\frac{1}{12}+4.375)\div19\frac{8}{9}]$$

算这道题时，要注意两点：

(1) 在乘、除运算中，带分数要化为假分数，及时约分；

(2) 在加、减运算中，如果分数、小数同时出现，那么就把它们都化为分数，或都化为小数．

解法 1

$$原式=\frac{\frac{21}{8}-\frac{2}{3}\times\frac{33}{14}}{(\frac{37}{12}+\frac{35}{8})\div\frac{179}{9}}$$

$$=\frac{\frac{21}{8}-\frac{11}{7}}{\frac{179}{24}\times\frac{9}{179}}$$

$$=(\frac{21}{8}-\frac{11}{7})\times\frac{8}{3}$$

$$=7-4\frac{4}{21}$$

$$=2\frac{17}{21}$$

解法 2

$$原式=\frac{\frac{21}{8}-\frac{2}{3}\times\frac{33}{14}}{(\frac{37}{12}+\frac{35}{8})\times\frac{9}{179}}$$

$$=\frac{\frac{21}{8}-\frac{11}{7}}{\frac{179}{24}\times\frac{9}{179}}\times\frac{56}{56}$$

$$=\frac{147-88}{21}$$

$$=2\frac{17}{21}$$

评　注　两种方法的共同之处，其一是在前两步运算中都将乘、除运算中的带分数化成了假分数，及时进行了约分；其二是将 4.375 化成了分数 $\frac{35}{8}$，这两步很关键. 两种方法的不同之处是解法 1 运用了乘法的分配律，解法 2 则是采用了化简繁分式的通常方法——分子、分母同乘以一个不为零的数. 这里还要指出：$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{3}{4}$，$\frac{1}{8}$，$\frac{3}{8}$，$\frac{5}{8}$，$\frac{7}{8}$ 的小数形式 0.5，0.25，0.75，0.125，0.375，0.625，0.875，同学们一定要很熟悉，在具体计算时，可以节省时间.

例 3　计算：

$$\frac{19\frac{5}{9}+3\frac{9}{10}-5.22}{19\frac{5}{9}-6\frac{27}{50}+5.22}\div\left(\frac{1993\times0.4}{1995\times0.5}+\frac{1.6}{1995}\right)$$

解

$$原式=\frac{19\frac{5}{9}+\frac{45}{50}-2-\frac{11}{50}}{19\frac{5}{9}-1-\frac{27}{50}+\frac{11}{50}}\div\left(\frac{1993\times0.4}{1995\times0.5}+\frac{4\times0.4\times0.5}{1995\times0.5}\right)$$

$$=\frac{19\frac{5}{9}-1\frac{8}{25}}{19\frac{5}{9}-1\frac{8}{25}}\div\left(\frac{1993+2}{1995}\times\frac{0.4}{0.5}\right)$$

$$=1\div\frac{0.4}{0.5}=1\frac{1}{4}$$

例 4 化简：

$$\frac{3.875\times\frac{1}{5}+38\frac{3}{4}\times0.09-0.155\div0.4}{2\frac{1}{6}+\left[\left(4.32-1.68-1\frac{8}{25}\right)\times\frac{5}{11}-\frac{2}{7}\right]\div1\frac{9}{35}+1\frac{11}{24}}$$

解 原式的分子$=\frac{31}{40}+\frac{31}{40}\times\frac{9}{2}-\frac{31}{40}\times\frac{1}{2}$

$$=\frac{31}{40}\times\left(1+\frac{9}{2}-\frac{1}{2}\right)$$

$$=\frac{31}{8}$$

原式的分母$=\frac{13}{6}+\left[\left(\frac{108}{25}-\frac{42}{25}-\frac{33}{25}\right)\times\frac{5}{11}-\frac{2}{7}\right]\times\frac{35}{44}+\frac{35}{24}$

$$=\frac{13}{6}+\left[\frac{33}{25}\times\frac{5}{11}-\frac{2}{7}\right]\times\frac{35}{44}+\frac{35}{24}$$

$$=\frac{13}{6}+\left[\frac{3}{5}-\frac{2}{7}\right]\times\frac{35}{44}+\frac{35}{24}$$

$$=\frac{13}{6}+\frac{11}{35}\times\frac{35}{44}+\frac{35}{24}$$

$$=\frac{93}{24}$$

$$=\frac{31}{8}$$

所以，原式等于1.

评 注 解这类题时，在乘除运算中，小数宜化为分数，带分数宜化为假分数，并将运算结果及时约分. 在加减运算中，当小数、分数都出现时，通常都化为分数，因为分数化为小数时，有可能出现无限循环小数. 当然，在能都化为有限小数时，也可以都化为小数.

例5 计算：$\dfrac{(1+17)\times(1+\frac{17}{2})\times(1+\frac{17}{3})\times\cdots\times(1+\frac{17}{19})}{(1+19)\times(1+\frac{19}{2})\times(1+\frac{19}{3})\times\cdots\times(1+\frac{19}{17})}$

分 析 本题的分子、分母不能按照计算顺序逐个乘起来. 比较观察可知，分子部分为：$18\times\frac{19}{2}\times\frac{20}{3}\times\frac{21}{4}\times\cdots\times\frac{36}{19}=18\times19\times20\times\cdots\times36\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\cdots\times\frac{1}{19}$，分母部分为：$20\times\frac{21}{2}\times\frac{22}{3}\times\cdots\times\frac{36}{17}=20\times21\times\cdots\times36\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\cdots\times\frac{1}{17}$. 再通过约分就可以简便地算出结果来.

解 原式$=\dfrac{18\times\frac{19}{2}\times\frac{20}{3}\times\cdots\times\frac{36}{19}}{20\times\frac{21}{2}\times\frac{22}{3}\times\cdots\times\frac{36}{17}}$

$$=\frac{18\times19\times20\times\cdots\times36\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\cdots\times\frac{1}{19}}{20\times21\times22\times\cdots\times36\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\cdots\times\frac{1}{17}}$$

$$=18\times19\times\frac{1}{18}\times\frac{1}{19}$$

$$=1$$

例6 计算：$\dfrac{1.2\times2.4\times4.8+2\times4\times8+\frac{1}{13}\times\frac{2}{13}\times\frac{4}{13}}{1.2\times3.6\times10.8+2\times6\times18+\frac{1}{13}\times\frac{3}{13}\times\frac{9}{13}}$

分　析　如果按照运算顺序分别算出分子和分母部分的结果，势必太麻烦了．观察算式的特点，分子部分三项的积都含有因数 $1\times2\times4$，分母部分三项的积都含有因数 $1\times3\times9$，可以转化分子部分的表示形式为：$1\times2\times4\times\left[1.2^3+2^3+\left(\frac{1}{13}\right)^3\right]$，分母部分的表示形式为：$1\times3\times9\times\left[1.2^3+2^3+\left(\frac{1}{13}\right)^3\right]$，就可以通过约分很简便地算出结果来．

解　原式 $=\dfrac{1.2^3\times1\times2\times4+2^3\times1\times2\times4+(\frac{1}{13})^3\times1\times2\times4}{1.2^3\times1\times3\times9+2^3\times1\times3\times9+(\frac{1}{13})^3\times1\times3\times9}$

$=\dfrac{1\times2\times4\times[1.2^3+2^3+(\frac{1}{13})^3]}{1\times3\times9\times[1.2^3+2^3+(\frac{1}{13})^3]}$

$=\dfrac{8}{27}$

评　注　当分数的分子、分母都以比较复杂的算式出现时，应该把分子、分母看做一个整体，看能不能运用分数的基本性质进行约分．

下面以两个例子，来介绍有规律的数的运算．

例 7　计算：

$$19+9\frac{1}{2}+7\frac{1}{4}+3\frac{1}{8}+8\frac{1}{16}+4\frac{1}{32}$$

解　原式 $=(19+9+7+3+8+4)+(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32})$

$=50+(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{32})-\frac{1}{32}$

$=50+1-\frac{1}{32}$

$=50\frac{31}{32}$

例 8 计算：

$\frac{1}{2}+(\frac{1}{3}+\frac{2}{3})+(\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4})+(\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5})+\cdots+(\frac{1}{60}+\frac{2}{60}+\frac{3}{60}+\cdots+\frac{59}{60})$

分 析 逐项相加，计算很繁，现对同分母的一组中各数相加，找规律：$\frac{k}{n}+\frac{n-k}{n}=1$，于是有$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=1$，$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}=1\frac{1}{2}$，$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=2$，$\frac{1}{6}+\frac{2}{6}+\frac{3}{6}+\frac{4}{6}+\frac{5}{6}=2\frac{1}{2}$，…，$\left(\frac{1}{60}+\frac{2}{60}+\cdots+\frac{59}{60}\right)=29\frac{1}{2}$

解 据分析得：原式$=\frac{1}{2}+1+1\frac{1}{2}+2+2\frac{1}{2}+\cdots+29\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}\times(1+2+\cdots+59)=885.$

超级训练

A 组

1. 计算：$6.8\times\frac{8}{25}+0.32\times4.2-8\div25=$________.

2. $\left(\frac{191919}{989898}+\frac{190190}{980980}+\frac{19001900}{98009800}\right)\div\frac{19}{98}\div\frac{9898}{1919}=$________.

3. 1000 减去它的一半，再减去余下的三分之一，再减去余下的四分之一，依此下去，直到减去余下的五百分之一，最后剩下________.

4. 计算：$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{99\times100}=$________.

5. 计算：$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{31}+\frac{1}{62}+\frac{1}{124}+\frac{1}{248}+\frac{1}{496}=$________.

6. 计算：$\dfrac{1+\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{3}}}{1-\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{3}}}=$________.

7. 计算：$41\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{4}+51\dfrac{1}{4}\times\dfrac{4}{5}+61\dfrac{1}{5}\times\dfrac{5}{6}=$________.

8. 计算：$\dfrac{1\dfrac{2}{3}+2\dfrac{3}{4}+3\dfrac{4}{5}+\cdots+1994\dfrac{1995}{1996}+1995\dfrac{1996}{1997}}{3\dfrac{1}{3}+5\dfrac{2}{4}+7\dfrac{3}{5}+\cdots+3989\dfrac{1994}{1996}+3991\dfrac{1995}{1997}}=$________.

B　组

9. 计算：$76\times\left(\dfrac{1}{23}-\dfrac{1}{53}\right)+23\times\left(\dfrac{1}{53}+\dfrac{1}{76}\right)-53\times\left(\dfrac{1}{23}-\dfrac{1}{76}\right)$ $=$________.

10. 计算：$\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{8}\right)-\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{12}\right)+\left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{12}+\dfrac{1}{16}\right)-\left(\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{15}+\dfrac{1}{20}\right)=$________.

11. 尽可能化简$\dfrac{116690151}{427863887}$.

12. 计算：$\dfrac{1}{1}+\left(\dfrac{2}{1}-\dfrac{1}{2}\right)+\left(\dfrac{3}{1}-\dfrac{2}{2}+\dfrac{1}{3}\right)+\left(\dfrac{4}{1}-\dfrac{3}{2}+\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\dfrac{9}{1}-\dfrac{8}{2}+\dfrac{7}{3}-\dfrac{6}{4}+\cdots+\dfrac{1}{9}\right)$.

13. 计算：$1+\dfrac{1}{1+2}+\dfrac{1}{1+2+3}+\cdots+\dfrac{1}{1+2+3+\cdots+1999}$.

14. 计算：$\left(1-\dfrac{3}{2\times4}\right)\times\left(1-\dfrac{3}{3\times5}\right)\times\left(1-\dfrac{3}{4\times6}\right)\times\left(1-\dfrac{3}{5\times7}\right)\times\cdots\times\left(1-\dfrac{3}{96\times98}\right)\times\left(1-\dfrac{3}{97\times99}\right)$.

第2章 比较大小

赛点突破

比较大小在我们的日常生活中经常遇到，例如比较年龄大小、东西多少、线段长短、面积大小、价格高低等等，都是比较数的大小．比较两个数的大小有许多方法，本章通过例题介绍常用的几种方法．

范例解密

例 1 把下面各数填在适当的括号里．

$\frac{14}{19}$　　$\frac{13}{24}$　　$\frac{14}{23}$　　$\frac{15}{19}$　　$\frac{13}{23}$

(　　)<(　　)<(　　)<(　　)<(　　)．

解 由分数的性质易知

$\frac{14}{19}<\frac{15}{19}$，$\frac{14}{23}<\frac{14}{19}$，$\frac{13}{23}<\frac{14}{23}$，$\frac{13}{24}<\frac{13}{23}$，再由不等关系的传递性必有

$\frac{13}{24}<\frac{13}{23}<\frac{14}{23}<\frac{14}{19}<\frac{15}{19}$．

评　注 这五个分数的分母或分子不尽相同，但注意到题中两两分数之间有相同的分母或分子，可以首先两两比较大小，即利用：

(1) 如果两个分数的分母相同，分子大的分数越大．

(2) 如果两个分数的分子相同，分母小的分数越大．

再利用不等关系的传递性（即若 $a>b$，$b>c$，则必有 $a>c$），得出五个分数的大小关系．